TD MC6 Mouvement à force centrale

Le rayon de la terre vaut R_T = 6380 km. L'accélération de la pesanteur au niveau du sol est g_0 = 9,81 m.s^{-2}. La période sidérale est Tsid=86 164s (temps mis par la terre pour effectuer une rotation complète sur elle-même). On se place dans le référentiel $\mathcal{R}$ géocentrique supposé galiléen.

Exercice n°1 : Lancement.

Un satellite M de masse m décrit une orbite circulaire autour de la terre.

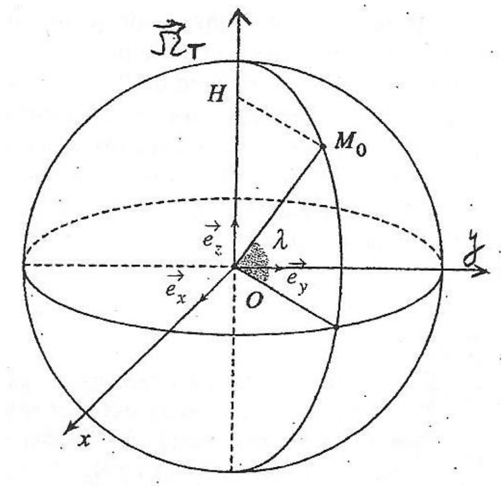
1.) Déterminer l'expression de la vitesse v_C de M en fonction de g_0, R_T et de r le rayon de la trajectoire.

2.) Déterminer la période du mouvement T.

3.) Calculer v_C et T pour un satellite à l'altitude z = 200 km.

4.) Le satellite est lancé d'un point au sol M_0 de latitude λ. Déterminer, en fonction de g_0, m, R_T, r, λ et Ω_T vitesse angulaire de rotation de la terre, l'énergie nécessaire pour satelliser M. De quels points du globe terrestre est-il préférable d'effectuer le lancement ?

A.N.. Satellite de masse m=1 tonne lancé de l'équateur à l'altitude z=200 km.



Exercice n°2 : Trajectoires possibles

Un satellite artificiel M, de masse m, est soumis à l'attraction terrestre de centre O. Sa vitesse initiale est $\overrightarrow{v_0}$, son rayon polaire initial $\overrightarrow{OM_0} = \overrightarrow{r_0}$.

1.) Déterminer en fonction de g_0, R_T et r_0 la vitesse de libération v_ℓ du satellite, c'est-à-dire la vitesse initiale lui permettant de s'affranchir de l'attraction terrestre. A.N. Altitude initiale du satellite z_0=100 km. Calculer v_ℓ. Quelle est la trajectoire de M lorsque $v_0 < v_\ell$? $v_0 = v_\ell$? $v_0 > v_\ell$?

2.) On appelle <u>apogée</u> le point de la trajectoire pour lequel OM est maximal et <u>périgée</u> le point pour lequel OM est minimal. L'apogée et le périgée sont les seuls points pour lesquels le rayon vecteur est orthogonal à la vitesse sur une ellipse. La vitesse initiale $\overrightarrow{v_0}$ est supposée orthogonale au vecteur position initial $\overrightarrow{r_0}$.

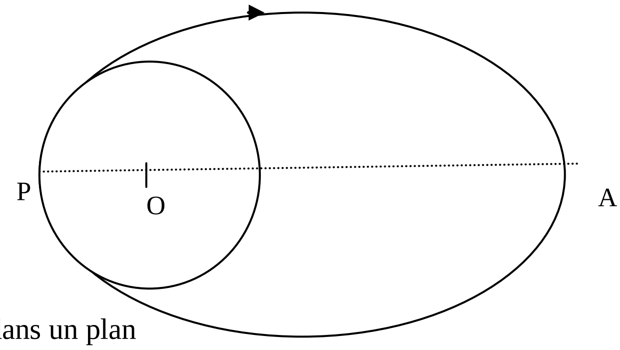
a) Déterminer, lorsque la trajectoire est une ellipse, le rayon polaire r du point diamétralement opposé au point initial en fonction de r_0, v_0, g_0, R_T.

b) En déduire l'expression de la vitesse v_C du satellite à orbite circulaire. Déterminer l'apogée et le périgée de la trajectoire lorsque $v_0 < v_C$ puis lorsque $v_0 > v_C$.

c) Retrouver l'expression de la vitesse de libération.

Exercice n°3. Changement d'orbite

La terre est supposée à symétrie sphérique, de centre O, de rayon R_T.



1.) Un satellite de masse m décrit une trajectoire circulaire rasante de rayon R_T. Quelles sont les expressions de la vitesse v_0 et de la période T_0 du satellite en orbite terrestre circulaire rasante ? Calculer numériquement v_0 et T_0.

2) Un satellite géostationnaire décrit une trajectoire circulaire située dans un plan équatorial et semble fixe pour un observateur terrestre. Déterminer le rayon r_1 de l'orbite d'un satellite géostationnaire. Calculer la vitesse v_1 de ce satellite.

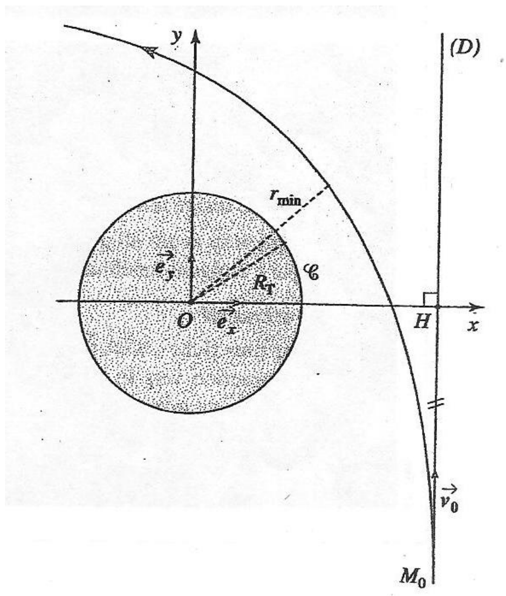
3.) On veut faire passer un satellite de l'orbite circulaire rasante de rayon R_T = OP à l'orbite géostationnaire de rayon r_1 = OA. Un moteur auxiliaire permet de modifier la vitesse du satellite aux points P et A. Le satellite parcourt alors une demi-ellipse dite de transfert, de périgée P et d'apogée A.

- Déterminer littéralement puis numériquement les vitesses v'_0 et v'_1 du satellite en P et A sur sa trajectoire elliptique.
- Calculer la durée de transfert de P à A.

Exercice n°4 : Météore

Un météore de masse m, négligeable devant la masse M_T de la terre, arrive de l'infini avec la vitesse $\overrightarrow{v_0}$ par rapport à la terre. Son paramètre d'impact est OH = b. Calculer sa distance r_{min} de plus courte approche de la Terre, en fonction de v_0, b, g_0, R_T.

En déduire la distance b_{min} nécessaire pour sauver la terre.



Exercice n°5 :Modèle de Bohr de l'atome d'hydrogène.

1.) L'électron (de charge -e) est en mouvement circulaire autour du noyau de charge +e (supposé fixe au point O), soumis à la force d'attraction électrostatique.

En appliquant la loi fondamentale de la dynamique à l'électron, trouver la norme de la vitesse, puis l'expression de l'énergie mécanique.

2.) En admettant que le moment cinétique de l'électron par rapport au noyau est quantifié selon les valeurs n h/2π où $n \in \mathbb{N}^*$, en déduire la quantification du rayon de l'orbite, et de l'énergie.

On donne la constante de Planck $h = 6{,}63.10^{-34}$ Js, la charge élémentaire $e = 1{,}6.10^{-19}$ C, la masse de l'électron $m = 9{,}1.10^{-31}$ kg.

Calculer le rayon minimal, ainsi que l'énergie minimale.