Résumé de cours Mécanique MC6 Mouvement à force centrale

Force centrale : O point fixe dans $\Re$ galiléen.

Le point matériel M(m) est soumis à une force centrale $\vec{F}$ de centre O, si à tout instant $\vec{F}$ est colinéaire à $\overrightarrow{OM}$: $\vec{F} = F\vec{e_r}$

Propriété : Une force centrale de la forme $\vec{F} = F(r)\vec{e_r}$ est conservative, elle dérive d'une énergie potentielle Ep(r).

Pour un champ newtonien : $F(r) = -\dfrac{K}{r^2}$, d'où $Ep(r) = -\dfrac{K}{r} + cste$

- interaction gravitationnelle : m_0 fixe en O, m mobile en M.

$\vec{F}_{m_0 \to m} = -\mathcal{G}\dfrac{m_0 m}{r^2}\vec{e}_r$ $\qquad Ep(r) = -\mathcal{G}\dfrac{m_0 m}{r}$ $\qquad$ K = $\mathcal{G}$.m_0.m >0 force attractive

- interaction coulombienne : q_0 fixe en O, q mobile en M.

$\vec{F}_{q_0 \to q} = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{q_0 q}{r^2}\vec{e}_r$ $\qquad Ep(r) = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{q_0 q}{r}$ $\qquad K = -\dfrac{q_0 q}{4\pi\varepsilon_0}$

Lois générales de conservation :

Hypothèse : Point matériel M(m) soumis à une force centrale $\vec{F} = F\vec{e_r}$

Propriété : Pour un mouvement à force centrale, il y a conservation du moment cinétique $\vec{L}_0 = mr^2\dot{\theta}\vec{e}_z$ et $C = r^2\dot{\theta}$.

Conséquences : 1. Le mouvement est plan : on se place en coordonnées polaires.

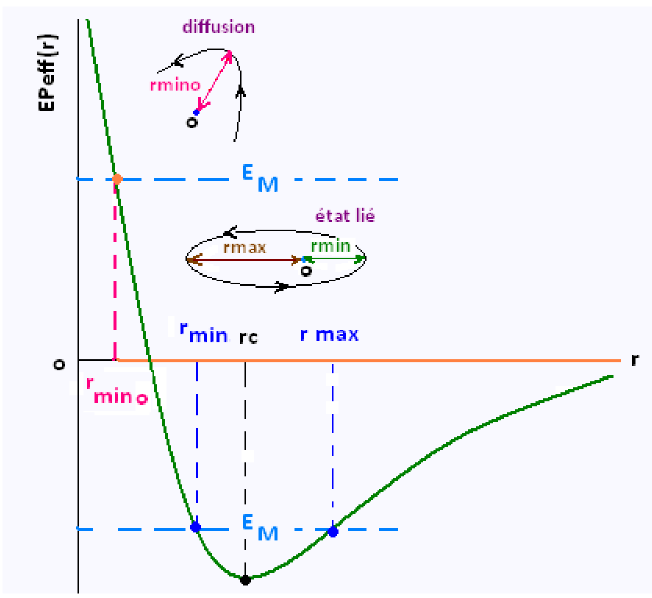
2. Le mouvement s'effectue suivant la loi des aires (deuxième loi de Kepler)

Le rayon vecteur $\overrightarrow{OM}$ balaie des aires égales pendant des durées égales
= la surface balayée est proportionnelle à la durée $dS = \frac{C}{2}dt$.

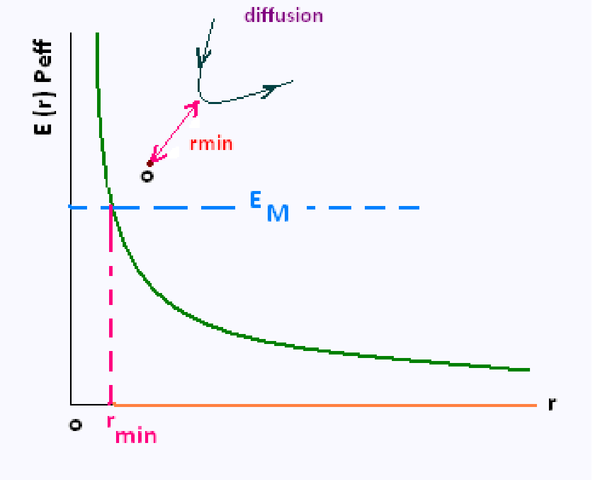
Hypothèse : Point matériel M(m) soumis à une force centrale conservative $\vec{F} = F(r)\vec{e_r}$ dérivant d'une énergie potentielle Ep(r) dans le référentiel galiléen lié à O.

Conservation de l'énergie mécanique : Em = Ec+Ep = $\frac{1}{2}mv^2 + Ep = \frac{1}{2}m\dot{r}^2 + Ep_{eff}(r)$, en exprimant la vitesse en coordonnées polaires, et en utilisant la conservation du moment cinétiques pour exprimer $\dot{\theta}$.

Pour une force attractive (K>0) :



Pour une force répulsive (K<0) :



III Mouvement dans un champ gravitationnel

Les trois lois de Kepler (autour de 1610)
1) Chaque planète décrit une trajectoire elliptique dont le soleil est un foyer.
2) L'aire balayée par le rayon soleil-planète est proportionnelle au temps mis pour la décrire (loi des aires).
3) Pour toutes les planètes gravitant autour du soleil, $\frac{T^2}{a^3} = Cte$ où T est le temps de révolution et a le demi grand-axe de l'ellipse.

Pour un satellite de la terre $g_0 = \frac{GM_T}{R_T^2}$

Vitesse de libération v_ℓ: telle que Em = 0 et r⟶+∞. Correspond à une trajectoire parabolique.

Vitesse circulaire v_c : pour un mouvement circulaire uniforme de rayon r, LFD en coordonnées polaires : on obtient la vitesse, le temps de révolution, et l'énergie mécanique.

Dans le cas de l'ellipse, on remplace r par a dans les formules donnant le temps de révolution, et l'énergie mécanique.