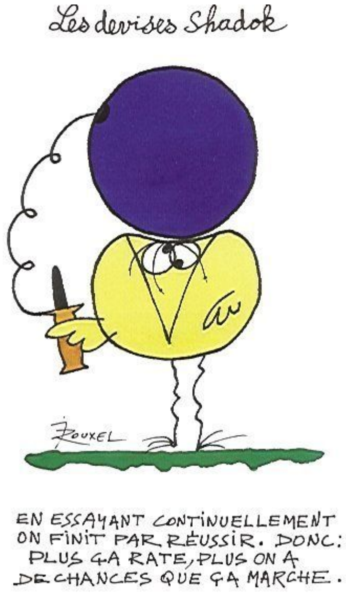
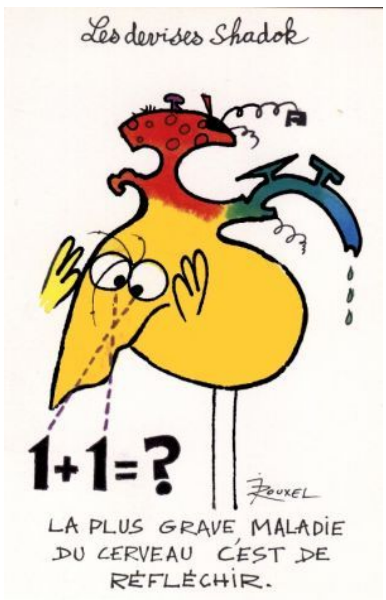

POURQUOI FAIRE SIMPLE QUAND
ON PEUT FAIRE COMPLIQUÉ ?!


Les devises Shadok
EN ESSAYANT CONTINUELLEMENT
ON FINIT PAR RÉUSSIR. DONC:
PLUS ÇA RATE, PLUS ON A
DE CHANCES QUE ÇA MARCHE.


Les devises Shadok
AVEC UN ESCALIER PRÉVU
POUR LA MONTÉE ON REUSSIT
SOUVENT À MONTER PLUS BAS
QU'ON NE SERAIT DESCENDU AVEC UN
ESCALIER PRÉVU POUR LA DESCENTE.


Les devises Shadok
DESCARTES
JE POMPE
DONC JE SUIS.


Les devises Shadok
?
QUAND ON NE SAIT PAS OÙ L'ON VA,
IL FAUT Y ALLER !!...
... ET LE PLUS VITE POSSIBLE.


Les devises Shadok
1+1=?
LA PLUS GRAVE MALADIE
DU CERVEAU C'EST DE
RÉFLÉCHIR.

Plan du cahier de vacances

Le chat - Philippe Geluck

1 Conseils généraux

- ★ Se mettre à jour sur l'algèbre linéaire. Le prochain DS portera sur toute l'algèbre linéaire.
- ★ Travailler le corrigé du DS6 et la fiche de remarques si vous ne l'avez pas fait. Refaire les/des questions non réussies.
- ★ Commencer à préparer le concours blanc : relire toutes les fiches bilan.
  Apprendre / réapprendre les formules (cf. formulaire total).
- ★ DM10 : ne pas le chercher au dernier moment.
- ★ S'entraîner aux exercices proposés dans le paragraphe 3.
- ★ Les autres paragraphes, à picorer comme on le souhaite.

2 Conseils pour se préparer aux DS

- ★ Pour préparer un DS, réviser les TD ne suffit pas. Il faut travailler des exercices plus longs, avec plusieurs questions qui s'enchaînent.
- ★ Choisir suffisamment en amont quelques exercices à travailler pour s'entraîner et avoir plusieurs jours devant soi.
  - — Travailler un exercice au fur et à mesure.
  - — Ne jamais passer plus de 10/15 minutes sur une question. Si, au bout de 10/15 minutes, on n'y arrive pas, on passe à la suite (souvent les réponses sont données et on peut continuer en admettant ce qui était à prouver).
  - — Ne pas regarder le corrigé tant qu'on n'a pas fini de travailler sur l'exercice en entier. Essayer de faire le maximum de questions, même en ayant laissé de côté certaines questions.
  - — Essayer en particulier de comprendre la logique. Qu'est-ce qu'on vous fait faire ? Quelle est le but de l'exo ? Comprendre quand on peut utiliser une question précédente. Si on recommence un même calcul que précédemment, c'est que vous n'avez pas fait le lien avec une question précédente.
  - — Quand on arrive au bout de l'exercice, on cherche à nouveau (10 mn maxi) les questions laissées de côté pour voir si on peut se débloquer. Puis s'arrêter et lire le corrigé.
- ★ **C'est en séchant qu'on progresse**. Il ne faut pas se décourager. C'est aussi après avoir séché sur une question que lire le corrigé apporte vraiment quelque chose et qu'on peut débloquer certains mécanismes qui n'étaient pas encore au point.
- ★ Pour s'entraîner au DS7, vous avez plusieurs DS à disposition. Pour vous aider à choisir : pour les DS 22-23, il peut être intéressant de travailler l'exo 2 du DS6 et les exos 1 et 3 du DS7. Consulter la fiche de remarques concernant les exos que vous avez travaillés peut être intéressant (cela met l'accent sur certains erreurs courantes, les choses auxquelles il faut prêter attention ...)

Le plus gro

3 Calculs / exercices en autonomie

Le corrigé est sur le site de la classe, rubrique `Cahier_de_vacances`.

3.1 Un peu de trigonométrie

1°) Déterminer $\cos\left(\frac{\pi}{8}\right)$ de manière exacte.

On pourra proposer 2 méthodes : une utilisant les formules de trigo habituelles, l'autre les complexes.
En appliquant la même méthode, quel autre cos pourrait-on exprimer de manière exacte ?

2°) Linéariser $\sin x \cos(3x)$ pour $x \in \mathbb{R}$.

3°) Factoriser $\cos(12x) - \cos(x)$.

3.2 Une équation différentielle

Résoudre (E) : $x^2y'' + 4xy' + (2-x^2)y = 1$ sur $\mathbb{R}_+^*$ en posant $z(x) = x^2y(x)$.

3.3 Limites / DL

1°) Donner la limite en 0 de $\dfrac{1}{\tan x} - \dfrac{1}{\ln(1+x)}$.

2°) Calculer $\lim\limits_{x\to 0} (\cos x)^{\frac{\sin x}{x^3}}$.

3°) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} \left(2\sqrt{1+\dfrac{1}{x}} - \sqrt{1+\dfrac{2}{x}}\right)^{x^2}$.

3.4 Primitives

Montrer qu'il existe des réels a et b que l'on déterminera tel que :

$$\forall n \in \mathbb{N}^*,\ \int_0^\pi (at+bt^2)\cos(nt)\,\mathrm{d}t = \frac{1}{n^2}$$

3.5 Un exercice sur les polynômes

Soit P un polynôme de degré $n \in \mathbb{N}$ tel que : $\forall k \in \{1,\dots,n+1\}, P(k) = \dfrac{1}{k}$.
Montrer que $P(-1) = n+1$.

3.6 Applications linéaires

Soit f et g deux endomorphismes de E. On suppose que $f\circ g - g\circ f = \mathrm{id}_E$.
Montrer par récurrence que : $\forall n \in \mathbb{N}^*, f\circ g^n - g^n\circ f = ng^{n-1}$.

3.7 Un deuxième exercice d'algèbre linéaire : exo 12 du TD16

Élaborer une stratégie utilisant la dimension et en reformulant la question.
Soit $n \in \mathbb{N}^*$.
Montrer que, pour tout $Q \in \mathbb{R}_n[X]$, il existe un unique polynôme P de $\mathbb{R}_n[X]$ tel que $Q = XP' + P$.

4 Calcul mental

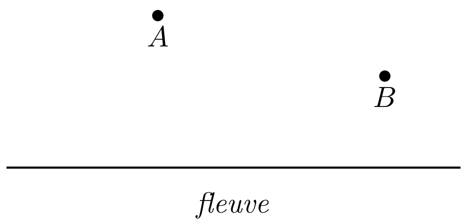
Comment calculer rapidement :

1°) le carré d'un nombre à 2 chiffres

2°) le carré d'un nombre à 2 chiffres finissant par 5 (plus rapide que la méthode précédente)

5 Une énigme

Lucky Luke et Jolly Jumper se trouvent au point A et veulent aller au point B. Mais Jolly Jumper doit absolument se désaltérer et Lucky Luke prévoit de faire un détour et de s'arrêter près du fleuve.
Comment minimiser le chemin pour aller de A à B en passant par le fleuve et en se déplaçant en ligne droite (de A au fleuve puis du fleuve à B) ?



6 L'interrogation du 1er avril, avec un peu de retard

Cette interrogation est composée de questions linéairement indépendantes.
Il est rappelé qu'il n'est pas nécessaire de tout traiter pour obtenir une note convenable (d'autant plus que ce devoir n'est pas noté).

1°) On rappelle que : $\forall t \in \mathbb{R}, \cos^2 t + \sin^2 t = 1$.
Simplifier, pour $n \in \mathbb{N}^*$, l'expression $(\cos^2 t + \sin^2 t)^n$?
Indication : On pourra soit raisonner par récurrence sur le nombre de formules trigo utilisées en cours d'année, soit utiliser la formule du trinôme de Leibniz.

2°) Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f : t \mapsto 4t - |t|$.

a) Pour $t \in [0, 1]$, en distinguant soigneusement les divers cas et en justifiant soigneusement la réponse, simplifier $f(t)$.

b) En déduire la valeur de $\displaystyle\int_0^1 f(t)\,\mathrm{d}t$.

c) Calculer l'intégrale $\displaystyle\int_0^1 (f(t) + \cos^2 t + \sin^2 t)\,\mathrm{d}t$.
Indication : Il est vivement conseillé de ne traiter cette question, relativement difficile, qu'après la question précédente.

3°) Soit (u_n) une suite réelle. Qu'apporte l'encadrement $\boxed{u_n}$?
Commenter (réponse en 10 ± 50 mots).

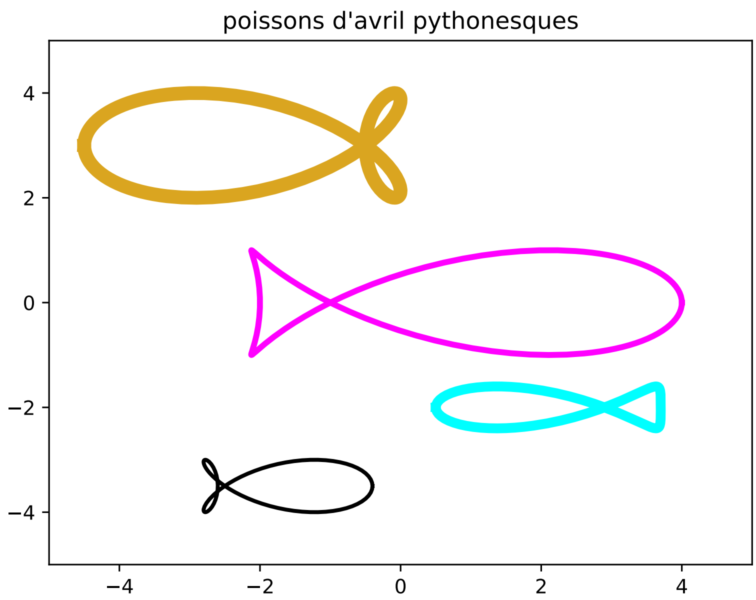
4°) Pour résoudre un système linéaire carré, l'inversibilité de la matrice joue-t-il un rôle discriminant ou déterminant ?

5°) Faut-il toujours se méfier d'un noyau ?

6°) Démontrer le théorème du pipeau universel : « Tout ce qui peut ne pas être faux est vrai ».
Indication : On pourra utiliser la théorie du pifomètre.

7°) Démontrer, qu'après un changement de coordonnées, un ours cartésien devient un ours polaire.

8°) Doit-on dire « tous les nombres premiers sont impairs sauf un » ou « tous les nombres premiers sont impairs sauf deux » ?



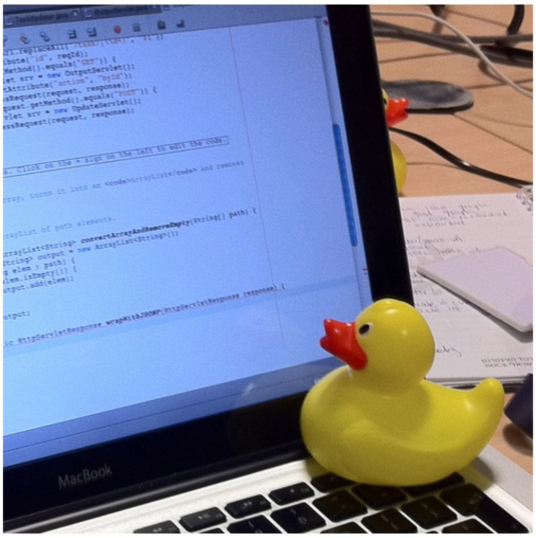
7 La méthode du canard en plastique

La méthode du canard en plastique également appelée méthode du canard en caoutchouc est utilisée en informatique pour trouver les erreurs d'un programme. Mais cette méthode peut aussi être utilisée en maths ou dans plein d'autres domaines. On aurait tort de s'en priver !

Cette méthode consiste à expliquer méticuleusement le code source que l'on a écrit à un collègue ou à un simple passant. Le simple fait d'exprimer ses idées à voix haute est censé aider à trouver les erreurs de programmation. Comme les réactions de l'interlocuteur ou son niveau de compréhension du problème n'ont aucune importance dans ce processus, il est tout à fait possible de le remplacer par un objet inanimé tel un canard en plastique.

L'avantage du canard en plastique sur un interlocuteur humain est que sa capacité d'écoute et sa patience sont sans limite. Son temps est aussi moins précieux. La fait qu'il soit petit permet de le placer discrètement à côté d'un ordinateur.

L'ouvrage d'Andrew Hunt et David Thomas, *The Pragmatic Programmer : From Journeyman to Master*, publié en 1999, semble être le premier à mentionner la méthode du canard en caoutchouc sous le nom *rubber ducking*. David Thomas a fréquenté un étudiant, excellent programmeur, à l'Imperial College of London. Cet étudiant transportait en permanence avec lui un canard en caoutchouc jaune et lui a expliqué le procédé.



Un canard examinant du code Java

Rubber Duck Debugging

The rubber duck debugging method is as follows:

1. Beg, borrow, steal, buy, fabricate or otherwise obtain a rubber duck (bathtub variety).
2. Place rubber duck on desk and inform it you are just going to go over some code with it, if that's all right.
3. Explain to the duck what your code is supposed to do, and then go into detail and explain your code line by line.
4. At some point you will tell the duck what you are doing next and then realise that that is not in fact what you are actually doing. The duck will sit there serenely, happy in the knowledge that it has helped you on your way.

Note: In a pinch a coworker might be able to substitute for the duck, however, it is often preferred to confide mistakes to the duck instead of your coworker.

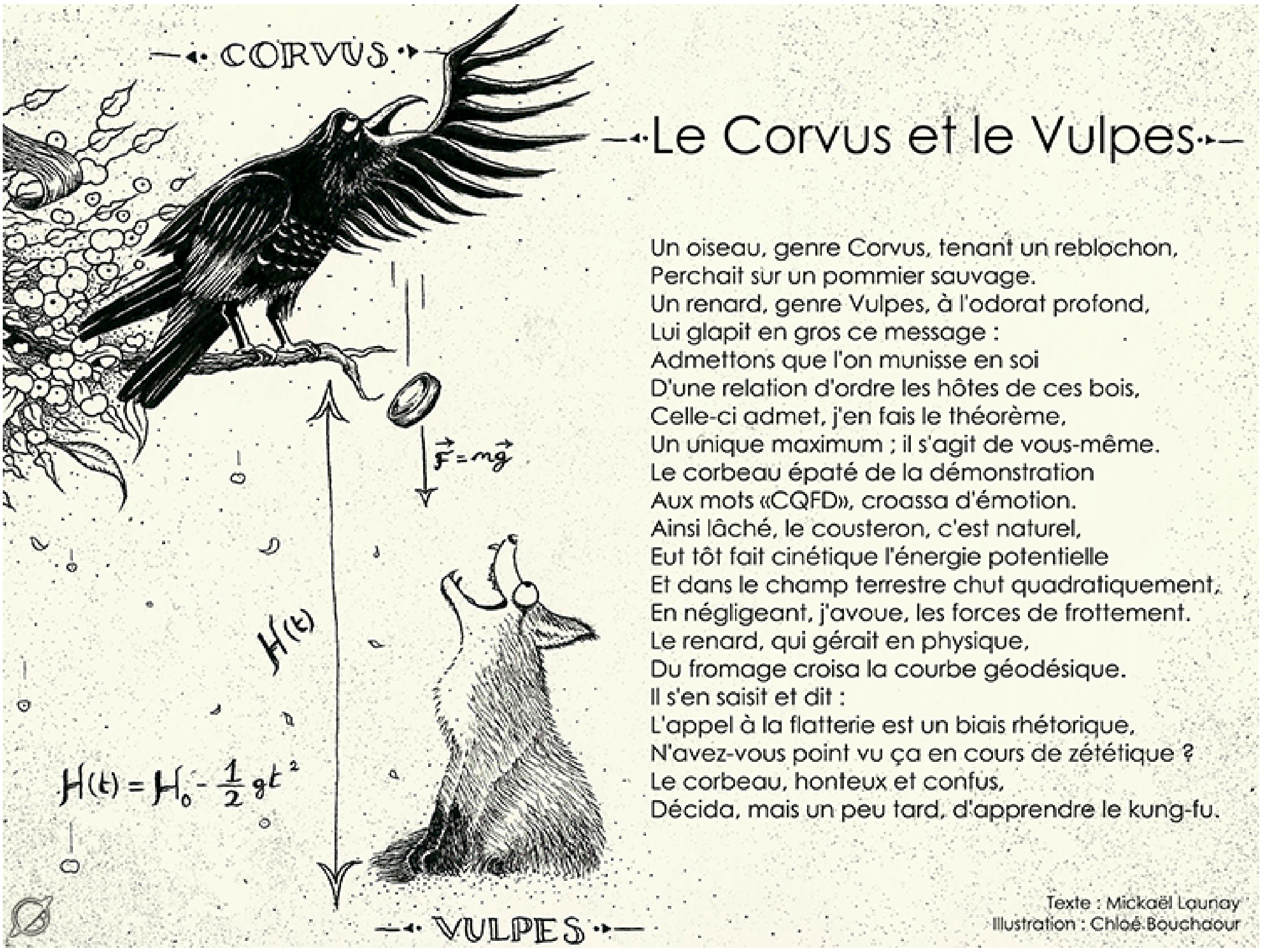
À l'adresse `https://rubberduckdebugging.com`

8 Se détendre en faisant de l'anglais et des maths

Regardez une vidéo de Matt Parker, communicateur scientifique, qui fait des one-man-shows mathématiques. Par exemple, la video *Things to see and hear in the fourth dimension.*
Au programme : trouver rapidement un nombre à 2 chiffres dont on connaît le cube (truc à trouver...), comment faire efficacement ses lacets, ruban de Möbius, découpage du ruban, cube en dimension 4, bouteille de Klein...

9 Le corbeau et le renard revisité

Texte de Mickaël Launay et illustration de Chloé Bouchaour



10 Un poème

Nicolas Bourbaki est un collectif de mathématiciens qui, à partir de 1935, commence à rédiger un traité qui finira pas contenir près de 2000 pages. Il propose une vision renouvelée des mathématiques, une profonde réorganisation et une clarification des contenus. Derrière Bourbaki au style aride et austère, se cachait un groupe de mathématiciens qui s'amusaient tout en travaillant dur. Ci-après un sonnet composé lors d'un congrès Bourbaki.

Soit une multiplicité vectorielle,
Un corps[1] opère seul, abstrait, commutatif.
Le dual reste loin, solitaire et plaintif,
Cherchant l'isomorphie et la trouvant rebelle.

Soudain bilinéaire a jailli l'étincelle
D'où naît l'opérateur deux fois distributif.
Dans les rêts du produit tous les vecteurs captifs
Vont célébrer sans fin la structure plus belle.

Mais la base a troublé cet hymne aérien :
Les vecteurs éperdus ont des coordonnées.
Cartan[2] ne sait que faire et n'y comprend plus rien.

Et c'est la fin. Opérateurs, vecteurs, foutus.
Une matrice immonde expire. Le corps nu
Fuit en lui-même au sein des lois qu'il s'est données.

Bonne

1. Un corps est un ensemble K muni de 2 lois internes $+$ et $\times$ avec de « bonnes » propriétés. $\mathbb{R}$ et $\mathbb{C}$ sont des corps.
2. Cartan était l'un des membres de Bourbaki.