

Devoir surveillé n°6. Mécanique. Chimie. Thermodynamique.  
PTSI. 6 Avril 2024. 4 heures.

**Les portables, les calculatrices ainsi que tous les documents sont interdits.**

**Toute communication entre élèves est interdite.**

**On tiendra compte de la présentation et de la rédaction pour la notation : On prendra soin de laisser quelques lignes en début de copie, ainsi qu'une marge pour la notation, d'encadrer les résultats, de numéroter les questions, de mettre les unités après les applications numériques, de numéroter les copies et d'indiquer le nombre de copies.**

On donne  $\pi = 3,14$  et  $\pi^2 = 10$ .

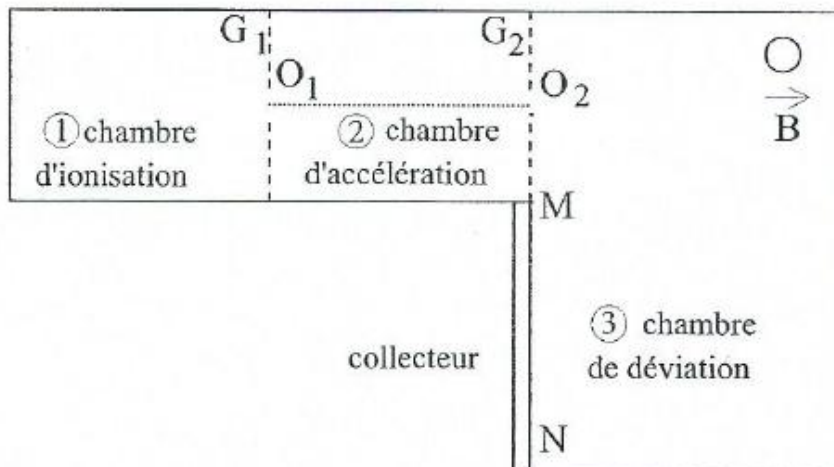
$x$	2	3	4	5	7	10
$\sqrt{x}$	1,4	1,7	2	2,2	2,6	3,2

### Problème n° 1. Spectromètre de masse

Un spectromètre de masse est constitué de plusieurs parties comme l'indique la figure ci-dessous :

- La chambre d'ionisation (1) dans laquelle des atomes de potassium  ${}_{19}^{A_1}K$  et  ${}_{19}^{A_2}K$  de masses respectives  $m_1$  et  $m_2$  portés à haute température sont ionisés en ions  $K^+$ . On considèrera qu'à la sortie de cette chambre en  $O_1$ , la vitesse des ions est quasi nulle ;
- La chambre d'accélération (2) dans laquelle les ions sont accélérés entre  $O_1$  et  $O_2$  sous l'action d'une différence de potentiel établie entre les deux grilles  $G_1$  et  $G_2$  ;
- La chambre de déviation (3) dans laquelle les ions sont déviés par un champ magnétique uniforme  $\vec{B}$  de direction perpendiculaire au plan de figure. Un collecteur d'ions constitué d'une plaque photosensible est disposé entre M et N.

Les chambres sont sous vide. On négligera le poids des ions devant les autres forces et on admettra qu'à la sortie de la chambre d'accélération, les vecteurs vitesses des ions sont contenus dans le plan de figure.  $e$  est la charge élémentaire.



#### 1) Accélération des ions

- a) Quel doit être le signe de la différence de potentiel  $V_{G_1} - V_{G_2}$ , pour que les ions soient accélérés entre  $O_1$  et  $O_2$  ?
- b) Etablir les expressions des vitesses  $v_1$  et  $v_2$  des ions lorsqu'ils parviennent en  $O_2$  en fonction de  $m_1$ ,  $m_2$ ,  $e$  et  $U = V_{G_1} - V_{G_2}$ .

#### 2) Déviation des ions

- a) Quel doit être le sens du champ magnétique  $\vec{B}$  régnant dans la chambre de déviation pour que les ions puissent atteindre le collecteur ? Faire un schéma représentant  $\vec{B}$ , le vecteur vitesse en  $O_2$  et la force subie par l'ion en  $O_2$ .
- b) Montrer que, dans la chambre de déviation, leur mouvement est uniforme.
- c) Démontrer que la trajectoire des ions est un cercle et déterminer le rayon  $R_1$  (respectivement  $R_2$ ) de l'ion en fonction de  $m_1$  (respectivement  $m_2$ ),  $e$ ,  $U$  et  $B$ .
- d) En admettant que le rapport des masses des ions est égal au rapport de leur nombre de masse, exprimer le rapport  $\frac{A_1}{A_2}$  en fonction des rayons  $R_1$  et  $R_2$  des trajectoires.

## Problème n°2 : Récupération de l'énergie des vagues

### Documentation

Ce problème étudie différents aspects de la production électrique à partir de l'énergie houlomotrice. Il se compose de quatre parties indépendantes.

La croissance de la demande énergétique mondiale, l'épuisement des ressources de combustibles fossiles et la pollution qui résulte de leur utilisation encouragent le développement de l'exploitation des énergies renouvelables. Parmi celles-ci, l'énergie des vagues, ou énergie houlomotrice, présente un potentiel énergétique intéressant.

Dans les années 70, les chocs pétroliers ont favorisé le développement de systèmes de récupération de l'énergie des vagues. Il existe de nombreux dispositifs qui peuvent être fixés au sol ou au contraire flottants, dont voici plusieurs exemples illustrés sur la FIGURE 2.

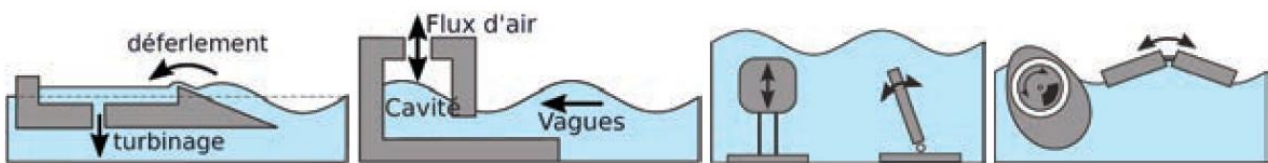


FIGURE 2 – De gauche à droite : système à déferlement, système à colonne d'eau oscillante, et des systèmes à corps oscillants.

- Les systèmes à déferlement : ils canalisent et concentrent les vagues pour augmenter leur hauteur et les faire déferler sur une pente afin de remplir un bassin dont le niveau moyen est au-dessus du niveau de la mer. L'évacuation de l'eau entraîne alors des turbines.
- Les systèmes à colonne d'eau oscillante : les vagues s'engouffrent dans une cavité remplie d'air. La montée de l'eau comprime l'air qui s'échappe par une ouverture sur la partie supérieure en actionnant une turbine. Lors de la descente de l'eau, il se produit alors une dépression qui actionne une nouvelle fois la turbine.
- Les systèmes à corps oscillants : on utilise la houle pour mettre en mouvement un ou plusieurs corps. Les mouvements peuvent se produire entre une partie fixe et une partie mobile ou être relatifs entre deux corps mobiles.

Ces différents systèmes peuvent être situés sur la côte (systèmes « *onshore* »), près des côtes, entre 0,5 et 2 km environ (systèmes « *nearshore* ») ou à plusieurs kilomètres des côtes (systèmes « *offshore* »).

La conversion d'énergie mécano-électrique peut être directe ou se faire par l'intermédiaire d'un système hydraulique avec un fluide sous pression.

On considère un système à corps oscillant avec une partie fixe au fond de l'eau et une partie mobile, comme par exemple le dispositif Oyster (cf. FIGURE 3 à gauche), dispositif dont la partie supérieure dépasse légèrement de l'eau, qui est testé au large de l'Écosse, ou comme le dispositif WaveRoller (cf. FIGURE 3 à droite), dispositif complètement immergé, développé par une société finlandaise et qui est testé au large du Portugal.

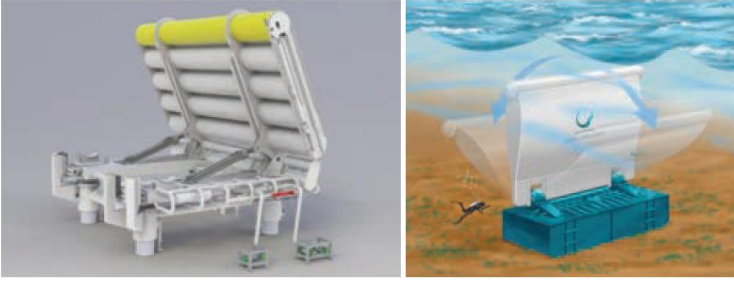


FIGURE 3 – Dispositifs Oyster (à gauche) et WaveRoller (à droite).

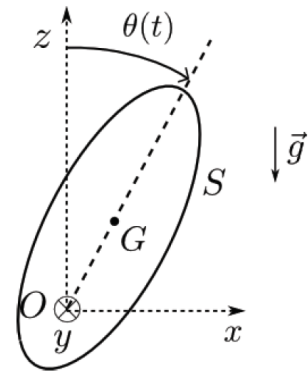


FIGURE 4 – Pendule pesant, notations.

### Problème

On modélise ce dispositif par un pendule pesant composé d'un solide  $\mathcal{S}$  en rotation autour de l'axe  $Oy$  et complètement immergé dans l'eau. Le pendule est fixé au sol (au fond de la mer) par un dispositif non représenté sur le schéma. Le point  $O$  est donc fixe par rapport au sol. Les mouvements ont lieu dans le plan vertical  $(xOz)$ . Les vecteurs unitaires  $\vec{u}_x$ ,  $\vec{u}_y$  et  $\vec{u}_z$  forment une base orthonormée directe (cf. FIGURE 4).

On note :

- $m$  la masse et  $V$  le volume du solide  $\mathcal{S}$  ;
- $J$  le moment d'inertie du solide par rapport à l'axe  $Oy$  ;
- $d$  la distance entre l'axe de rotation et le centre de gravité du solide  $d = OG$  ;
- $\rho_e$  la masse volumique de l'eau.

On suppose que :

- le référentiel terrestre est galiléen ;
- le centre de poussée (point d'application de la poussée d'Archimède) pour le solide  $\mathcal{S}$  est ici confondu avec son centre de gravité  $G$  ;
- il existe un couple résistant exercé au niveau de l'axe de rotation du pendule de moment par rapport à l'axe  $Oy$  :  $M_{Oy} = -\alpha \cdot \dot{\theta}$
- la houle exerce une force de la forme  $\vec{F} = \beta \cos(\omega t) \vec{u}_x$  en  $G$ .

**A1.** En raisonnant de manière qualitative sur les forces, déterminer la condition sur  $\rho_e$ ,  $m$  et  $V$  pour que, en absence de houle, la position d'équilibre stable du pendule corresponde à  $\theta = 0$ .

Cette question n'est pas indispensable pour la suite.

**A2.** Déterminer les moments des différentes forces s'exerçant sur le solide  $\mathcal{S}$  par rapport à l'axe  $Oy$ .

**A3.** Établir l'équation du mouvement du solide  $\mathcal{S}$ , c'est-à-dire l'équation différentielle vérifiée par  $\theta$ .

**A4.** On se place dans l'approximation des petits angles. Linéariser alors l'équation différentielle précédente.

On mettra l'équation sous la forme  $\ddot{\theta} + \lambda \dot{\theta} + \omega_0^2 \theta = f(t)$  et on précisera l'expression des différents termes  $\lambda$ ,  $\omega_0$  et  $f(t)$ .

On utilisera la forme canonique pour la suite des calculs.

**A5.** On se place en régime sinusoïdal forcé. On note  $\underline{\theta} = \theta_0(\omega) e^{j(\omega t + \varphi)}$  et  $\theta = \text{Re}(\underline{\theta})$ . Déterminer l'expression de  $\theta_0(\omega) = |\underline{\theta}|$ .

- A6.** La puissance récupérée est proportionnelle à  $\dot{\theta}^2$  : on note  $P_r(t) = \gamma \dot{\theta}^2$  la puissance récupérée instantanée. Donner l'expression de la puissance moyenne  $P_m$  récupérée en fonction de  $\omega$ .
- A7.** Tracer l'allure de  $P_m$  en fonction de  $\omega$ . Pour quelle pulsation y a-t-il résonance ?
- A8.** Calculer la pulsation propre  $\omega_0$  puis la période propre  $T_0$ .  
 Données : accélération de la pesanteur  $g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ ,  $d = 10 \text{ m}$ ,  $V = 1000 \text{ m}^3$ ,  
 $m = 300 \text{ t}$  et on prendra  $J \approx md^2$ .  
 $\rho_e = 1000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ .

### Problème n°3 : Rosetta et Philae

#### On indiquera clairement sur les courbes comment sont effectuées les mesures et on rendra la feuille annexe avec la copie

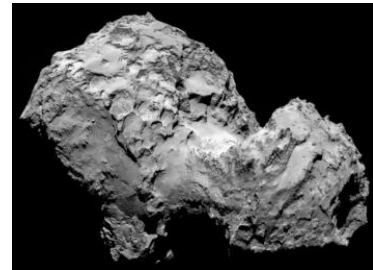
Rosetta est une mission spatiale de l'Agence spatiale européenne dont l'objectif principal est de recueillir des données sur la composition du noyau de la comète 67P/Tchourioumov-Guérassimenko et sur son comportement à l'approche du Soleil.

La sonde spatiale s'est placée en orbite autour de la comète puis, après une période d'observation de plusieurs mois, a envoyé le 12 novembre 2014 Philae, un petit atterrisseur, se poser sur sa surface pour analyser la composition de son sol et sa structure.

Le problème traite de la **descente du module Philae** vers la comète.

Données :

- masse de la comète :  $m_{com} = 1,0 \cdot 10^{13} \text{ kg}$
- masse volumique de la comète :  $\mu_{com} = 400 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$
- période de rotation propre de la comète :  $T_{com} = 12,4 \text{ h}$
- constante gravitationnelle :  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$
- distance de largage par rapport au centre :  $r_{larg} = 22,5 \text{ km}$
- masse de la sonde Rosetta :  $m_{ros} = 1500 \text{ kg}$
- masse de l'atterrisseur Philae :  $m_{ph} = 98 \text{ kg}$
- vitesse de la lumière dans le vide :  $c = 3,00 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$



Dans cette partie, la comète est modélisée par une boule homogène de masse  $m_{com}$  et de masse volumique  $\mu_{com}$ . La distance entre un point  $M$  et le centre  $O$  de la comète est notée  $r = OM$ .

#### A. Champ gravitationnel de la comète

A.1) Déterminer l'expression du rayon  $r_{com}$  de la boule équivalente à la comète.

On prendra pour la suite :  $r_{com} = 1814 \text{ m}$

A.2) Le champ gravitationnel  $\vec{g}_{com}$  dû à la comète, s'écrit  $\vec{g}_{com} = -G \frac{m_{com}}{r^2} \vec{e}_r$  (pour  $r > r_{com}$ ).

Vérifier par analyse dimensionnelle l'homogénéité de la relation obtenue.

A.3) Peut-on considérer le champ gravitationnel de la comète uniforme lors de la chute du module Philae, suite à son largage ? On justifiera quantitativement la réponse.

#### B. Trajectoire de Philae

##### Approche numérique de l'équation du mouvement

On étudie la chute libre de l'atterrisseur Philae, dans un référentiel dont l'origine est le centre  $O$  de la comète et qui tourne avec Rosetta, de sorte que le vecteur  $\vec{e}_r$  pointe constamment vers l'atterrisseur (accélération  $\vec{a} = \ddot{r} \vec{e}_r$ ). Ce référentiel peut être considéré comme galiléen.

B1) Etablir l'équation différentielle du mouvement de l'atterrisseur Philae, une fois séparé de Rosetta, en projection sur l'axe radial.

B2) Cette équation peut être résolue numériquement. On propose sur la feuille annexe une résolution utilisant la méthode d'Euler : compléter les 3 lignes de script notées « ligne à compléter ».

L'évolution temporelle de la distance  $r$  obtenue par résolution numérique est représentée sur la figure 1, à partir de la distance initiale  $r(t = 0) = r_{larg}$ , pour différentes vitesses verticales initiales  $v_0 = \dot{r}(t = 0)$ .

- B3) Déterminer à partir de la figure 1 la durée  $\tau_0$  de la chute de Philae s'il est abandonné par Rosetta avec une vitesse verticale nulle.
- B4) La durée réelle de la chute est  $\tau \approx 7 \text{ h}$ . En déduire la vitesse verticale initiale communiquée à l'atterrisseur.  
*Différentes trajectoires de phase sont représentées sur la figure 2, en fonction de la vitesse verticale initiale.*
- B5) Déterminer, par lecture graphique, la vitesse verticale atteinte par Philae au moment du contact avec la comète.

### Approche énergétique

*L'objectif est de retrouver la vitesse atteinte par l'atterrisseur au moment du contact avec la comète.*

- B6) Etablir l'expression de l'énergie potentielle gravitationnelle  $E_{p_{com}}$  d'un point matériel de masse  $m$  situé à la distance  $r > r_{com}$  du centre de la comète, en fonction de  $G$ ,  $m$ ,  $m_{com}$  et  $r$  (on fixe  $E_{p_{com}}(r \rightarrow \infty) = 0$ ).
- B7) Lors de la chute de Philae, préciser comment évolue l'énergie mécanique de l'atterrisseur.
- B8) En déduire, littéralement, la vitesse atteinte par l'atterrisseur lors du contact avec la comète.

### C. Philae à la surface de la comète

*On s'intéresse à présent au module Philae, une fois celui-ci posé sur la surface de la comète.*

- C1) Lors du largage de Philae, le 12 novembre 2014, plusieurs journalistes commentent l'événement : « Philae pèse  $1,7 \text{ g}$  sur la comète ». Qu'en pensez-vous ?

*La comète 67P/Tchourioumov-Guérassimenko tourne sur elle-même avec une période  $T_{com}$  dans le référentiel « cométocentrique » galiléen  $\mathcal{R}_0$ , dont l'origine est le centre  $O$  de la comète et dont les axes pointent vers des directions fixes..*

- C2) Le référentiel  $\mathcal{R}_{com}$  lié à la comète est-il galiléen ?

### D. Rosetta autour de la comète

*Avant de larguer l'atterrisseur Philae, la sonde Rosetta s'est rapprochée par paliers de la comète. Le 10 septembre 2014, elle se situe sur une orbite circulaire de rayon  $r_1 = 30 \text{ km}$ .*

- D1) Donner les expressions en coordonnées polaires de la vitesse et de l'accélération d'un point matériel  $M$  en mouvement circulaire.
- D2) Exprimer la vitesse  $v_1$  de la sonde en orbite circulaire de rayon  $r_1$  autour de la comète, en fonction de  $G$ ,  $m_{com}$  et  $r_1$ .
- D3) En déduire l'expression de sa période  $T_1$ .
- D4) Déterminer l'expression de l'énergie mécanique  $E_{m1}$  de la sonde sur cette orbite circulaire  
*La sonde parcourt, à partir du 8 octobre 2014, une orbite elliptique avec un apocentre  $A$  situé à la distance  $r_a = r_{max} = 20 \text{ km}$  du centre  $O$  de la comète et un péricentre  $P$  caractérisé par  $r_p = r_{min} = 10 \text{ km}$ . Le 15 octobre, la propulsion est utilisée pour placer la sonde sur une orbite circulaire de rayon  $r_p = 10 \text{ km}$ .*
- D5) Représenter sur un schéma l'orbite elliptique, en faisant apparaître le centre  $O$  de la comète, ainsi que les distances  $r_a$  et  $r_p$ .
- D6) Exprimer l'énergie mécanique de la sonde sur l'orbite elliptique.
- D7) Sur cette orbite, en déduire la vitesse  $v_p$  de Rosetta en  $P$ , en fonction de  $G$ ,  $m_{com}$ ,  $r_a$  et  $r_p$ .
- D8) Pour placer la sonde en orbite circulaire de rayon  $r_p$ , la propulsion est utilisée lorsque Rosetta est au péricentre. Déterminer l'expression de la variation de vitesse nécessaire. Doit-on accélérer ou freiner la sonde ?

## Problème n°4. La chimie du vin

On trouve déjà dans des textes du moyen âge, la trace de l'utilisation par les viticulteurs de composés soufrés pour faciliter la production de vin. Le dioxyde de soufre (E220) et ses dérivés (les sulfites) ont pour propriétés d'enrayer la prolifération de certaines levures et bactéries nuisibles à la vinification et de protéger le vin de l'oxydation.

### A. Structure des espèces soufrées

Le soufre est situé dans le tableau périodique à la 3<sup>ème</sup> ligne et la 16<sup>ème</sup> colonne.

1. Etablir sa configuration électronique dans son état fondamental et son numéro atomique. L'atome d'oxygène est situé au-dessus de lui dans la classification, en déduire sa configuration électronique.

En solution le dioxyde de soufre peut se retrouver sous la forme de  $\text{H}_2\text{SO}_3$  (aussi noté  $\text{SO}_2(\text{aq})$  et appelé acide sulfureux), de  $\text{HSO}_3^-$  (ion hydrogénosulfite) ou de  $\text{SO}_3^{2-}$  (ion sulfite).

2. Proposer un schéma de Lewis de l'ion sulfite  $\text{SO}_3^{2-}$  (l'atome central est l'atome de soufre).

L'acide sulfureux  $\text{H}_2\text{SO}_3$  est un diacide.

3. Ecrire les réactions correspondant respectivement à la première acidité (de constante  $K_{A1}$ ) et à la deuxième acidité (de constante  $K_{A2}$ ) et exprimer les constantes de chaque équilibre en fonction des concentrations.

4. Proposer alors un schéma de Lewis pour  $\text{H}_2\text{SO}_3$  et  $\text{HSO}_3^-$ .

### B. Propriétés acido-basiques

On désire titrer une solution de  $\text{H}_2\text{SO}_3$  de concentration inconnue  $C_0$  par de la soude ( $\text{Na}^+, \text{OH}^-$ ) de concentration  $C=0,01\text{mol}\cdot\text{L}^{-1}$  et suivre le titrage par pH-métrie.

Dans un bécher on introduit un volume  $V_0=5\text{mL}$  de la solution à titrer et on rajoute 20mL d'eau.

5. Pourquoi rajoute-t-on de l'eau ? Cela va-t-il modifier les volumes équivalents ?

6. Faire un schéma de l'expérience. Quelles électrodes choisit-on pour mesurer le pH ?

7. Ecrire les réactions successives de titrage. Déterminer les expressions de leurs constantes d'équilibre en fonction de  $K_{A1}$ ,  $K_{A2}$  et éventuellement de  $K_e$ , le produit ionique de l'eau.

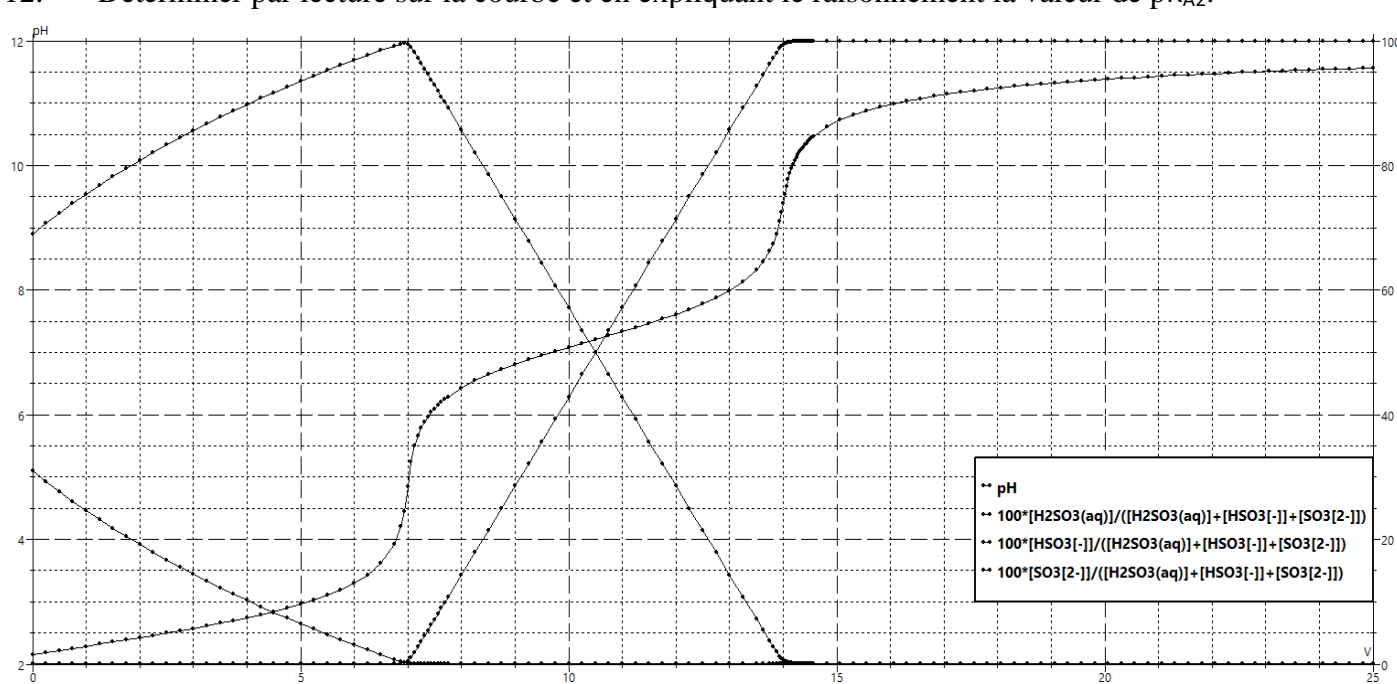
8. Déterminer par lecture sur la courbe la valeur des deux volumes équivalent en explicitant la méthode utilisée.

9. Déterminer les expressions reliant  $C_0$ ,  $C$ ,  $V_0$  et les volumes équivalents aux deux équivalences.

10. En déduire la concentration en acide sulfureux  $C_0$ .

11. En général, lors du dosage d'un acide faible par une base forte, on observe un point d'inflexion de la courbe de titrage avant le premier point équivalent ce qui n'est pas le cas ici. Proposer une explication (on pourra s'appuyer sur l'examen des courbes de répartition).

12. Déterminer par lecture sur la courbe et en expliquant le raisonnement la valeur de  $\text{p}K_{A2}$ .



## Problème 5 : Etude d'un corps pur sous deux phase

Le corps pur étudié est le corps pur eau ( $\text{H}_2\text{O}$ ).

Hypothèses de travail et données :

- l'eau gaz (vapeur sèche) et l'eau vapeur (en équilibre avec le liquide) peuvent être considérés comme des gaz parfaits ;
  - le volume de la phase liquide est négligé devant le volume de la phase vapeur ;
  - $P_{\text{sat}}(T)$  est la pression de vapeur saturante du corps pur eau, à la température  $T$  :
- $P_{\text{sat}}(\text{H}_2\text{O}, 373 \text{ K}) = 1,00 \times 10^5 \text{ Pa} = 1 \text{ bar}$ ;
- $M$  est la masse molaire de l'eau :  $M = 18,0 \times 10^{-3} \text{ kg}\cdot\text{mol}^{-1}$  ;
  - $R$  est la constante du gaz parfait :  $R = 8,31 \text{ J}\cdot\text{mol}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$  ;

### I) Diagrammes du corps pur

Les diagrammes  $P = f(T)$  et  $P = f(V)$ , représentés respectivement sur les figures 1 et 2, sont les diagrammes simplifiés, et non annotés, du corps pur eau.

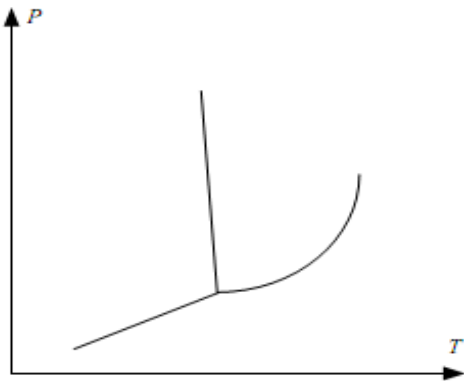


Figure 1

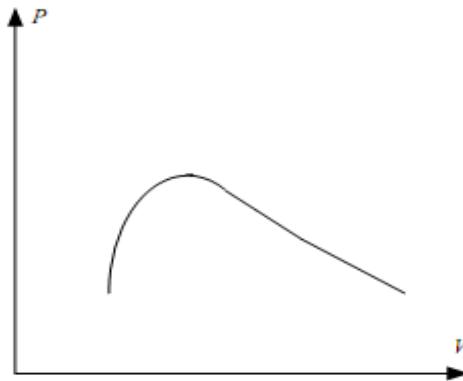


Figure 2

- 1) Recopier et compléter ces deux diagrammes (figure 1 et 2), en précisant le nom des différentes portions de courbes, ainsi que les phases présentes dans les différents domaines délimités. Situer le point critique  $C$  et le point triple  $T$ .
- 2) Tracer sur chacun des diagrammes une courbe isotherme de température  $T$  comprise entre  $T_T$  et  $T_C$ .

### II) Transformations d'une masse d'eau

Un récipient, de volume intérieur variable  $V$ , est constitué d'un cylindre muni d'un piston mobile sans frottement. Toutes les parois diathermes (non calorifugées) sont au contact d'une source de chaleur, de température constante  $T_{\text{ext}}$  (atmosphère par exemple).

1) Le piston est immobilisé provisoirement dans une position initiale telle que le volume intérieur du cylindre est  $V_i$ . Exprimer, en fonction des données de l'énoncé, la masse maximale  $m_{\text{max}}$  d'eau pure qui peut être injectée dans ce récipient, initialement vide, sans qu'apparaisse la phase liquide du corps pur eau.

2) La masse d'eau injectée, dans ce récipient vide, est  $m$  (avec  $m < m_{\text{max}}$ ).

2.1. Faut-il procéder, à partir du volume  $V_i$ , à une augmentation, ou à une diminution du volume du récipient, de manière isotherme, pour faire apparaître la première goutte de liquide (ou goutte de rosée) ?

2.2. Exprimer, en fonction des données de l'énoncé, le volume  $V_o$  d'apparition de la phase liquide.

2.3. Le volume  $V$  est modifié, toujours à partir de la valeur  $V_i$ , de manière quasi-statique (ou mécaniquement réversible), jusqu'à ce que les deux masses d'eau liquide  $m_l$  et d'eau vapeur  $m_v$ , en équilibre, soient égales :  $m_l = m_v = m/2$ . Exprimer, en fonction de  $V_o$ , le volume final  $V_f$ .

2.4. Représenter la transformation subie par la masse  $m$  de corps pur sur chacun des deux diagrammes précédents  $P = f(T)$  et  $P = f(V)$ .

### III) Calorimétrie. Cette partie est indépendante

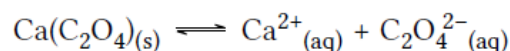
On notera  $c_0$  la capacité calorifique massique de l'eau. On justifiera les formules utilisées.

- 1) Un calorimètre contient une masse d'eau  $m_1$  à la température  $T_1$ . On y ajoute une masse d'eau  $m_2$  à la température  $T_2$ .
  - a) Déterminer en fonction de  $m_1$ ,  $m_2$ ,  $T_1$  et  $T_2$  la température d'équilibre  $T_0$  si l'on pouvait négliger la capacité thermique du vase calorimétrique et de ses accessoires ?
  - b) La température observée à l'équilibre est  $T_0'$  sensiblement inférieure à  $T_0$ . En déduire la valeur en eau  $\mu$  du vase et de ses accessoires.
  
- 2) On utilise le calorimètre précédent (vase, accessoires et masse d'eau  $m_1$ ). L'ensemble est à la température  $T_1$ . A l'instant initial, on introduit dans l'eau du calorimètre un morceau d'aluminium solide de masse  $m_0$  à la température  $T_3$ . On referme le calorimètre et on attend que la valeur de la température soit stabilisée. On note alors sa valeur  $T_4$ . Déterminer la capacité calorifique massique de l'aluminium  $c_{\text{Al}}$

#### Problème n° 6. Réactions de précipitation (Agro Veto) PTSI2

Boissons gazeuses aromatisées. Dissolution de 'cailloux rénaux »

L'oxalate de calcium  $\text{Ca}(\text{C}_2\text{O}_4)_{(s)}$  est un cristal ionique très peu soluble dans l'eau qui peut se former dans l'urine (à  $37^\circ\text{C}$ ) et produire des cristaux appelés calculs rénaux (on parle de lithiase urinaire). La réaction associée à cette transformation chimique est modélisée par l'équation bilan :



À la température  $T$  du corps,  $T = 37^\circ\text{C}$ , le produit de solubilité  $K_S$  de l'oxalate de calcium vaut  $2,0 \times 10^{-9}$ .

Lorsque les cristaux atteignent une taille suffisamment importante (de l'ordre de quelques millimètres), ils entraînent l'obstruction d'un uretère et la distension des cavités rénales par l'urine ce qui peut provoquer de violentes douleurs.

1) Calculer la solubilité de l'oxalate de calcium dans l'eau pure.

2) Dissolution des cristaux en milieu acide

L'acide oxalique  $\text{H}_2\text{C}_2\text{O}_4$  est un diacide dont on donne les  $\text{p}K_a$  à  $37^\circ\text{C}$  ci-dessous :

acide	acide oxalique $\text{H}_2\text{C}_2\text{O}_4$
$\text{p}K_a$	$\text{p}K_{a1} = 1,2$ $\text{p}K_{a2} = 4,3$

2.1. Expliquer pourquoi la solubilité de l'oxalate de calcium est plus importante dans un milieu acide que dans l'eau pure.

2.2. Déterminer la solubilité de l'oxalate de calcium dans une solution de  $\text{pH}=3$ .

3) Dissolution des cristaux par le citrate de sodium

La lime appelée communément « citron vert » appartient à la famille des agrumes et possède une forte acidité liée essentiellement à la présence d'acide citrique  $\text{H}_3\text{Cit}$ .

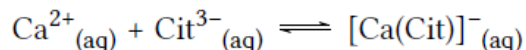
On donne ci-dessous les  $\text{p}K_a$  des trois couples associés à l'acide citrique.

acide citrique $\text{H}_3\text{Cit}$
$\text{p}K_{a1} = 3,1$ $\text{p}K_{a2} = 4,8$ $\text{p}K_{a3} = 6,4$

3.1. Tracer le diagramme de prédominance de l'acide citrique.

3.2. Le pH de l'urine étant de 7,4, quelle est l'espèce liée à l'acide citrique qui prédomine dans l'urine ?

Une des solutions pour dissoudre les calculs rénaux consiste à administrer du citrate ( $\text{Cit}^{3-}$ ) en général sous forme de citrate de sodium ( $\text{Na}^+$ ,  $\text{Cit}^{3-}$ ) totalement dissous. L'ion citrate,  $\text{Cit}^{3-}$ , forme avec l'ion calcium  $\text{Ca}^{2+}$  un complexe ionique selon la transformation chimique modélisée par l'équation bilan :



dont la constante d'équilibre  $\beta$  vaut  $5,0 \times 10^4$  à  $37^\circ\text{C}$ .

3.3. Expliquer pourquoi la solubilité de l'oxalate de calcium augmente quand on introduit du citrate de sodium totalement dissous.

3.4. A la limite de disparition de l'oxalate de calcium, la concentration en ions oxalate est égale à  $C = 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$ .

En déduire la concentration en ion calcium  $\text{Ca}^{2+}$  dans la solution.

Quelle est alors la quantité totale d'oxalate de calcium dissous ?

Montrer que le calcium se trouve alors majoritairement en solution sous forme de  $[\text{Ca}(\text{Cit})]^{-}$

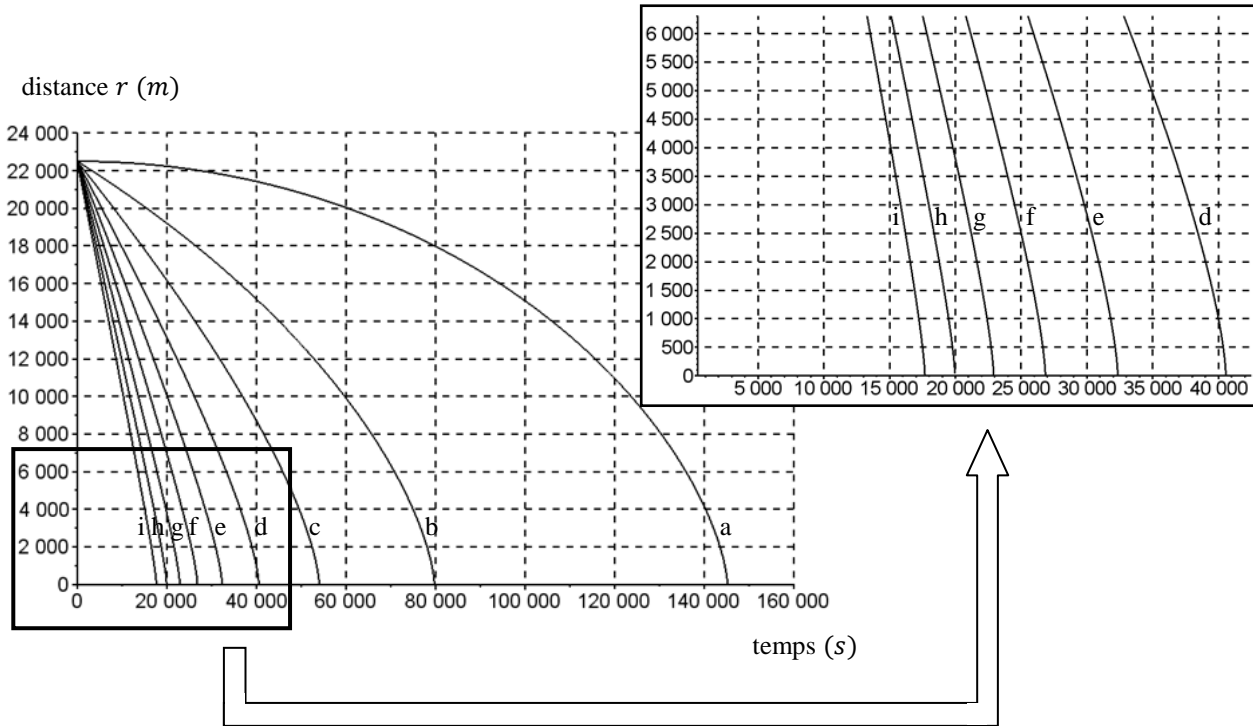
Déterminer alors la concentration en ion citrate  $\text{Cit}^{3-}$ .

NOM :

Annexe Problème n°3 : Rosetta et Philae

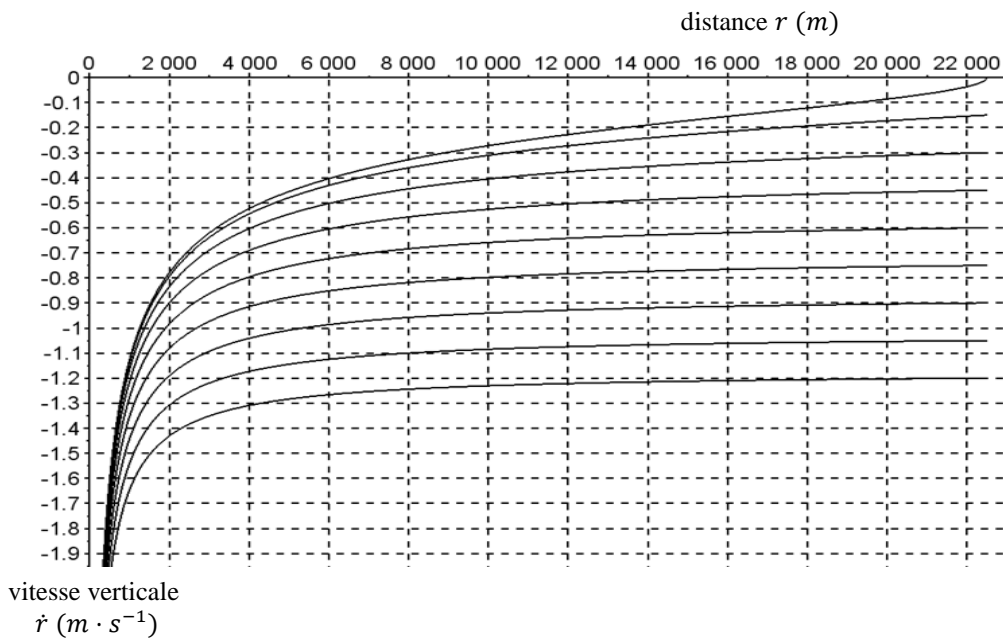
A rendre avec la copie.

Courbes à compléter



**Figure 1** - Evolution temporelle de l'altitude pour différentes vitesses initiales :

- |   |   |   |
|---|---|---|
| a : $v_0 = 0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$     | b : $v_0 = -0,15 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ | c : $v_0 = -0,30 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ |
| d : $v_0 = -0,45 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ | e : $v_0 = -0,60 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ | f : $v_0 = -0,75 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ |
| g : $v_0 = -0,90 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ | h : $v_0 = -1,05 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ | i : $v_0 = -1,20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ |



**Figure 2** - Trajectoires de phase pour différentes vitesses initiales

Script python à compléter

```

import matplotlib.pyplot as plt

G=6.67*10**(-11)
mcom=10**13
ro=22.5*10**3
derro=0

def euler(ti,tf,ro,derro,n):
    dt=(tf-ti)/n
    t=ti
    r=ro
    derr=derro
    les_t=[t]
    les_r=[r]
    les_derr=[derr]
    for k in range(n):
        t = #ligne à compléter

        derr = #ligne à compléter

        r = #ligne à compléter

        les_t.append(t)
        les_r.append(r)
        les_derr.append(derr)
    return(les_t,les_r,les_derr)

les_t,les_r,les_derr = euler(0,140000,ro,derro,1000000)

plt.plot(les_t,les_r,'r')
plt.xlabel('t(s)')
plt.ylabel('r(m)')
plt.title('r(t)')
plt.grid()
plt.show()

```