

I Sources de champ magnétique.....	2
1.) Topographie du champ magnétique.....	2
2.) Champ magnétique terrestre.....	2
3.) Champ créé par une spire ou un ensemble de spires circulaires.....	3
4.) Propriétés de symétrie et d'invariance de la distribution de courants.....	5
II Moment magnétique.....	6
1.) Boucle de courant plane (ou spire).....	6
2.) Aimant.....	7
III Actions d'un champ magnétique extérieur.....	7
1.) Rails de Laplace alimentés, plongés dans un champ magnétique extérieur uniforme.....	7
2.) Spire rectangulaire.....	9
3.) Action d'un champ magnétique extérieur sur un aimant.....	11



Isobares: courbes de  $m$  pression

Le "champ de pression" (distribution des pressions) est un champ scalaire

"Petits vecteurs" qui indiquent la direction et le sens du vent (et sa force) -

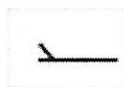
Le champ de vitesse du vent est un champ vectoriel  
 ⇒ lignes de champs

<http://www.culture-maritime.com/>

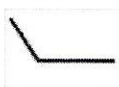
L'**hampe** indique la direction d'où vient le vent. Les **barbules** indiquent la vitesse en nœuds selon le code suivant :



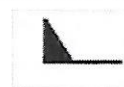
Vent nul



5 nœuds



10 nœuds



50 nœuds

I Sources de champ magnétique

1.) Topographie du champ magnétique

Ligne de champ magnétique : Courbe tangente en chacun de ses points au champ magnétique  $\vec{B}$  en ce point, orientée dans le sens du champ  $\vec{B}$ .

Spectre magnétique : Tracé des lignes de champ magnétique

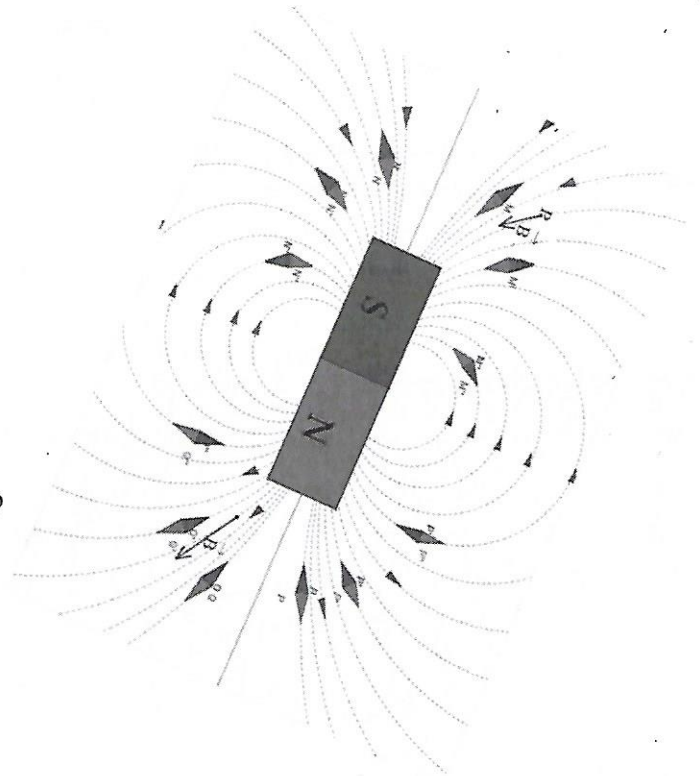
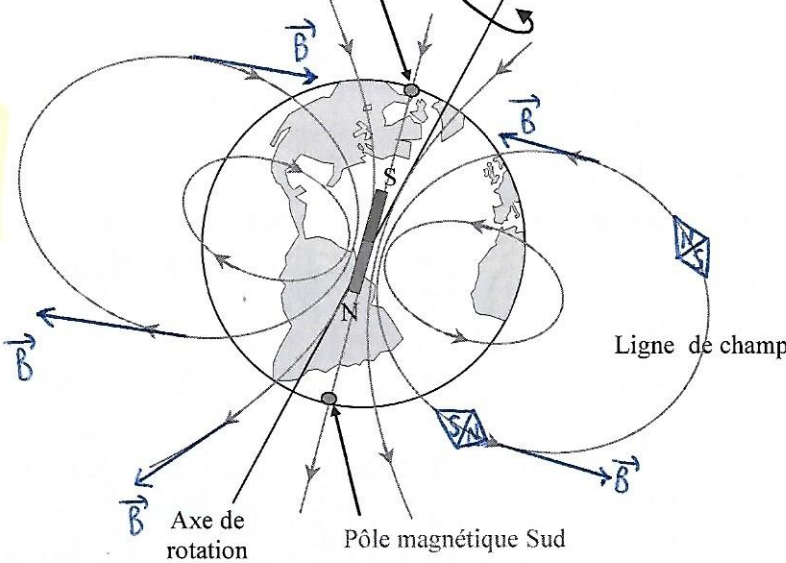
Obtention : - sonde à effet Hall ou "Teslamètre"

- petit aimant de boussole ou limaille de fer.

2.) Champ magnétique terrestre

Pôle magnétique Nord

Nord



Ordres de grandeurs :

Pour la Terre :  $B \approx 5 \cdot 10^{-5} \text{ T}$  \*\*\*

Pour un aimant :  $B \approx 0,1 \text{ à } 1 \text{ T}$

Pour les IRM :  $B \approx 3 \text{ T}$ .

Voir schéma dessus.

⚠ Pôles magnétiques Sud et Nord inversés par rapport aux pôles Nord et Sud de l'aimant

$\vec{B}$ , champ magnétique, sort du pôle Nord de l'aimant équivalent, et entre par le pôle Sud.

Le pôle Nord de l'aiguille aimantée pointe vers le pôle Sud de l'aimant équivalent.

Plus la norme du champ est élevée, plus les lignes de champs sont resserrées.

Unité du champ le Tesla :

$\vec{F} = q\vec{v} \wedge \vec{B}$  Force de Lorentz appliquée sur une particule de charge  $q$  de vitesse  $\vec{v}$ .

$$[F] = [qvB] \Rightarrow [B] = \frac{[F]}{[qv]}$$

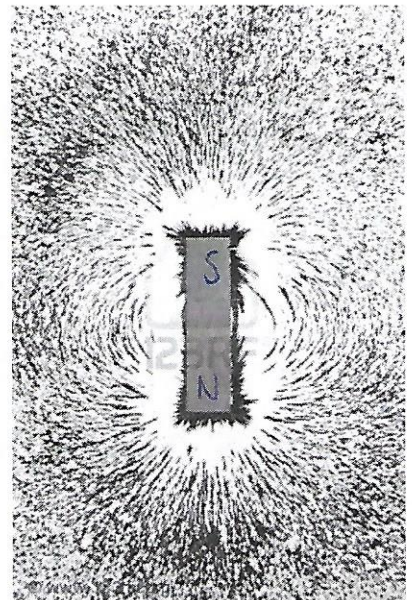
$$\Rightarrow [B] = \frac{[ma]}{[itv]}$$

$$\text{LFD: } \vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow [B] = \frac{[ma]}{[qv]}$$

$$\Rightarrow \mu_0 = \frac{\text{kg m s}^{-2}}{\text{A s m s}^{-1}} = \text{kg A}^{-1} \text{s}^{-2}$$

$$i = \frac{dq}{dt} \Rightarrow [i] = \left[ \frac{q}{t} \right] \Rightarrow [q] = [it]$$

$$[T] = \text{kg A}^{-1} \text{s}^{-2} \quad \triangle \text{ Nord en rouge, sud en } \dots$$



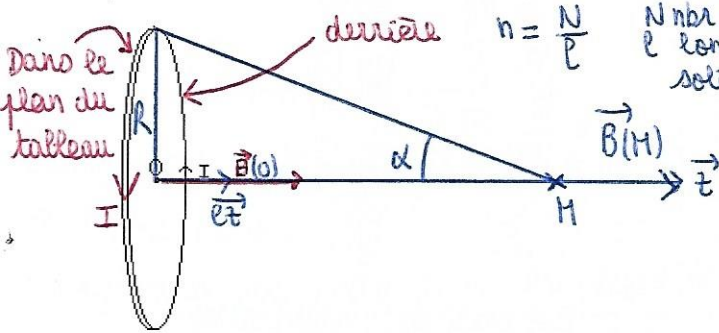
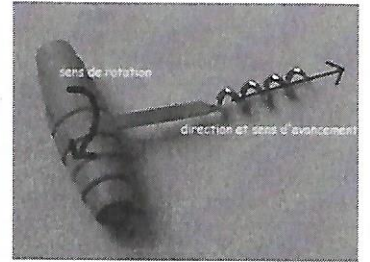
3.) Champ créé par une spire ou un ensemble de spires circulaires

Sur l'axe d'une spire,  $\vec{B}(M) = \frac{\mu_0 I}{2R} \sin^3 \alpha \vec{e}_z$  (champ uniforme loin des bords)

A l'intérieur d'un solénoïde,  $\vec{B} = \mu_0 n I \vec{e}_z$  \*\*\* (loin des bords)

$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H.m}^{-1}$  Perméabilité absolue du vide

$n = \frac{N}{l}$  Nbr de spires / longueur du solénoïde



Règle de la main droite (ou du tire-bouchon)

on tourne dans le sens de I, le pouce indique (ou le tire bouchon avance dans le sens de B)

Champs au centre de la spire

Au point O,  $\alpha = \frac{\pi}{2}$

$$\vec{B}(0) = \frac{\mu_0 I}{2R} \vec{e}_z$$

Bobine plate constituée de N spires, d'épaisseur  $E \ll R$ .  
 $\vec{B}_{\text{spires}} = N \vec{B}_{\text{spire}}$

Règle de la main droite utilisée dans l'autre "sens" sur le doc 2 : le pouce indique le courant sortant, on oriente la ligne de champs avec la règle de la main droite

Solénoïde : on tourne dans le sens de I, le pouce indique B.  
 Champs créé à l'ext analogue à celui créé par un aimant droit

Face Nord du Solénoïde :

Extrémité du solénoïde où sortent les lignes de champs

Face Sud du Solénoïde :

Extrémité du solénoïde où entrent les lignes de champs

Doc 3 :

Lignes de champs quasi parallèles au centre  
 $\Rightarrow$  champs uniforme

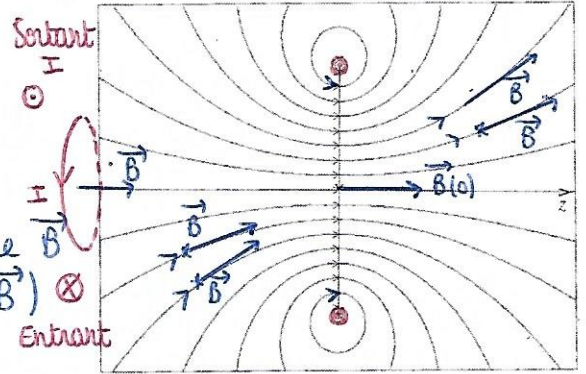
A-N: Solénoïde de TP :

N = 1000 spires jointives

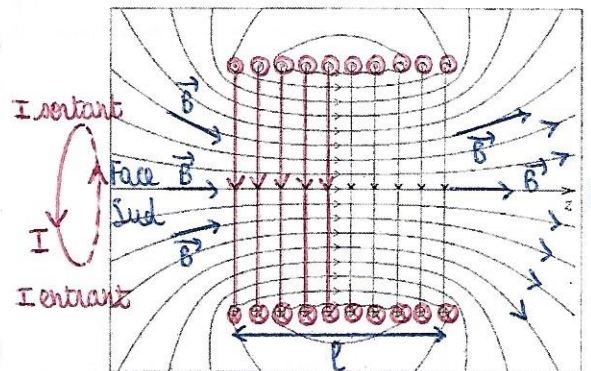
$l = 40 \text{ cm}$

$I = 0,5 \text{ A}$

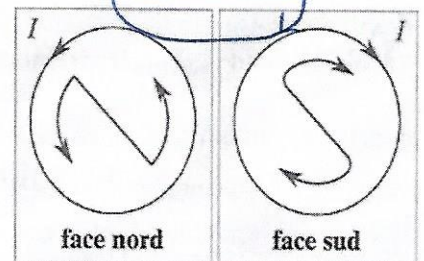
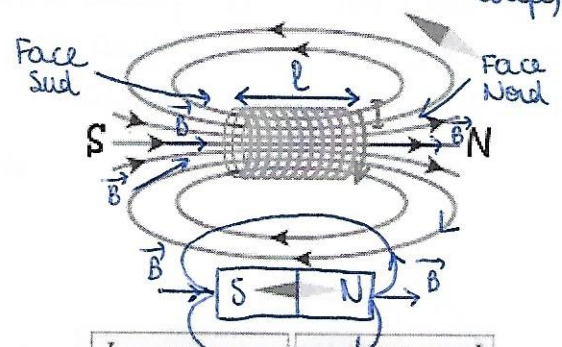
$A = 1,6 \times 10^{-3} \text{ T}$



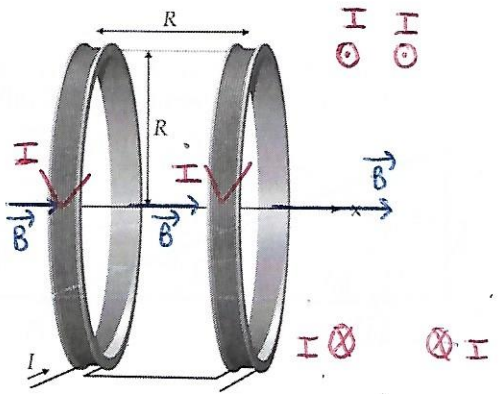
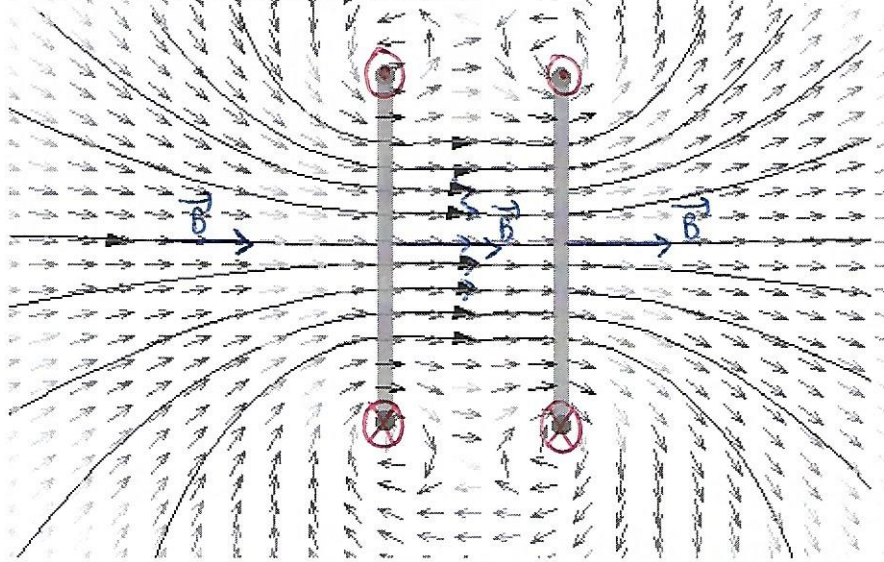
Doc. 2 . Lignes de champ magnétique d'une spire.



Doc. 3 . Lignes de champ magnétique d'un ensemble de dix spires parcourues par des courants identiques. (vue en coupe)



Cas particulier des bobines de Helmholtz

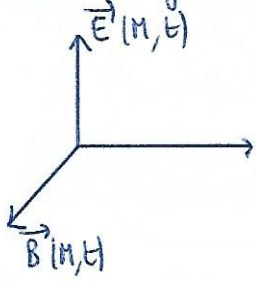
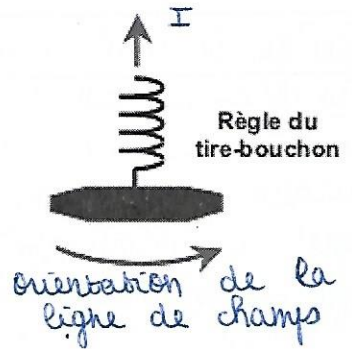
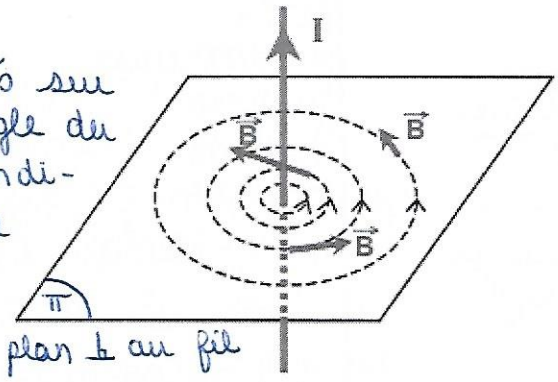


Bobines de Helmholtz :  
Lignes de champs // entre les deux bobines  $\Rightarrow$  champs uniforme

Deux bobines plates identiques, distantes de R.

Fil rectiligne :

Lignes de champs cercles centrés sur le fil, orientées par la règle du tire bouchon : le pouce indiquant I, on tourne dans le sens de la ligne de champ



Les lignes de champ tourbillonnent autour de leur source (courants). Sens : règle du tire-bouchon.  
Les lignes de champ sont en général fermées.

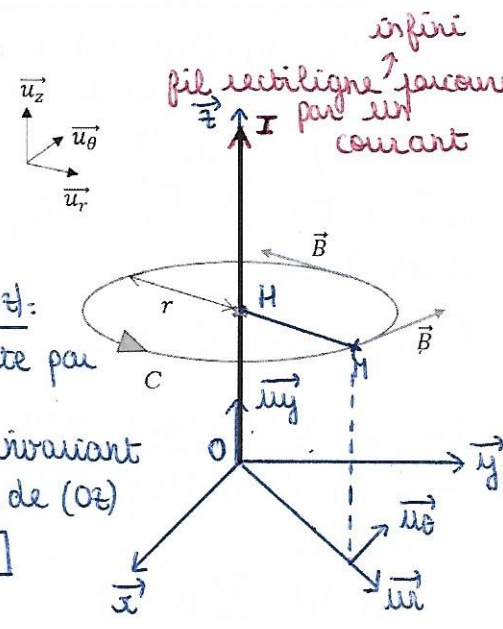
4.) Propriétés de symétrie et d'invariance de la distribution de courants

a) Invariances :

- On place un point M qui regarde la distribution
- On le déplace par translation le long de la distribution ou par rotation autour d'elle.

Si le point M voit la même distribution, il y a invariance de la distribution.

Le champ magnétique au point M ne dépendra pas de la coordonnée qui "produit" l'invariance. C'est le principe de Curie.



Coordonnées cylindriques  $M(r, \theta, z)$

$\Rightarrow B(r, \theta, z)$

Translation du point M le long de  $(Oz)$

Invariance de la distribution par translation

D'après le principe de Curie :

Cette invariance doit se retrouver sur le champ créé  $\Rightarrow B$  invariant par translation selon  $(Oz)$

$\Rightarrow B$  indépendant de  $z$

Rotation autour de  $(Oz)$  :

Distribution invariante par rotation

Principe de Curie  $\Rightarrow B$  invariant par rotation autour de  $(Oz)$

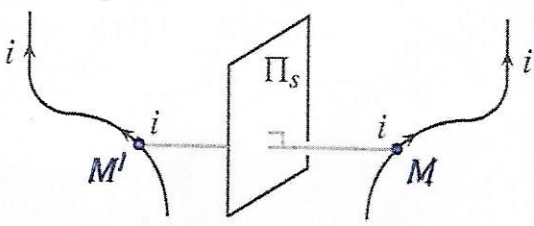
$\Rightarrow B$  indépendant de  $\theta$

$B(r)$

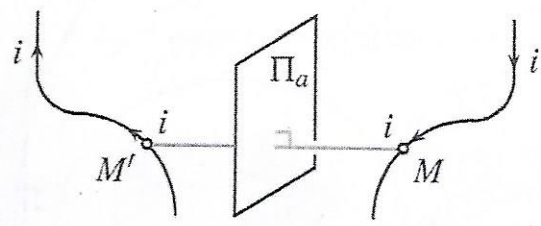
Les lignes de champ (tg  $B = \text{cste} \Rightarrow r = \text{cste}$ ) sont des cercles centrés sur le fil, orientés selon la règle du tire bouchon.

b) Symétries et antisymétries :

\*\*\*



$\Pi_s$  plan de symétrie



$\Pi_a$  plan d'antisymétrie

Pour 1 distribution de courants -

Figure 27.10 - Courants symétriques (à gauche) ou antisymétriques (à droite).

\*\*

- plan de symétrie : Si une distribution de courants admet un plan de symétrie  $\Pi_{sym}$ , alors le champ  $\vec{B}$  est orthogonal à ce plan.

En deux point M et M' symétriques par rapport à un plan de symétrie de la distribution, le champ magnétique en M' est l'opposé du symétrique du champ magnétique en M :  $\vec{B}(M') = -sym(\vec{B}(M)/\Pi_{sym})$ .

\*\*

- plan d'anti symétrie : Si une distribution de courants admet un plan d'antisymétrie  $\Pi_{antisym}$ , alors le champ  $\vec{B}$  est contenu dans ce plan.

En deux point M et M' symétriques par rapport à un plan d'antisymétrie de la distribution, le champ magnétique en M' est le symétrique du champ magnétique en M :  $\vec{B}(M') = sym(\vec{B}(M)/\Pi_{antisym})$ .

6 Plan qui contient la spire (gris clair):

= Plan de symétrie  $\Pi_0$  pour la distribution de courant (pas de courant en dehors du plan)  $\vec{B} \perp \Pi_0$

( $\vec{B}_4 \perp \Pi_0$  et  $\vec{B}_5 \perp \Pi_0$ ) -  $M_3$  et  $M_2$  sont sym / ( $\Pi_0$ )

$$\vec{B}_3 = -\text{sym}(\vec{B}_2 / \Pi_0)$$

Plan  $\perp$  à la spire passant par son centre

= plan d'antisymétrie ( $\Pi_a$ )

$$\vec{B} \in \Pi_a$$

(ex: en  $M_6$ ,  $\vec{B}_6 \in \Pi_a$ )

$M_1$  et  $M_2$  sym /  $\Pi_a$  :  $\vec{B}_2 = \text{sym}(\vec{B}_1 / \Pi_a)$

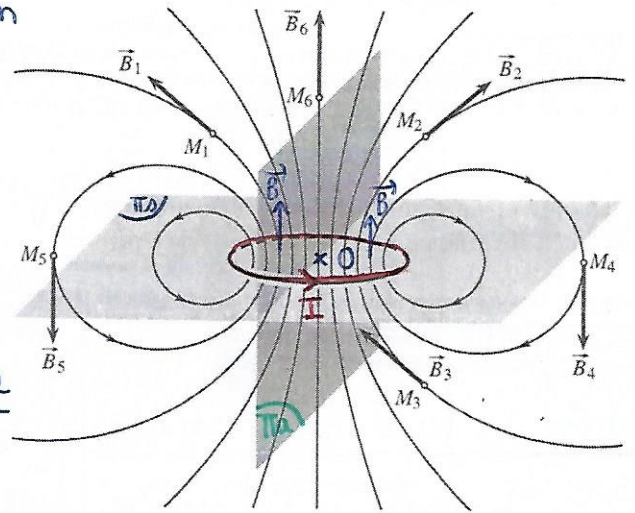


Figure 27.12 - Lignes de champ magnétique d'une spire circulaire.

## II Moment magnétique

### 1.) Boucle de courant plane (ou spire)

\*\*\* Vecteur surface :  $\vec{S} = S\vec{n}$

Moment magnétique d'une boucle de courant plane, parcourue par un courant I :

$$\vec{M} = I\vec{S} = IS\vec{n}$$

Contour délimitant la surface (S) orienté par I ou de façon arbitraire  $\rightarrow \vec{n}$  par la règle du tire-bouchon  
 $\vec{n} - \text{Am}^2$

A.N:

Bobine plate  $R = 6,5 \text{ cm}$

$$e \ll R \quad I = 2 \text{ A}$$

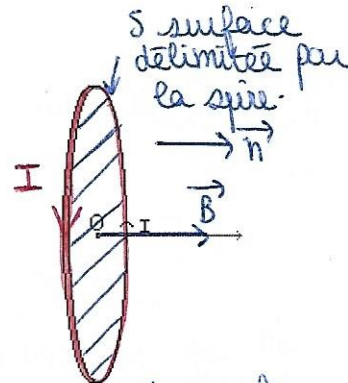
$$S = \pi R^2$$

$$\mathcal{N}_1 \text{ spire} = 2,6 \times 10^{-2} \text{ Am}^2$$

$$\mathcal{N} \text{ spires} = N \mathcal{N}_1 \text{ spire}$$

$$N = 100 \text{ spires}$$

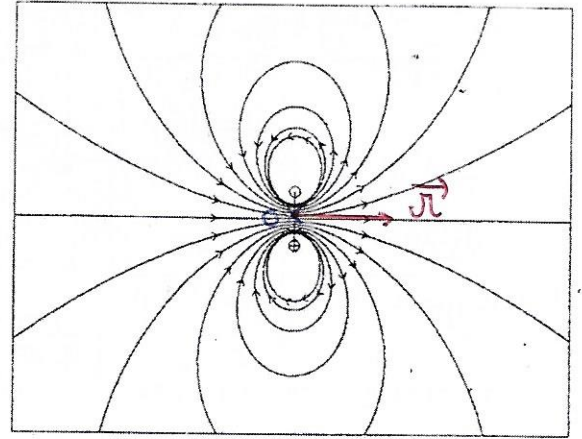
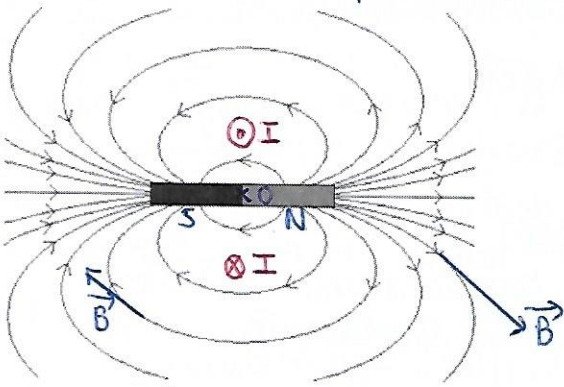
$$\mathcal{N}_{100 \text{ spires}} = 2,6 \text{ Am}^2$$



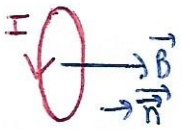
on tourne dans le sens de I, le pouce indique  $\vec{B}$  créé par la spire

2.) Aimant

Spire circulaire



$\mathcal{M} = 10A \cdot m^2$  pour un aimant usuel  
 $\mathcal{M} = 8 \cdot 10^{22} A \cdot m^2$  pour la terre



En s'éloignant suffisamment du dispositif (aimant ou courant),

on observe des lignes de champs identiques.

III Actions d'un champ magnétique extérieur

1.) Rails de Laplace alimentés, plongés dans un champ magnétique extérieur uniforme

Résultats expérimentaux : Les aimants et les fils parcourus par des courants s'attirent ou se repoussent suivant le pôle de l'aimant ou le sens du courant. Ils sont sources de champ magnétique  $\vec{B}$ .

Le champ magnétique se manifeste par des forces :

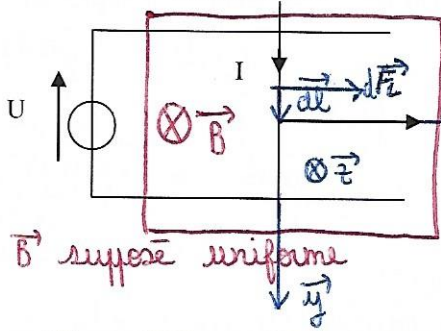
- une particule de masse  $m$ , de charge  $q$ , soumise à un champ  $\vec{B}$ , subit la force de Lorentz  $\vec{f} = q\vec{v} \wedge \vec{B}$
- une portion de circuit de longueur  $dl$  et parcourue par un courant  $I$ , plongée dans un champ, subit la force de Laplace élémentaire  $d\vec{f}_L = I d\vec{l} \wedge \vec{B}$ . \*\*

Un circuit de longueur  $l$  subit la force de Laplace  $\vec{f}_L = \oint d\vec{f} = \oint I d\vec{l} \wedge \vec{B}$ . \*\*

$q\vec{v} = \oint d\vec{f}_L = \oint I d\vec{l} \wedge \vec{B}$   
 $d\vec{l}$  orienté dans le sens de  $I$   
 Déplacement élémentaire :  
 $I = \frac{dq}{dt}$        $\vec{v} = \frac{d\vec{l}}{dt} \Rightarrow d\vec{l} = \vec{v} dt$   
 $\boxed{I d\vec{l}} = \frac{dq}{dt} \times \vec{v} dt = \boxed{dq \vec{v}}$   
 Laplace                      Lorentz.

Expérience de Laplace

Vue de dessus



$\vec{B}$  supposé uniforme

$$d\vec{F} = I d\vec{l} \wedge \vec{B}$$

$(I d\vec{l}, \vec{B}, d\vec{F})$  trièdre direct

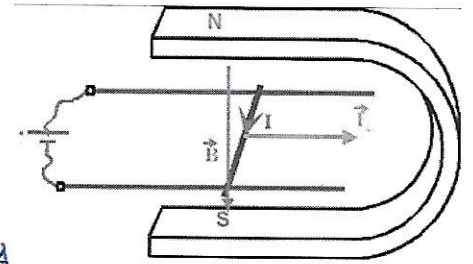
poince index majeur  
de la main droite

$$d\vec{F} = I dy \vec{e}_y \wedge B \vec{e}_z$$

$$d\vec{F} = I dy B \vec{e}_x$$

$$\vec{F} = \int_{[MN]} I dy B \vec{e}_x = I B \vec{e}_x \int_{[MN]} dy$$

$$\boxed{\vec{F} = I a B \vec{e}_x}$$
 où  $a = MN$   
distance entre les rails.



Force de Laplace agissant sur le segment [MN] parcouru par un courant I, plongé dans un champ uniforme  $\vec{B}$ .

$$\vec{F}_L = I \vec{MN} \wedge \vec{B}$$

Puissance de la force de Laplace :  $P_L = I \cdot B \cdot l \cdot v$

Règles d'orientation : Trièdre direct  $(I d\vec{l}, \vec{B}, d\vec{F})$  (règle des 3 doigts de la main droite)

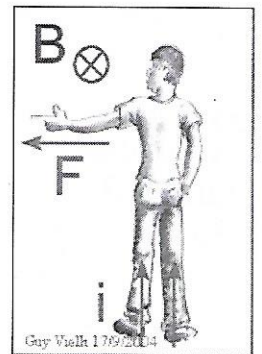
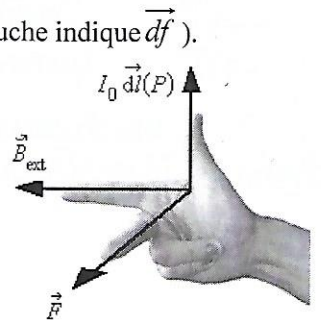
ou bonhomme d'Ampère (I le parcourant des pieds vers la tête, il regarde fuir  $\vec{B}$ , et son bras gauche indique  $d\vec{F}$ ).

$$\vec{F} = \int_{[MN]} I dy B \vec{e}_x = I B \vec{e}_x \int_{[MN]} dy$$

$$\boxed{\vec{F} = I a B \vec{e}_x}$$
 où  $a = MN$   
 $a =$  distance entre les rails

$$\boxed{\vec{F} = I \vec{MN} \wedge \vec{B}}$$

\* à connaître  
\* s'exerce au milieu  
\* de la tige



Tige en translation à la vitesse  $\vec{v}$ .

$$P_L = \vec{F}_L \cdot \vec{v} \quad \text{ou} \quad \vec{v} = v \vec{e}_x$$

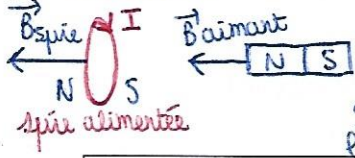
$$\boxed{P_L = I \times a \times B \times v} \quad \text{où} \quad a = MN$$



2.) Spire rectangulaire

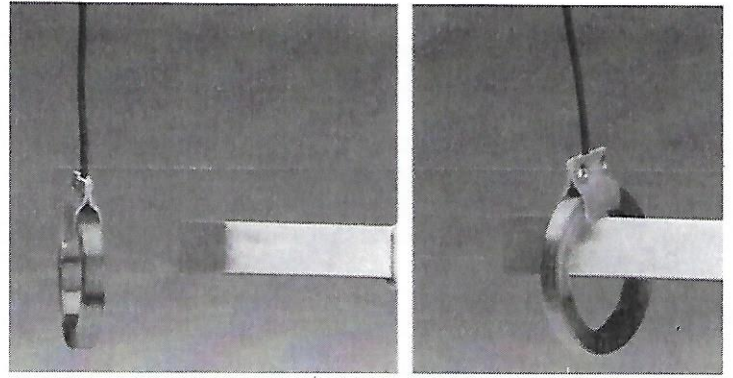
Exp) Spire circulaire alimentée par un courant.

La spire s'oriente / aimant, de façon à avoir sa normale colinéaire à l'aimant.



Net S s'attirent ⇒ la spire s'emboîte sur l'aimant

Si on change le sens de l'aimant, la spire est repoussée, se retourne et s'emboîte.



Propriété : Un circuit ou un aimant de moment magnétique  $\vec{M}$ , plongé dans un champ extérieur  $\vec{B}$  uniforme, subit un couple magnétique de Laplace de moment résultant  $\vec{\Gamma}_L = \vec{M} \wedge \vec{B}$ .

Résultat des forces de Laplace :

$\vec{F}_L = \sum \vec{F}_i$  les  $\vec{F}_i$  s'exercent au milieu de chaque segment.

$\vec{F}_1 = \vec{F}_{PQ} = I \vec{PQ} \wedge \vec{B} = Iab \vec{e}_y$

$\vec{F}_2 = \vec{F}_{QR} = I \vec{QR} \wedge \vec{B} = -\vec{F}_1$

$\vec{F}_3 = \vec{F}_{RS} = I \vec{RS} \wedge \vec{B} = -\vec{F}_2$

$\vec{F}_4 = \vec{F}_{SP} = I \vec{SP} \wedge \vec{B} = -\vec{F}_3$

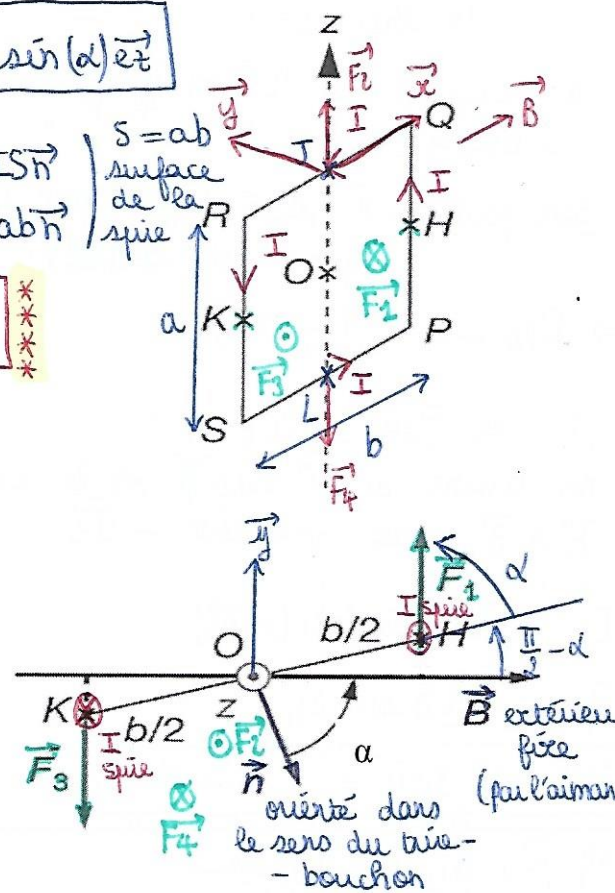
$\vec{F}_L = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4$

⇒  $\vec{F}_L = \vec{0}$

$\vec{\Gamma}_L = IabB \sin(\alpha) \vec{e}_z$

$\vec{\mathcal{M}} = I\vec{S} = IS\vec{n}$   
 $\vec{\mathcal{M}} = Iab\vec{n}$

$\vec{\Gamma}_L = \vec{\mathcal{M}} \wedge \vec{B}$   
 à connaître



Moment résultant des actions de Laplace :

$\vec{\Gamma}_L$  au point O

$\vec{\Gamma}_O(\vec{F}_1) = \vec{OH} \wedge \vec{F}_1 = \frac{b}{2} \times F_1 \sin(\alpha)$

$\vec{\Gamma}_O(\vec{F}_1) = \frac{b}{2} I a B \sin(\alpha) \vec{e}_z$

$\vec{\Gamma}_O(\vec{F}_2) = \vec{OJ} \wedge \vec{F}_2 = \vec{0}$  car colinéaires

$\vec{\Gamma}_O(\vec{F}_3) = \vec{OK} \wedge \vec{F}_3$   
 $= (-\vec{OH}) \wedge (-\vec{F}_1)$   
 $= \vec{OH} \wedge \vec{F}_1$

$\vec{\Gamma}_O(\vec{F}_3) = \vec{\Gamma}_O(\vec{F}_1)$

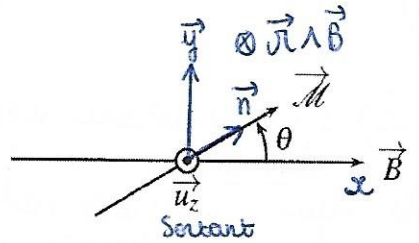
$\vec{\Gamma}_O(\vec{F}_4) = \vec{OL} \wedge \vec{F}_4 = \vec{0}$  car colinéaires

$\vec{\Gamma}_L = \sum \vec{\Gamma}_O(\vec{F}_i) = 2 \vec{\Gamma}_O(\vec{F}_1)$

# Spire en rotation autour d'un

10 axe fixe.

Coordonnées cylindriques avec  $\vec{B}$  suivant  $\vec{e}_z$  ( $\vec{B}$  stationnaire uniforme = cste)



## Théorème du moment cinétique / axe fixe:

$J\Delta\dot{\theta}$  : moment d'inertie de la spire autour de l'axe.

$J\Delta\ddot{\theta} = \Gamma_z$  moment résultant des forces appliquées à la spire en projeté sur  $Oz$ .

Spire soumise à

-  $\Gamma_L$  : Moment résultant des actions de Laplace.

- on suppose la liaison parfaite :  $\Gamma_{liaison} = 0$

- Son poids =  $\vec{P}$  porté par l'axe (si la spire est centrée).

$\Rightarrow \Gamma_P = 0$  (cf. MC5)

THC :  $\Rightarrow J\Delta\ddot{\theta} = \Gamma_L z$

on tourne de  $\vec{H}$  vers  $\vec{B}$   $\Rightarrow$  le résultat  $\vec{H} \wedge \vec{B}$  est suivant  $-\vec{u}_z$

$$\vec{\Gamma}_L = \mathcal{N}B \sin(\theta) (-\vec{u}_z)$$

$$\Gamma_L = -\mathcal{N}B \sin(\theta)$$

$$\boxed{\text{THC} \Rightarrow J\Delta\ddot{\theta} = -\mathcal{N}B \sin(\theta)}$$

Rq :  $\vec{\pi}$ ,  $\vec{B}$ ,  $\vec{\pi} \wedge \vec{B}$  direct.

poince index  $\hookrightarrow$  majeur de la main droite ou règle du tire bouchon

À l'équilibre on aura  $\Gamma_L z = 0$

$$\Rightarrow \sin(\theta) = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{H} \parallel \vec{B}}$$

Puissance des actions de Laplace:

$$\boxed{P_L = \Gamma_L z \dot{\theta} = \Gamma_L z \omega}$$
 pour 1 rotation autour d'un axe fixe.

3.) Action d'un champ magnétique extérieur sur un aimant

$\vec{\pi}$  moment magnétique d'un aimant  
 $\Rightarrow$  L'aimant est soumis au couple résultant des actions de Laplace.

$\vec{\Gamma}_L = \vec{\pi} \wedge \vec{B}$  Tend à aligner  $\vec{\pi}$  avec  $\vec{B}$

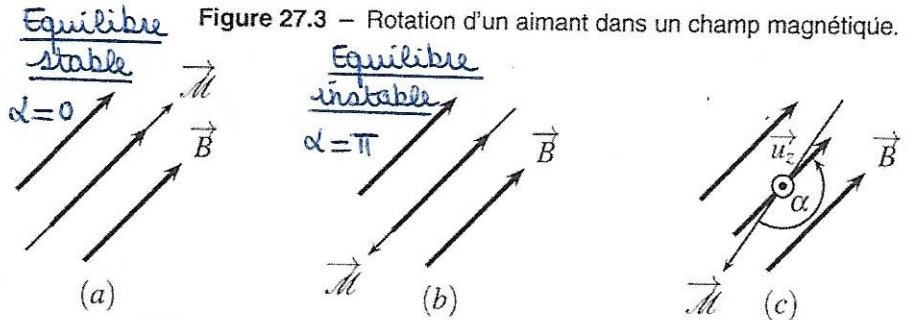
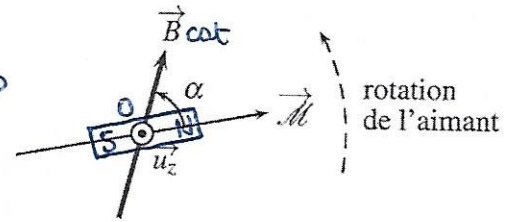


Figure 27.4 – Stabilité de la position d'un aimant dans un champ magnétique, cas (a) parallèle (b) antiparallèle (c) antiparallèle perturbé.

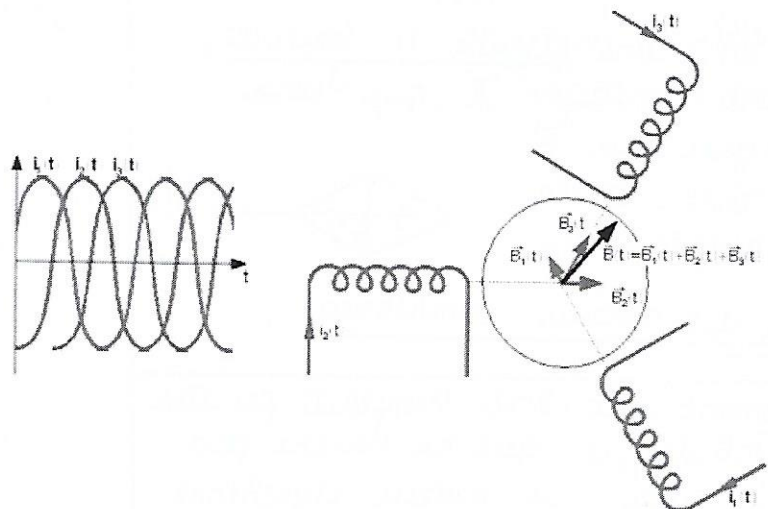
Effet moteur d'un champ magnétique tournant cf TP induction

Expérience

Soient trois bobines fixes, dont les axes sont décalés de  $\frac{2\pi}{3}$ .

On les alimente par un réseau triphasé équilibré. Placé au centre de ce système, une aiguille aimantée (petit aimant mobile) se met à tourner dès lors que le système est alimenté.

On remarque que suivant que l'on alimente les bobines par un système direct ou indirect de tensions, l'aiguille aimantée tourne dans un sens ou l'autre. De plus sa vitesse de rotation dépend de la fréquence d'alimentation des bobines.



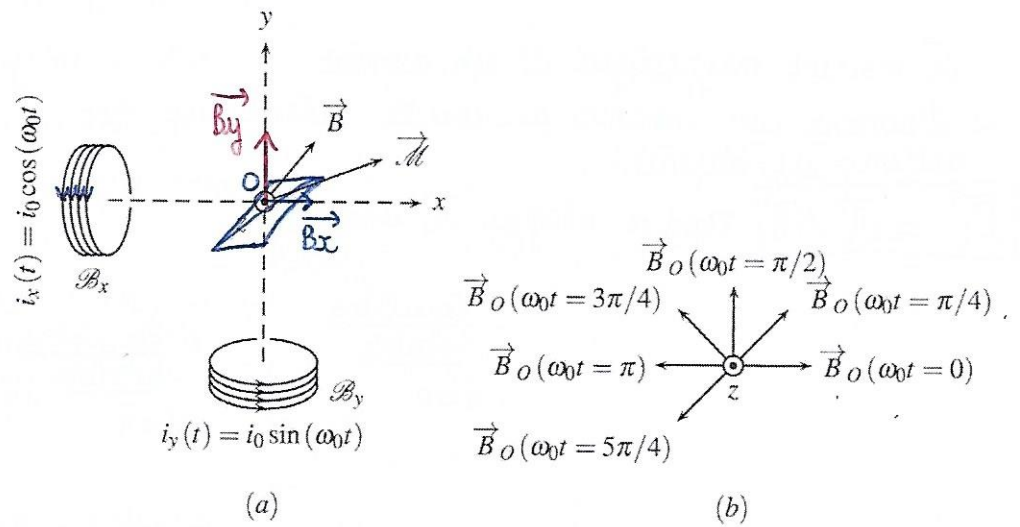


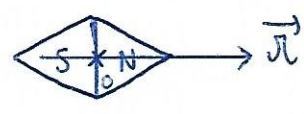
Figure 27.6 - Champ magnétique tournant et moment dipolaire : (a) dispositif expérimental, (b) champ tournant.

$i_x$  et  $i_y$  sont deux courants en quadrature (i.e. déphasés de  $\frac{\pi}{2}$  ou  $\frac{\pi}{4}$ )  
 $B_x$  parcourue par  $i_x(t)$  crée en O un champ  $\vec{B}_x$ , selon (Ox) proportionnel à  $i_x(t)$

$\vec{B}_x = K i_x \vec{e}_x$   
 de même  $B_y$  crée  $\vec{B}_y = K i_y \vec{e}_y$   
 Th de superposition Au point O  
 $\vec{B}_O = \vec{B}_x + \vec{B}_y$   
 $= K i_x \vec{e}_x + K i_y \vec{e}_y$   
 $= K i_0 \cos(\omega_0 t) \vec{e}_x + K i_0 \sin(\omega_0 t) \vec{e}_y$

$\vec{B}_O = K i_0 [\cos(\omega_0 t) \vec{e}_x + \sin(\omega_0 t) \vec{e}_y]$   
 on a créé un champ tournant autour de (Oz) à la vitesse angulaire  $\omega_0$  (figure b)

on place en O une aiguille de boussole, de moment magnétique  $\vec{\pi}$ , qui tend à s'aligner sur  $\vec{B}$   
 $\Rightarrow$  elle tourne à la vitesse angulaire  $\omega_0$



Principe des moteurs synchrones:

Rq: L'aimant peut être remplacé par une cage métallique, qui ne tourne pas à la même vitesse  $\Rightarrow$  moteur asynchrone.

Rqd: K dépend uniquement de facteurs géométriques = il est identique si les bobines sont vues sous le même angle du point O ( $\Rightarrow$  sont à la même distance)