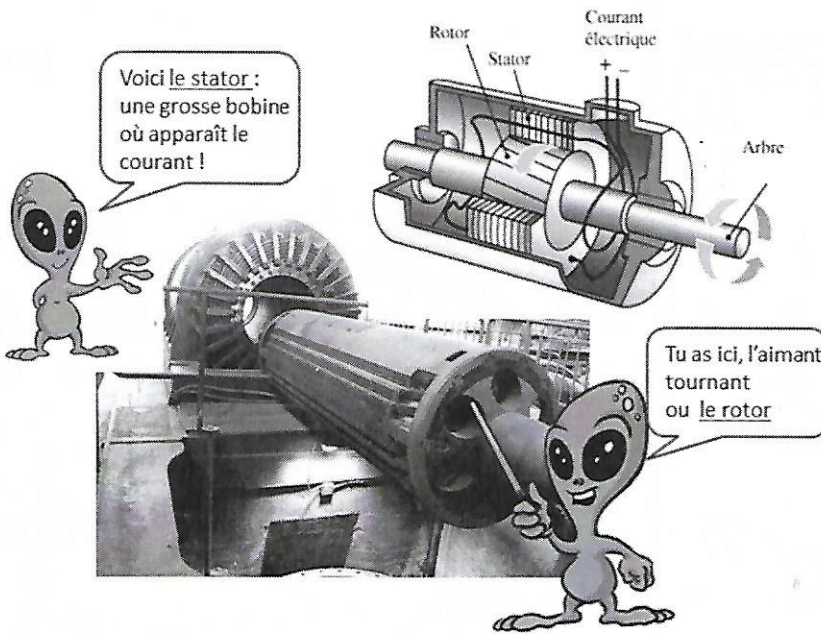


MA3 Circuit mobile dans un champ magnétique stationnaire extérieur

- I Conversion de puissance mécanique en puissance électrique 1
 - 1.) Rails de Laplace générateurs de courant:..... 1
 - 2.) Alternateur : 3
- II Conversion de puissance électrique en puissance mécanique 5
 - 1.) Rails de Laplace récepteurs : 5
 - 2.) Convertisseurs électromécaniques : Machine à courant continu : 7
 - 3.) Application : le haut-parleur électrodynamique : 9



Champ magnétique stationnaire extérieur

<https://kidiscience.cafe-sciences.org/articles/comment-produit-t-on-lelectricite-partie-ii/>

I Conversion de puissance mécanique en puissance électrique

1.) Rails de Laplace générateurs de courant:

a) Mise en équation

Vue de dessus:

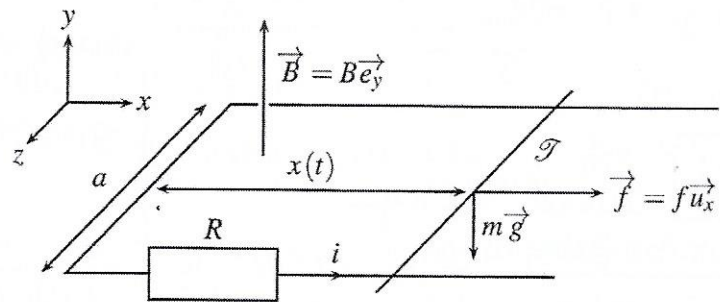
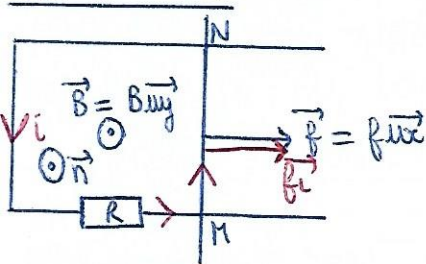


Figure 30.1 – Rails de Laplace générateurs.

Hyp: \vec{B} stationnaire uniforme
Pas de géné ext dans le circuit

$\vec{a} \text{ à } t=0, \vec{i}=0$

On tire sur la tige avec une force de traction unité \vec{f} . (exercée par la chute d'une masse avec 1 poulie)

\Rightarrow Variation de la surface du circuit traversée par les lignes de champs
 \Rightarrow Varias de flux \Rightarrow fem induite

⚠ orientation: \vec{n} pris de façon arbitraire dans le sens de \vec{B} .
 \vec{i} orienté par la règle de la main droite.
 $\Rightarrow \vec{f}_L = i \vec{KN} \wedge \vec{B}$

fem induite: Loi de Faraday $\mathcal{e} = -\frac{d\phi}{dt}$

HYP: Le circuit coupe les lignes de champ lors de son déplacement

HYP pour la loi de Faraday

Rq importante: Dans le cas des rails 2 de Laplace, on néglige $\frac{d\phi}{dt}$ devant $\frac{d\phi}{dt}$ lié au mouvement de la tige \Rightarrow on néglige l'inductance.

$$\phi = \iint \vec{B} \cdot d\vec{S} = \vec{B} \cdot \vec{S} \quad \text{pour 1 surface plane avec champ uniforme.}$$

$$\phi = \vec{B} S \vec{n} = BS = Bax \quad \text{où } S = ax$$

$$e = -\frac{d\phi}{dt} = \frac{d}{dt}(Bax)$$

$$B \text{ stationnaire } \Rightarrow e = -Ba \frac{dx}{dt}$$

$$e = -Bav \quad (1)$$

Equation de maille :

$$e - Ri = 0 \quad (EE)$$

Equation électrique

$$\Rightarrow -Bav - Ri = 0$$

$$\Rightarrow i = \frac{-Bav}{R} \quad (1')$$

$$\vec{f}_L = i \vec{n} \wedge \vec{B} \Rightarrow \vec{f}_L = iaB \vec{x} \quad (2)$$

LFD appliquée à la tige dans le ref terrestre sup galiléen

$$m \frac{dv}{dt} = \vec{f} + \vec{f}_L + \vec{P} + \vec{R}_N$$

En projection (ax)

$$m \frac{dv}{dt} = f + f_L \quad (EM) \quad \text{Equation mécanique}$$

en négligeant les frottements.

$$(1) \Rightarrow \vec{f}_L = \left(-\frac{Bav}{R}\right) \times aB \vec{x} = -\frac{B^2 a^2}{R} v \vec{x}$$

\vec{f}_L s'oppose à la vitesse, causée par f (loi de Lenz)

$$(EM) \Rightarrow m \frac{dv}{dt} = f - \frac{B^2 a^2}{R} v$$

$$\Rightarrow \frac{dv}{dt} + \frac{B^2 a^2}{Rm} v = \frac{f}{m} \quad \text{conste}$$

CI: à $t=0, v=0$

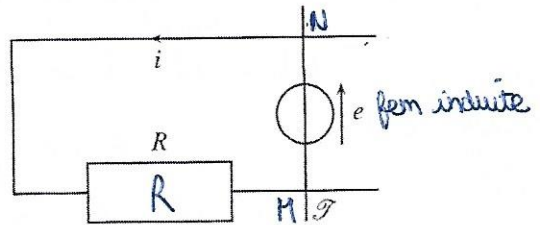
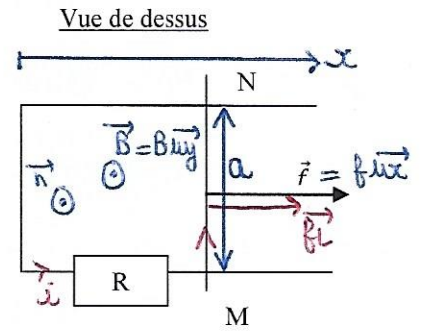
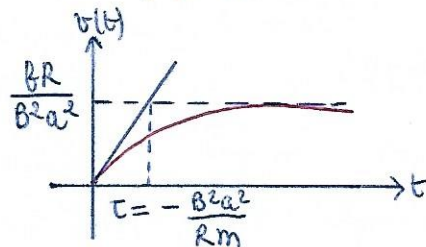


Figure 30.3 - Schéma électrique équivalent.

$$v(t) = A \exp\left(-\frac{B^2 a^2}{Rm} t\right) + \frac{fR}{B^2 a^2}$$

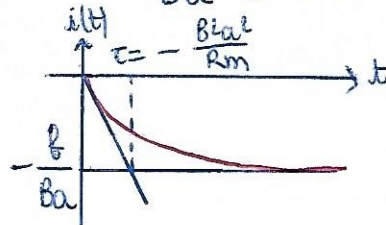
$$v(t=0) = 0 \Rightarrow A = -\frac{fR}{B^2 a^2}$$

$$\Rightarrow v(t) = \frac{fR}{B^2 a^2} \left[-\exp\left(-\frac{B^2 a^2}{Rm} t\right) + 1\right]$$



$$\text{ou } i(t) = -\frac{Ba}{R} v(t)$$

$$\Rightarrow i(t) = -\frac{f}{Ba} \left[-\exp\left(-\frac{B^2 a^2}{Rm} t\right) + 1\right]$$



$i < 0$
Donc f_L est suivant $-\vec{x}$
Elle s'oppose à la force de traction (loi de Lenz)

Rq: f_L est proportionnelle à la vitesse

$$\vec{f}_L = -\alpha v \vec{x} \quad \text{où } \alpha > 0$$

équivalent à 1 force de frottement fluide

b) Bilan de puissance:

$$(EE) e = Ri \quad \text{où } e = -Bav \quad (1)$$

$$(EM) m \frac{dv}{dt} = f + f_L \quad \text{où } f_L = iaB \quad (2)$$

$$(EE) xi = \boxed{e_i = Ri^2} \quad \text{P fem induite = P dissipée par effet Joule}$$

Suite cours #1 =

$$(EM) \times v = m v \frac{dv}{dt} = f v + f_L v$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{dE_c}{dt} = P_{\text{force motrice}} + P_{\text{force de Laplace}}} \quad (4)$$

$$(1) \times i = e i = -B a v i$$

$$(2) \Rightarrow e i = -f_L v$$

$$P_{\text{em induite}} = -P_{\text{force de Laplace}}$$

$$(5) \Rightarrow \boxed{P_{\text{em}} + P_{\text{fL}} = 0} \quad \begin{matrix} * \\ * \end{matrix} \text{ Résultat généralisable}$$

$$P_{\text{fL}} = -P_{\text{em}} \stackrel{(3)}{=} -P_{\text{Joule}}$$

$$(4) \Rightarrow \frac{dE_c}{dt} = P_{\text{mot}} - P_{\text{Joule}}$$

$$\Rightarrow \boxed{P_{\text{motrice}} = \frac{dE_c}{dt} + P_{\text{Joule}}}$$

Puissance de la force motrice

Mise en mouvement de la tige

Création d'un courant induit, dissipée par effet Joule de R.

Au bout de 5π , $v = \text{cste}$ = la puissance de la force motrice est dissipée par effet Joule.

Rq: Freinage par courant de FOUCAULT

$$\vec{f}_L = -d v \vec{u}_x \quad \text{force de freinage, sans contact.}$$

Evite les phénomènes d'usure + chaleur dégagée moins importante.

\Rightarrow Utilisés sur les TGV, les camions, les métros (avec récupération d'énergie lors du freinage, pour convertir E_c en énergie électrique) (cf TP induit)

Suite cours #2:

$$\begin{aligned} \langle \sin(\omega t) \cos(\omega t) \rangle_T &= \frac{1}{T} \int_0^T \sin(\omega t) \cos(\omega t) dt \\ &= \frac{1}{T} \int_0^T \frac{\sin(2\omega t)}{2} dt \\ &= \frac{1}{2T} \left[-\frac{\cos(2\omega t)}{2\omega} \right]_0^T \\ &= \frac{1}{4T\omega} \left[-\cos\left(2\omega \times \frac{2\pi}{\omega}\right) + \cos(0) \right] \end{aligned}$$

2.) Alternateur :

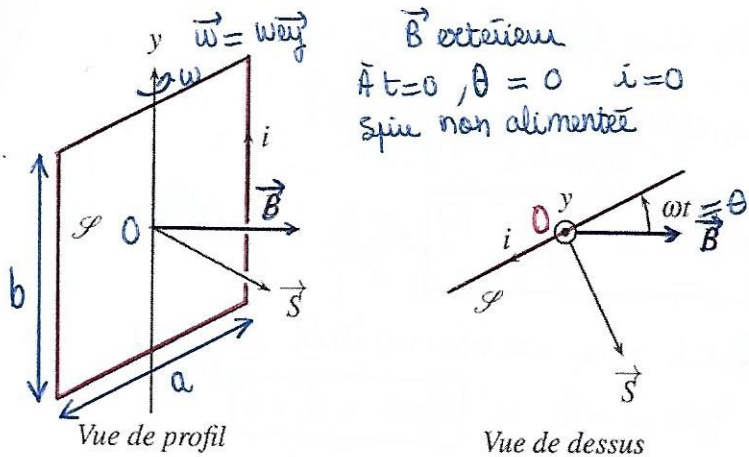


Figure 30.5 - Schéma de principe d'un alternateur.

a) Mise en équation

Spire rectangulaire $S=ab$, non alimentée, dans \vec{B} ext stationnaire, uniforme, entraînée en rotation par un moteur non représenté à ω vitesse angulaire cste

$\omega = \frac{d\theta}{dt} = \text{cste} \Rightarrow \theta = \omega t$ ($\theta=0$ à $t=0$)

\Rightarrow variation et flux \Rightarrow fem induite \Rightarrow courant induit pour 1 circuit fermé

HYP: Le circuit coupe les lignes de champs lors de son déplacement.

Loi de Faraday: $e = -\frac{d\phi}{dt}$

Orientation: Pour $\theta > 0$, \vec{n} du côté de \vec{B} (de façon arbitraire). i donné par la règle du tire-bouchon. e CVG/ i

Rq importante: Alternateur constitué d'un bobinage comportant de nombreuses spires \Rightarrow on ne peut pas négliger $\frac{d\phi_p}{dt}$ devant $\frac{d\phi}{dt}$ lié au mouvement \Rightarrow inductance propre non négligeable. $\phi_{spires} = N \times \phi_{1\text{spire}}$ Ici on fait le calcul sur 1 spire

30.6
 • flux $\phi = \iint \vec{B} \cdot d\vec{S} = \vec{B} \cdot \vec{S}$ pour une spire plane dans B uniforme.
 $\phi = BS \cos\left(\frac{\pi}{2} - \omega t\right) = BS \sin(\omega t)$

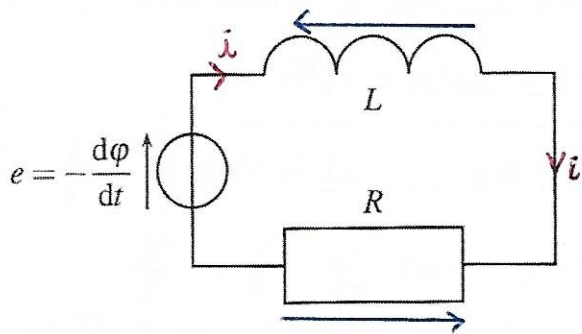


Figure 30.6 - Schéma électrique équivalent de l'alternateur.

fem induite $e = -\frac{d\phi}{dt} = -BS\omega \cos(\omega t)$ (1)

Equation de maille: $e - L \frac{di}{dt} - Ri = 0$ (2)

$\Rightarrow e = L \frac{di}{dt} + Ri$ (EE) $L \frac{di}{dt} + Ri = -BS\omega \cos(\omega t)$

Syst: {spire} Ref terrestre sup galiléen

THC / Δ (fixe) : $\vec{J}\vec{\theta} = \vec{\Gamma}_{tot} \Delta$

Moment résultant des actions de Laplace

$\vec{\Gamma}_L = \vec{M} \wedge \vec{B}$ où $\vec{M} = i\vec{S} = iS\vec{n}$ moment magnétique

$\vec{\Gamma}_L = iS\vec{n} \wedge \vec{B}$

On tourne de \vec{n} vers \vec{B} , le pouce indique $\vec{\Gamma}_L$ sortant, suivant $+\vec{y}$

$\vec{\Gamma}_L = iSB \sin\left(\frac{\pi}{2} - \omega t\right) \vec{y}$

$\vec{\Gamma}_L = iSB \cos(\omega t) \vec{y}$ (2)

$\vec{\Gamma}_O(\vec{P}) = \vec{OO} \wedge \vec{P} = \vec{0}$

• $\Gamma_{liaison} \Delta = 0$ car la liaison est supposée parfaite

• Le moteur exerce un moment résultant $\vec{\Gamma}_{ext} = \Gamma_{ext} \vec{y}$ qui tend à faire tourner la spire dans le sens > 0 choisi $\Gamma_{ext} > 0$

THC: $J \frac{d\omega}{dt} = \Gamma_L + \Gamma_{ext}$ (EM)

En régime permanent, on a $\omega = \text{cste} \Rightarrow \frac{d\omega}{dt} = 0$

Rq: Loi de Lent: $\vec{\Gamma}_L$ s'oppose à la rotation du cadre, donc $\vec{\Gamma}_L = \Gamma_L \vec{y}$ avec $\Gamma_L < 0$.

b) Résolution:

$$4 \text{ (1)} \Rightarrow L \frac{di}{dt} + Ri = -BS\omega \cos(\omega t)$$

$$i(t) = i_{\text{lt}}(t) + i_{\text{pt}}(t)$$

$$\bullet \frac{di_{\text{lt}}}{dt} + \frac{R}{L} i_{\text{lt}} = 0 \quad ; \quad i_{\text{lt}} = A \exp\left(-\frac{R}{L}t\right)$$

S'amortit au bout de $5\tau = \frac{5L}{R}$

• i_{pt} est du m^e type que le second membre

$$i_{\text{pt}} = I_m \cos(\omega t + \varphi)$$

\Rightarrow Résolution en complexe.

Sol forcée: $\underline{i} = I_m e^{j(\omega t + \varphi)} = \underline{I}_m e^{j\omega t}$

$$\boxed{\frac{d\underline{i}}{dt} = j\omega \underline{i}}$$

$$\text{(1)} \quad \boxed{L \frac{d\underline{i}}{dt} + R\underline{i} = -BS\omega e^{j\omega t}}$$

$$\Rightarrow j\omega L \underline{i} + R\underline{i} = -BS\omega e^{j\omega t}$$

⚠ si on perd Re(equ), on retombe sur l'équation initiale

Rq: Résolution en réel

$$\underline{I}_m = \frac{-BS\omega}{R + j\omega L} \Rightarrow |I_m| \text{ et arg}(\underline{I}_m)$$

$$\underline{i} = \frac{-BS\omega}{R + j\omega L} (\cos(\omega t) + j \sin(\omega t))$$

$$\Rightarrow \underline{i} = \frac{-BS\omega(R - j\omega L)}{(R + j\omega L)(R - j\omega L)} (\cos(\omega t) + j \sin(\omega t))$$

$$\Rightarrow \underline{i} = \frac{-BS\omega}{R^2 + L^2\omega^2} (R - j\omega L)(\cos(\omega t) + j \sin(\omega t))$$

$$i = \text{Re}(\underline{i})$$

$$i(t) = \frac{-BS\omega}{R^2 + L^2\omega^2} [R \cos(\omega t) - j^2 L\omega \sin(\omega t)]$$

$$\boxed{i(t) = \frac{-BS\omega}{R^2 + L^2\omega^2} [R \cos(\omega t) + L\omega \sin(\omega t)]}$$

c) Bilan de puissance:

$$(EM) \quad \int \frac{dw}{dt} = \Gamma_L + \Gamma_{\text{ext}}$$

$$\times \omega \Rightarrow \int \omega \frac{dw}{dt} = \Gamma_L \omega + \Gamma_{\text{ext}} \omega$$

$$\Rightarrow \int d(\frac{1}{2} \omega^2) = P_i + P_{\text{ext}}$$

$$\text{ou } E_c = \frac{1}{2} J\omega^2 \quad P_i = \Gamma_L \omega \quad P_{\text{ext}} = \Gamma_{\text{ext}} \omega$$

$$(EE) \quad e = L \frac{di}{dt} + Ri$$

$$\times i \Rightarrow e i = L i \frac{di}{dt} + R i^2$$

$$\Rightarrow e i = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} L i^2 \right) + R i^2$$

$$\boxed{P_{\text{fem}} = \frac{dE_L}{dt} + P_J} \quad \text{ou } E_L = \frac{1}{2} L i^2$$

$$\text{(2)} \quad \times i \quad e i = -i B S \omega \cos(\omega t) = -\Gamma_L \omega$$

$$P_{\text{fem}} = -P_L \Rightarrow \boxed{P_{\text{fem}} + P_L = 0}$$

En régime permanent $\omega = \text{cste}$

$$(EM) \Rightarrow \Gamma_L + \Gamma_{\text{ext}} = 0$$

$$\Rightarrow \Gamma_{\text{ext}} = -\Gamma_L = -i B S \omega \cos(\omega t) \quad \text{par (2)}$$

$$\text{(3)} \quad \Gamma_{\text{ext}} = \frac{+B^2 S^2 \omega}{R^2 + L^2 \omega^2} [R \cos^2(\omega t) + L\omega \sin(\omega t) \cos(\omega t)]$$

$$\langle \Gamma_{\text{ext}} \rangle_T = \frac{B^2 S^2 \omega}{R^2 + L^2 \omega^2} [R \langle \cos^2(\omega t) \rangle_T]$$

$$Rq: \langle f(t) \rangle_T = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) dt$$

$$\langle \cos^2(\omega t) \rangle_T = \frac{1}{T} \int_0^T \cos^2(\omega t) dt \quad \text{ou } T = \frac{2\pi}{\omega}$$

$$Rq: \cos(2x) = 2\cos^2(x) - 1 \Rightarrow \cos^2(x) = \frac{1 + \cos(2x)}{2}$$

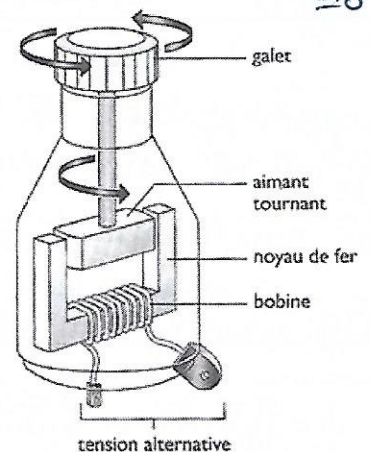
$$\Rightarrow \langle \cos^2(\omega t) \rangle_T = \frac{1}{T} \left(\int_0^T \frac{1}{2} + \int_0^T \frac{\cos(2\omega t)}{2} \right)$$

$$\Rightarrow \langle \cos^2(\omega t) \rangle_T = \frac{1}{T} \left(\frac{T}{2} + \frac{1}{2} \left[\frac{1}{2} \sin(2\omega t) \right]_0^T \right)$$

$$\Rightarrow \langle \cos^2(\omega t) \rangle_T = \frac{1}{T} \left(\frac{T}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \underbrace{\sin(4\pi)}_{=0} \right)$$

$$\Rightarrow \boxed{\langle \cos^2(\omega t) \rangle_T = \frac{1}{2}}$$

Voir suite cours #2



$$= \frac{1}{4\pi\omega} [-\cos(4\pi) + \cos(0)]$$

$$\langle \sin(\omega t) \cos(\omega t) \rangle_T = 0$$

$$\Rightarrow \langle \Gamma_{\text{ext}} \rangle_T = \frac{B^2 S^2 \omega}{R^2 + L^2 \omega^2} \times \frac{R}{2}$$

$$\langle P_{\text{ext}} \rangle_T = \langle \Gamma_{\text{ext}} \omega \rangle_T$$

$$\langle P_{\text{ext}} \rangle_T = \frac{B^2 S^2 \omega^2}{R^2 + L^2 \omega^2} \times \frac{R}{2}$$

$$\textcircled{3} i^2(t) = \frac{B^2 S^2 \omega^2}{(R^2 + L^2 \omega^2)^2} \times [R^2 \cos^2(\omega t) + L^2 \omega^2 \sin^2(\omega t) + 2RL\omega \sin(\omega t) \cos(\omega t)]$$

$$\langle i^2(t) \rangle_T = \frac{B^2 S^2 \omega^2}{(R^2 + L^2 \omega^2)^2} (R^2 \langle \cos^2(\omega t) \rangle_T + L^2 \omega^2 \langle \sin^2(\omega t) \rangle_T + 2RL\omega \langle \sin(\omega t) \cos(\omega t) \rangle_T)$$

$$\text{On mq } \langle \sin^2(\omega t) \rangle_T = \frac{1}{2}$$

$$\langle i^2(t) \rangle_T = \frac{B^2 S^2 \omega^2}{(R^2 + L^2 \omega^2)^2} \left[\frac{R^2}{2} + \frac{L^2 \omega^2}{2} \right]$$

$$= \frac{B^2 S^2 \omega^2}{(R^2 + L^2 \omega^2)^2} \left[\frac{R^2 + L^2 \omega^2}{2} \right]$$

$$\langle i^2 \rangle_T = \frac{B^2 S^2 \omega^2}{R^2 + L^2 \omega^2} \times \frac{1}{2}$$

$$\langle P_S \rangle_T = \langle R i^2 \rangle_T = \frac{B^2 S^2 \omega^2}{R^2 + L^2 \omega^2} \times \frac{R}{2}$$

On trouve que, en régime permanent, $\langle P_{\text{ext}} \rangle_T = \langle P_S \rangle_T$

Alternateur : on entraîne la spire en rotation dans un champ mag ext, on obtient la création d'un courant sinusoïdal.
Principe de la dynamo de vélo.

Alternateur industriel : on a parfois un montage en sens inverse : on fait tourner l'aimant, la bobine restant fixe (fg 1^{ère} page) cf TP induit.

Machine synchrone : fonctionne de façon réversible, soit en alternateur, soit en moteur (on l'alimente avec un courant alternatif, ce qui entraîne une rotation de la spire).

II Conversion de puissance électrique en puissance mécanique

1.) Rails de Laplace récepteurs :

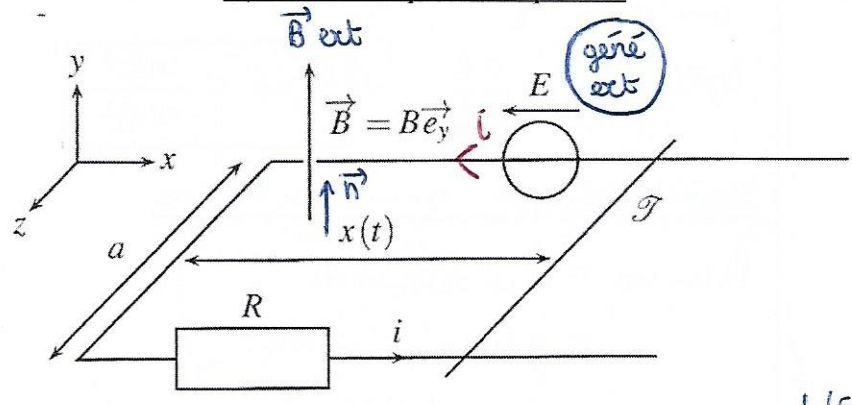


Figure 30.7 - Rails de Laplace moteurs.

a) Mise en équation

B^{ext} , stationnaire uniforme
 E géné ext de tension continue
 On oriente le géné en CVB \Rightarrow sens de i
 $\Rightarrow \vec{n}$ par la règle du tire bouchon
 HYP: Le circuit coupe les lignes de champs
 lors de son déplacement
 Loi de Faraday $e = -\frac{d\phi}{dt}$
 on néglige l'inductance propre du circuit
 \Rightarrow (30-8)

$\phi = \iint \vec{B} \cdot d\vec{S} = \vec{B} \cdot \vec{S}$ sur plane \vec{B} uniforme
 $\phi = Bax \Rightarrow e = -\frac{d}{dt}(Bax)$
 $e = -Ba \frac{dx}{dt} = -Bav$

Equation de maille :

(EE) $e + E = Ri$ (on néglige l'inductance propre du circuit)
 ou $e = -Bav$ (1)

force de Laplace

$\vec{F}_L = i \vec{MN} \wedge \vec{B}$
 $\vec{F}_L = iaB \vec{e}_x$
 Loi fond de la dyn appliquée à la tige dans R terrestre gal.
 $m\vec{a} = \vec{F}_L + \vec{P} + R\vec{v}$
 on proj sur (ox)

$m \frac{dv}{dt} = F_L$ (EM) ou $F_L = iaB$ (2)

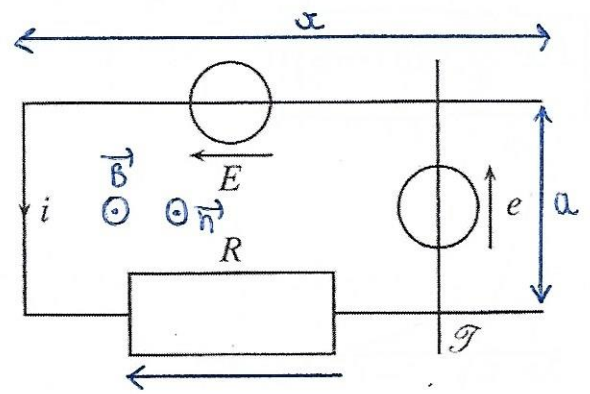
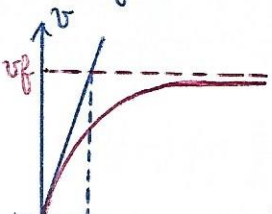


Figure 30.8 - Schéma électrique équivalent.

(EE) $\Rightarrow E - Bav = Ri$
 $\Rightarrow i = \frac{E - Bav}{R}$
 (EM) $\Rightarrow m \frac{dv}{dt} = F_L \Rightarrow \frac{dv}{dt} = \frac{F_L}{m}$
 $\Rightarrow v(t) = \frac{F_L}{m}t + C_1$
 $v(t=0) = 0 \Rightarrow v(t) = \frac{F_L}{m}t$
 $\Rightarrow i(t) = \frac{E - Bav(t)}{R} \Rightarrow i(t) = \frac{E - \frac{BaF_L}{m}t}{R}$
 $\Rightarrow i(t) = \frac{Em - BaF_L t}{Rm}$
 $\Rightarrow i(t) = \frac{E}{R} - \frac{BaF_L t}{Rm}$

(EM) $\Rightarrow m \frac{dv}{dt} = F_L = iaB$
 $\Rightarrow m \frac{dv}{dt} = \left(\frac{E}{R} - \frac{Bav}{R}\right) aB$
 $\Rightarrow m \frac{dv}{dt} + \frac{a^2 B^2}{R} v = \frac{EaB}{R}$
 $\Rightarrow \frac{dv}{dt} + \frac{a^2 B^2 v}{mR} = \frac{aB E}{mR}$

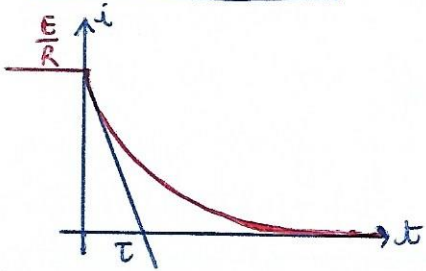
$v_L = A \exp\left(-\frac{a^2 B^2}{mR} t\right)$
 $\tau = \frac{mR}{a^2 B^2} \Rightarrow v_L = A \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$
 $v_f = \frac{aB}{mR} E \times \frac{mR}{a^2 B^2} = \frac{E}{aB}$
 $v = A \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) + v_f$
 $v(0) = 0 \Rightarrow A + v_f = 0 \Rightarrow v_f = -A$
 $v = v_f [1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)]$



$$\textcircled{1} \Rightarrow i = \frac{E}{R} - \frac{Ba}{R} \times \frac{E}{aB} (1 - \exp(-\frac{t}{\tau}))$$

$$= \frac{E}{R} - \frac{E}{R} + \frac{E}{R} \exp(-\frac{t}{\tau})$$

$$i = \frac{E}{R} \exp(-\frac{t}{\tau})$$



Loi de Lenz:

Le courant est créé à $t < 0$ par un géné et E , ce qui met en mouvement la tige
 \Rightarrow la fem induite e s'oppose à E jusqu'à annuler i

b) Etude énergétique:

(EE) $E + e = Ri$ où $e = -Bav$ $\textcircled{1}$

(EM) $m \frac{dv}{dt} = F_L$ où $F_L = iab$ $\textcircled{2}$

$\Rightarrow P_{\text{géné}} = \frac{dE_c}{dt} + P_J$

(EE) $x i \Rightarrow E_i + e_i = Ri^2 \Rightarrow P_{\text{géné}} + P_{\text{fem}} = P_J$ \textcircled{A}

$\textcircled{1} x i \Rightarrow e_i = -Bav i$

(EM) $x v \Rightarrow m v \frac{dv}{dt} = F_L v \Rightarrow \frac{dE_c}{dt} = P_L$ \textcircled{B}

$\textcircled{2} x v \Rightarrow F_L x v = iabv$

$\Rightarrow F_L v = -e_i$

$\Rightarrow P_L = -P_{\text{fem}}$ \textcircled{C} Résultat général

$\textcircled{B} \Rightarrow \frac{dE_c}{dt} = P_L = -P_{\text{fem}}$

$\textcircled{A} \Rightarrow P_J = P_{\text{géné}} - \frac{dE_c}{dt}$

$\Rightarrow P_{\text{géné}} = P_J + \frac{dE_c}{dt}$ \textcircled{D}

Energie fournie par le géné:

$E_{\text{géné}} = \int_0^{+\infty} P_{\text{géné}} dt$

$= \int_0^{+\infty} E i dt$

$= E \int_0^{+\infty} i dt$

$i = \frac{E}{R} \exp(-\frac{t}{\tau})$

$\Rightarrow E_{\text{géné}} = \frac{E^2}{R} \int_0^{+\infty} \exp(-\frac{t}{\tau}) dt$

$= \frac{E^2}{R} [-\tau \exp(-\frac{t}{\tau})]_0^{+\infty}$

$E_{\text{géné}} = \frac{E^2 \tau}{R}$

$E_{\text{géné}} = \frac{E^2}{R} \times \frac{mR}{a^2 B^2} \Rightarrow E_{\text{géné}} = \frac{mE^2}{a^2 B^2}$

Energie cinétique issue par la tige:

$E_{c, 0 \rightarrow +\infty} = E_c(+\infty) - E_c(0)$

$= \frac{1}{2} m v_{\text{fin}}^2 - \frac{1}{2} m v_0^2$

$= \frac{1}{2} m \times \left(\frac{E}{aB}\right)^2$

$E_{c, 0 \rightarrow +\infty} = \frac{mE^2}{2a^2 B^2}$

$\textcircled{1} \Rightarrow E_{\text{géné}} = E_c + E_{J, 0 \rightarrow +\infty}$

$\Rightarrow E_{J, 0 \rightarrow +\infty} = E_{\text{géné}} - E_c$

$= \frac{mE^2}{a^2 B^2} - \frac{mE^2}{2a^2 B^2}$

$E_{J, 0 \rightarrow +\infty} = \frac{mE^2}{2a^2 B^2}$

2.) Convertisseurs électromécaniques : Machine à courant continu :

a) Principe

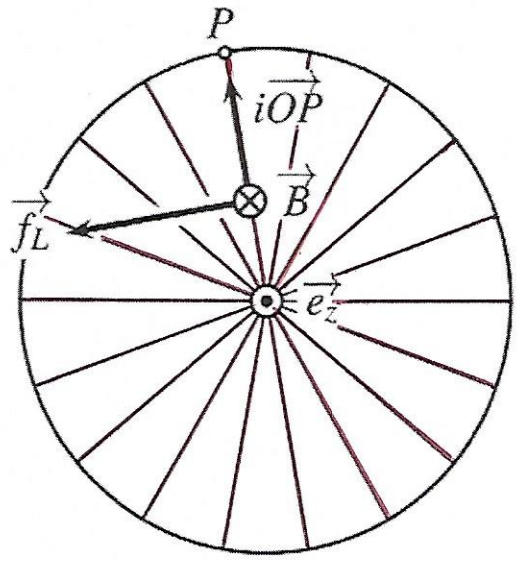


Figure 30.12 - Roue conductrice étudiée.

a) Principe de fonctionnement :

Fonctionnement réversible

- Générateur de courant : on met en mouvement le rotor, plongé dans un champ B ext permanent (supposé uniforme pour les calculs) \Rightarrow fem induite \Rightarrow courant induit ds 1 circuit fermé
- moteur (mécanique) : un géné de tension ext impose un courant dans les rayons du rotor \Rightarrow force de Laplace \Rightarrow mise en rotation du rotor.

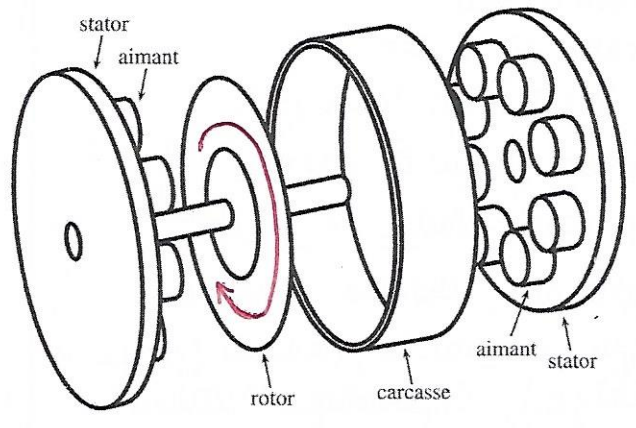
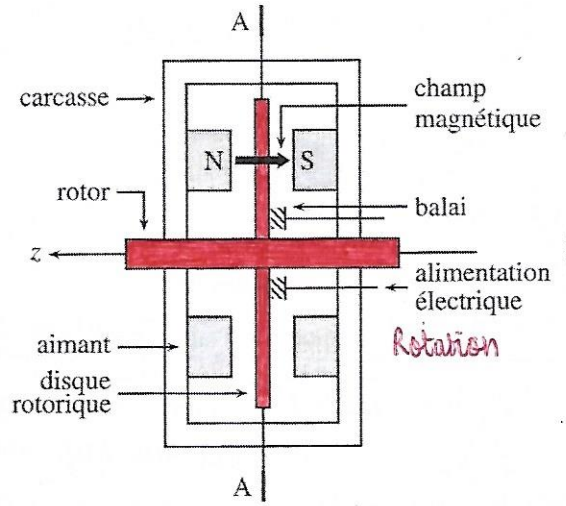


Figure 30.13 - Vue éclatée d'une MCC à entrefer plan.



⚠ on ne peut pas appliquer Faraday on n'a pas de surface délimitée par un circuit pour calculer le flux \Rightarrow Bilan de puissance

$P_{fem} + P_L = 0$ Résultat généralisable

$P_{fem} = e i$
 $P_L = \Gamma_L \omega$
 $P_L = \frac{i a^2 B}{2} \omega$ où $\omega = \dot{\theta}$
 $\Rightarrow P_{fem} = e i = -i \frac{a^2 B \omega}{2}$

$\Rightarrow e = - \frac{a^2 B}{2} \omega$

fem induite $e \, dlw$

ω vitesse angulaire de rotation



b) Mise en Equation :

• force de Laplace s' exerçant sur un rayon OP

$\vec{F}_L = i \vec{OP} \wedge \vec{B}$

$\vec{F}_L = i a b \vec{e}_\theta$ où $a = OP$

s' exerce au milieu G de OP .

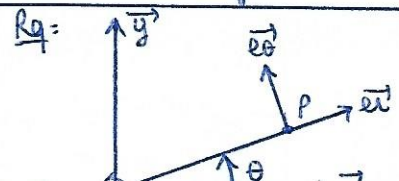
$\vec{\Gamma}_L(o) = \vec{OG} \wedge \vec{F}_L$
 $= \frac{a}{2} \times i a b \vec{e}_\theta$

$\vec{\Gamma}_L(o) = i \frac{a^2 B}{2} \vec{e}_z$

$\Gamma_{Lz} \, di$

\mathcal{M} entraîne le rotor en rotation autour de (Oz) (dans le sens positif pour $i > 0$)

Couple moteur ou résistant suivant le type de fonctionnement :



c) Utilisation

⁸ - Géométrie très plane

- MCL commandée de façon très précise
 - e est si w est
 - couple est si i est
- vitesse de 1 à 4000 tours/min
- accélération jusqu'à $150 \times 10^3 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-2}$
mais puissance limitée à 1 kW
- Motorisés vélos, chaises roulantes
- Robotique industrielle, médicale (pompe pour dialyse), informatique militaire.

3.) Application : le haut-parleur électrodynamique :

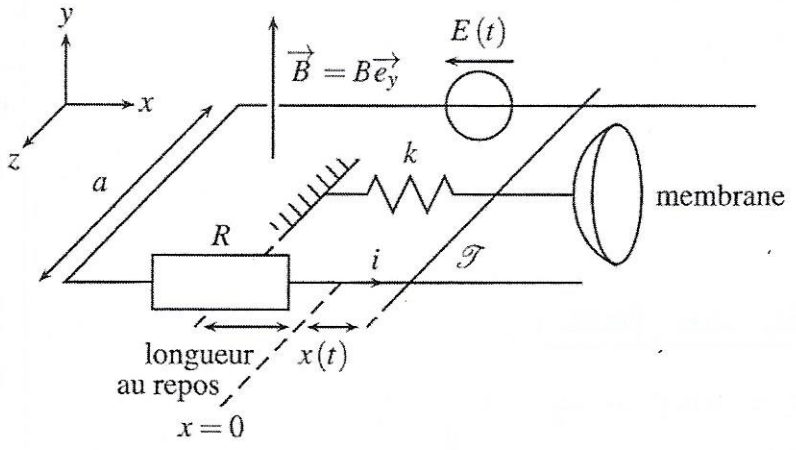
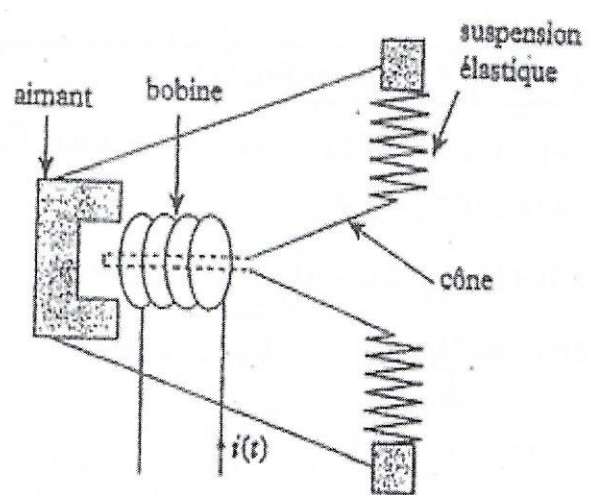


Figure 30.10 - Schéma de principe d'un haut-parleur.

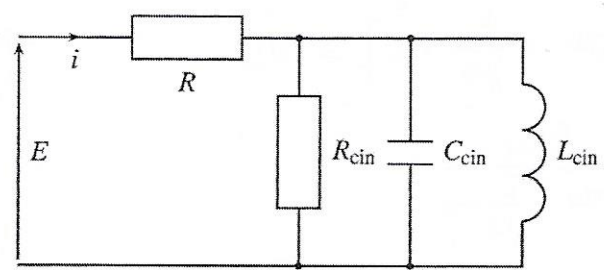
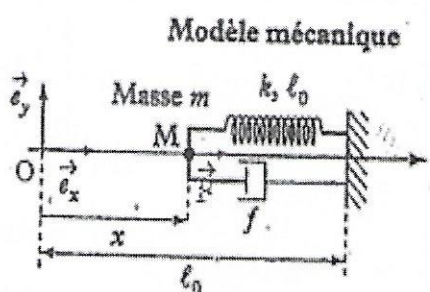


Figure 30.11 - Modèle électrique du haut-parleur.

a) Principe:

$E(t)$ génère ext de fem variable, crée $i(t)$ variable, donc \vec{F}_L qui met en mouvement la membrane du haut-parleur \Rightarrow émission d'un son

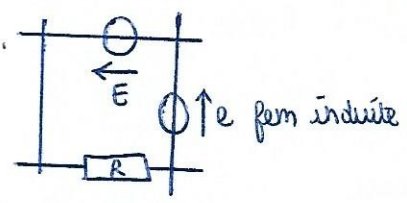
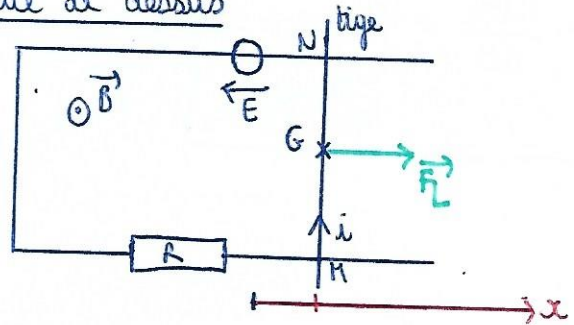


Schéma elec équivalent

Vue de dessus



tige soumise à \vec{P} , \vec{R}_N , \vec{F}_L ,
 • \vec{F}_L force de rappel du ressort
 • $\vec{F}_s = -\alpha \vec{v}$ force de frottement fluide
 \Rightarrow permet de prendre en compte la perte d'énergie liée à l'émission du son.

b) Mise en équation

• Equation de maille

• LFD appliquée à la tige de Rgal :

$$m\vec{a} = \vec{P} + \vec{R}_N + \vec{F}_L + \vec{F}_r + \vec{F}_s$$

en proj sur (Ox)

$$m \frac{dx}{dt} = F_L + F_r + F_s \quad (\text{en valeurs algébriques})$$

$$F_r = -k(l - l_0)\vec{e}_x$$

$$x = l - l_0 ; x = 0 \text{ pour } l = l_0$$

$$\vec{F}_r = -R_x \vec{e}_x$$

$$\Rightarrow \boxed{m \frac{dx}{dt} = F_L - R_x - \alpha v} \quad (EM)$$

$$\text{où } \vec{F}_L = i \vec{u} \wedge \vec{B} = i a b \vec{e}_x \quad (2)$$

c) Résolution en régime sinusoïdal forcé

$$(EE) \Rightarrow E(t) - Baw = Ri$$

$$(EM) \Rightarrow m \frac{dx}{dt} = i a b - R_x - \alpha v$$

$$\Rightarrow \begin{cases} Ri + Baw = E(t) \\ m \frac{dx}{dt} = i a b - R_x - \alpha v \end{cases}$$

$$\begin{cases} Ri + Baw = E(t) \\ m \frac{dx}{dt} = i a b - R_x - \alpha v \end{cases}$$

$E(t)$ sinusoïdal + eq linéaire

\Rightarrow Notation complexe $v = \frac{dx}{dt}$

$$\Rightarrow Ri + Baw = E(t)$$

$$m j \omega v = i a b - R \frac{v}{\omega} - \alpha v$$

Regime sin force:

(A) $E = B a v + R i$

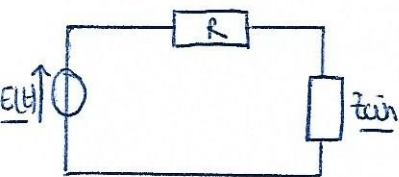
(B) $j \omega m v = B a i - \frac{k}{j \omega} v - \alpha v$
 $\Rightarrow v \left[j \omega m + \frac{k}{j \omega} + \alpha \right] = B a i$

$\Rightarrow v = \frac{B a i}{j \omega m + \frac{k}{j \omega} + \alpha}$

(A) $\Rightarrow E = \left[\frac{B^2 a^2}{j \omega m + \frac{k}{j \omega} + \alpha} + R \right] i$

$\underline{z}_{in} = \frac{B^2 a^2}{j \omega m + \frac{k}{j \omega} + \alpha}$

$E = (\underline{z}_{in} + R) i$



\underline{z}_{in} est l'impedance cinetique

$Y_{in} = \frac{1}{\underline{z}_{in}} = j \frac{m \omega}{B^2 a^2} + \frac{k}{j \omega a^2 B^2} + \frac{\alpha}{B^2 a^2}$

Y_{in} admittance cinetique

$Y_{in} = \frac{1}{R_{cin}} + j C_{cin} \omega + \frac{1}{j L_{cin} \omega}$

Par identification $\frac{1}{R_{cin}} = \frac{\alpha}{B^2 a^2} \Rightarrow R_{cin} = \frac{B^2 a^2}{\alpha}$ liee a la force de frottements

$j C_{cin} \omega = \frac{j m \omega}{B^2 a^2} \Rightarrow C_{cin} = \frac{m}{B^2 a^2}$ liee a la masse

$\frac{1}{j L_{cin} \omega} = \frac{k}{j \omega a^2 B^2} \Rightarrow L_{cin} = \frac{B^2 a^2}{k}$ liee a la cote de raideur du ressort.

$R_q = \underline{z}_R = R \quad Y_R = \frac{1}{\underline{z}_R} = \frac{1}{R}$

$\underline{z}_L = j \omega L \Rightarrow Y_L = \frac{1}{j \omega L}$

$\underline{z}_C = \frac{1}{j \omega C} \Rightarrow Y_C = j \omega C$

d) Bilan de puissance

(EE) $E + e = R i$ ou $e = -B a v$ (1)

$\Rightarrow E - B a v = R i$

(EE) $x_i \Rightarrow E i = (B a v i) + R i^2$ (2)

(EM) $m \frac{dv}{dt} = F_L - k x - \alpha v$

ou $F_L = i a B$

$\Rightarrow m \frac{dv}{dt} = i a B - k x - \alpha v$

$x(v) \Rightarrow m v \frac{dv}{dt} = i a B v - \alpha v^2 - k x v$ (3)

(2) $\Rightarrow B a v i = E i - R i^2$

(3) $\Rightarrow m v \frac{dv}{dt} = (E i - R i^2) - k x v - \alpha v^2$

$\Rightarrow E i = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} m v^2 \right) + \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} k x^2 \right) + \alpha v^2 + R i^2$

$\Rightarrow P_{elec} = \frac{dE_c}{dt} + \frac{dE_{p\ elastic}}{dt} + P_{sonore} + P_{joule}$

ou $P_{joule} = R i^2 \quad P_{sonore} = \alpha v^2$

$E_m = E_c + E_p + e_{cote}$

$P_{elec} = \frac{dE_m}{dt} + P_{sonore} + P_J$
 Fournie par le gene Requie