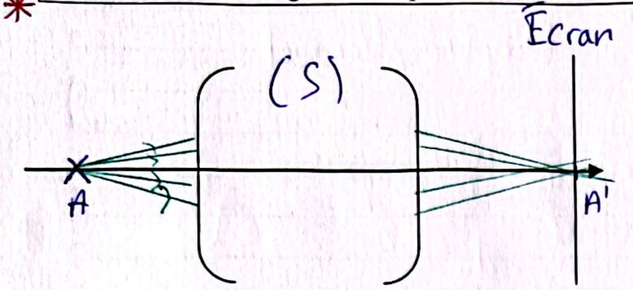
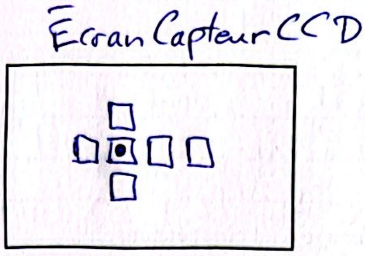
I Conditions de Gauss

1.) Stigmatisme approché :

A point objet, A' point image, A et A' situés sur l'axe optique du système optique (S).

Définition : (S) est dit approximativement stigmatique pour (A, A') si tout rayon lumineux *incident* passant par A, passe au voisinage de A' après avoir traversé (S). $A \xrightarrow{(S)} A'$





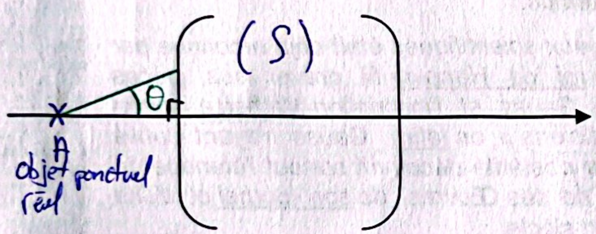
Si la tâche est suffisamment petite autour de A' pour être sur une seule cellule du récepteur (cellule de la rétine ou du photorécepteur), le récepteur voit la tâche comme un point.

Le système sera approximativement aplanétique, s'il est approximativement stigmatique pour (A, A') et (B, B') et si l'image A'B' de AB, plan et perpendiculaire à l'axe optique, est plane et perpendiculaire à l'axe.

2.) Conditions expérimentales

Conditions de Gauss : Les rayons sont paraxiaux, c'est-à-dire faiblement inclinés par rapport à l'axe optique et proches de l'axe optique :
- Les angles Θ que font les rayons lumineux avec l'axe optique sont petits.
- Les rayons lumineux frappent la surface près de l'axe optique.

https://phyanim.sciences.univ-nantes.fr/optiqueGeo/lentilles/stigmatisme_lentille.php



Si Θ est petit (*en radian*): $\boxed{\tan\theta \approx \sin\theta \approx \theta}$

En pratique, Θ doit être inférieur à 0,1 radians ou 5 degrés et $\boxed{HI \leq \frac{f'}{10}}$ où f ' est la distance focale de la lentille.

Remarque : Aberrations chromatiques

https://phyanim.sciences.univ-nantes.fr/optiqueGeo/lentilles/aberration_chromatique.php

Rq:
Le verre est dispersif : son indice (n) dépend de λ.
Les différent λ du faisceau de lumière blanche incidente seront déviés de façon différente (Lois de Descartes à travers (L))
1 point objet $\xrightarrow{(L)}$ diff point im. selon λ

II Présentation des lentilles

1.) Définition

Définition : Une lentille est un système centré résultant de l'association de deux dioptres sphériques (ou un dioptre sphérique et un dioptre plan) délimitant un milieu d'indice n.

Dioptre 1 : $R_1 = \overline{S_1C_1}$ Dioptre 2 : $R_2 = \overline{S_2C_2}$ L'épaisseur de la lentille est $e = S_1S_2$

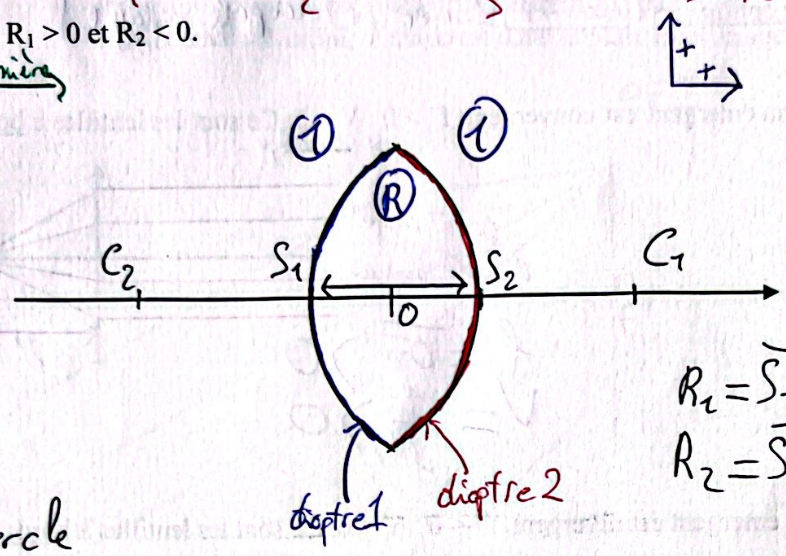
Une lentille est dite mince si son épaisseur est très petite devant les rayons de courbure des dioptres qui la constituent et devant la distance entre les centres des deux dioptres.
Dans ces conditions, on confondra les sommets S_1 et S_2 en un même point O appelé centre optique de la lentille.

$e \ll |R_1|$ (1) $e \ll |R_2|$ (2) $e \ll C_1C_2$ (3) On a alors $O = S_1 = S_2$

$1\,2\,3 \rightarrow O = S_1 = S_2$

Cas du dessin : $R_1 > 0$ et $R_2 < 0$.

lumière



$R_1 = \overline{S_1C_1} > 0$

$R_2 = \overline{S_2C_2} < 0$

C_1, C_2 centre cercle

O centre optique de la lentille mince.

Rq : La lentille est une lame de verre elle est partiellement réfléchissante. On ne s'intéresse qu'aux RT

- On a tracé un cas particulier mais on peut avoir diff valeur pour R_1, R_2

Si un des dioptre est plan, $|R| \rightarrow +\infty$
Si les 2 dioptres sont plans, on obtient une lame à face parallèles (exclus à la suite du cours).

2.) Résultats expérimentaux

On sait que de nombreux appareils d'optique sont formés de lentilles : loupe, verre de lunette, objectif d'appareil photographique. (lunette astro)

Les lentilles permettent donc de former des images nettes.

On admet que les lentilles minces vérifient les propriétés de stigmatisme et d'aplanétisme approché dans les conditions de Gauss (rayons paraxiaux).

On peut vérifier expérimentalement que tout rayon incident passant par O traverse la lentille sans déviation, dans les conditions de Gauss.

(Rq : $\tan\alpha$ et α diff de moins de 1% si $\alpha < 10°$)

III Foyers

1.) Foyer (principal) image F ' ✗✗✗

Définition : Un faisceau incident parallèle à l'axe optique émerge après la lentille en passant par un point F ' de l'axe optique, appelé foyer image de la lentille. Distance focale image $f' = \overline{OF'}$ (m) Vergence $V = \frac{1}{f'}$ (m^{-1} ou dioptries δ)

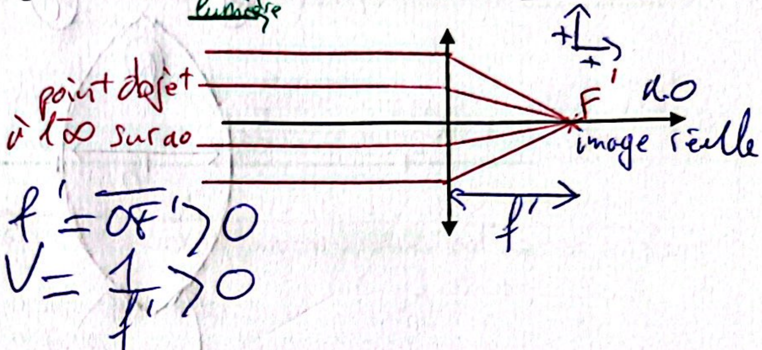
https://phyanim.sciences.univ-nantes.fr/optiqueGeo/lentilles/lentille_mince.php

Rq : Un faisceau incident parallèle est émis par objet à l'infini (Point d'intersection des RL incident)

Point objet A à l'infini sur l'axe optique : $\boxed{A\infty \xrightarrow{(L)} F'}$ foyer (principal image)

Classification des lentilles

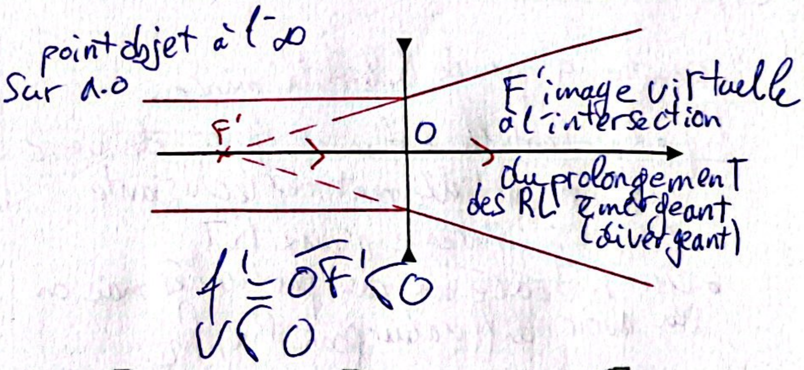
Lentille convergente : le faisceau émergent est convergent. f ' > 0 V > 0. Ce sont les lentilles à bords minces.



$f' = \overline{OF'} > 0$

$V = \frac{1}{f'} > 0$

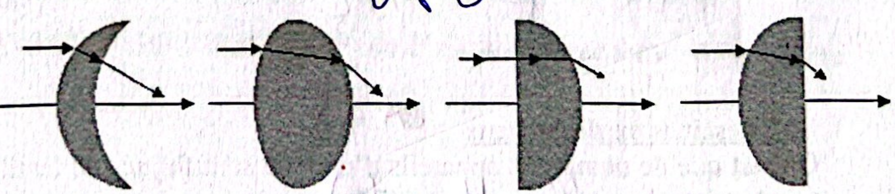
Lentille divergente : le faisceau émergent est divergent. f ' < 0 V < 0. Ce sont les lentilles à bords épais.



$f' = \overline{OF'} < 0$

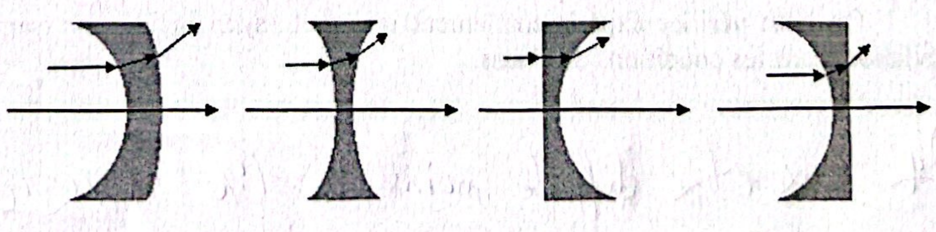
$V < 0$

Lentilles convergentes : les bords sont plus minces que le centre. Elles transforment un faisceau parallèle en faisceau convergent.



Ménisque à bords minces — *Biconvexe* — *Plan-convexe* — *Convexe-plan*

Lentilles divergentes : les bords sont plus épais que le centre. Elles transforment un faisceau parallèle en faisceau divergent.



Ménisque à bords épais — *Biconcave* — *Plan-concave* — *Concave-plan*

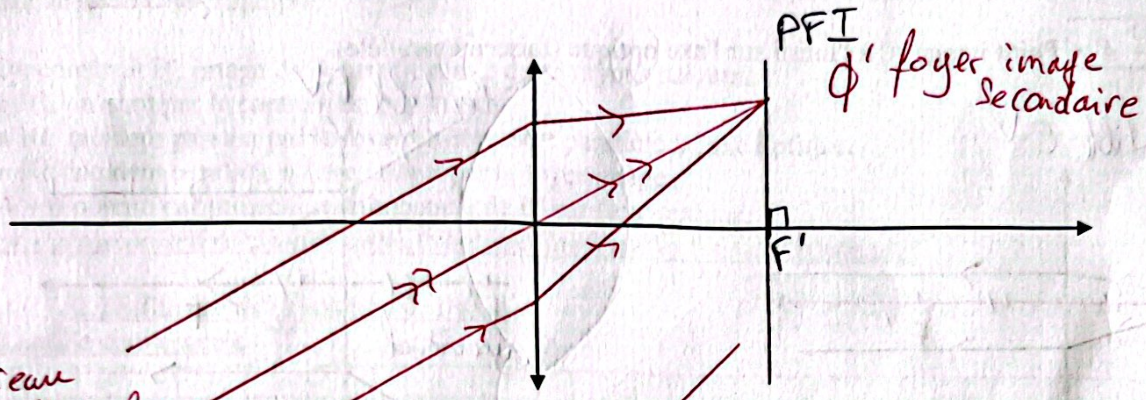
***

Plan focal image (PFI) C'est le plan de front de F'. Il contient l'image des points situés à l'infini.
Un faisceau incident parallèle, incliné par rapport à l'axe optique, émerge après la lentille en passant par un point Φ' du plan focal image, appelé foyer image secondaire.

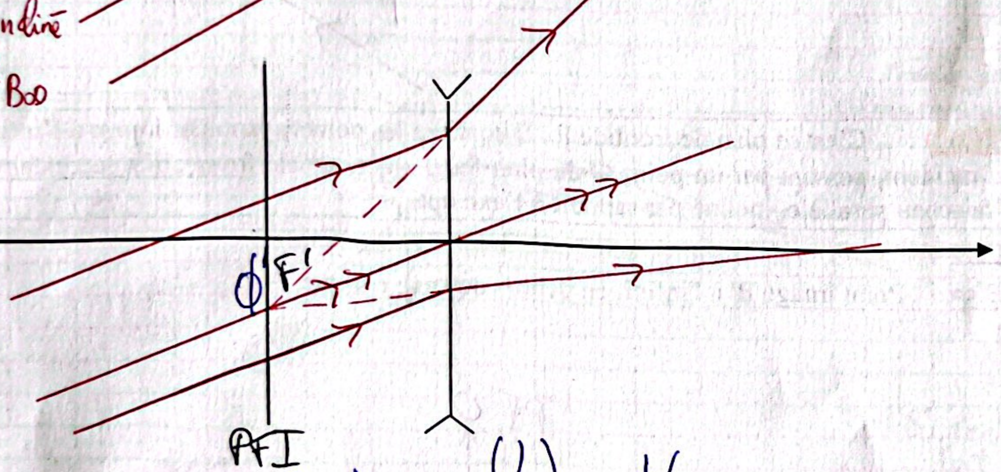
Rq : Ça est lié aux propriétés d'aplanétisme aplanétisme approché Pour un objet AB plan ⊥ à l'a.o, son image A'B' est plane et ⊥ à l'a.o
Donc l'ens des points à l'∞ a son im. ds le PFI.

Point objet B à l'infini, en dehors de l'axe optique : $B\infty \xrightarrow{(L)} \Phi'$

Construction
- un rayon lumineux passant par le centre n'est pas dévié.
- l'objet étant à l'infini, l'image est dans le plan focal image.

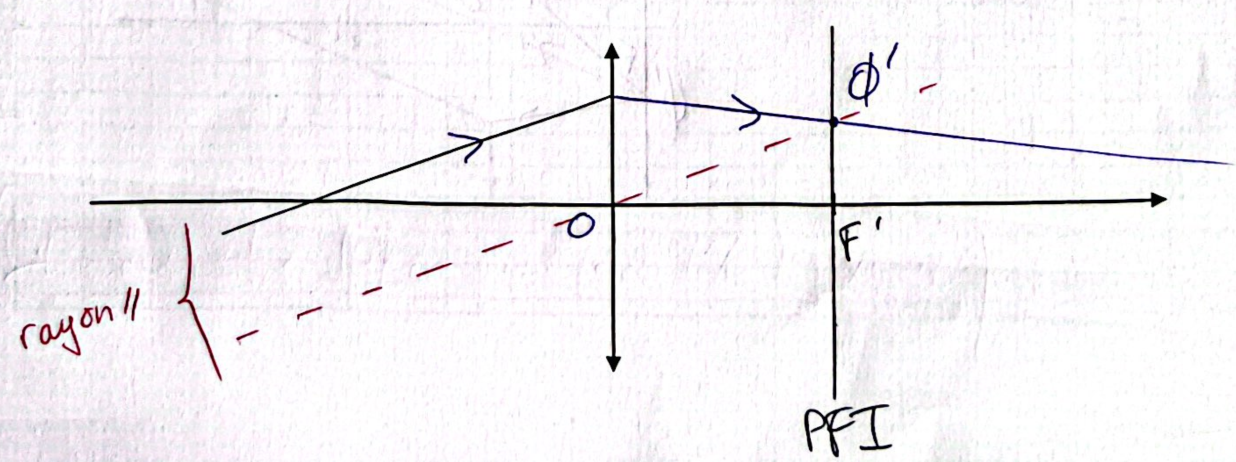


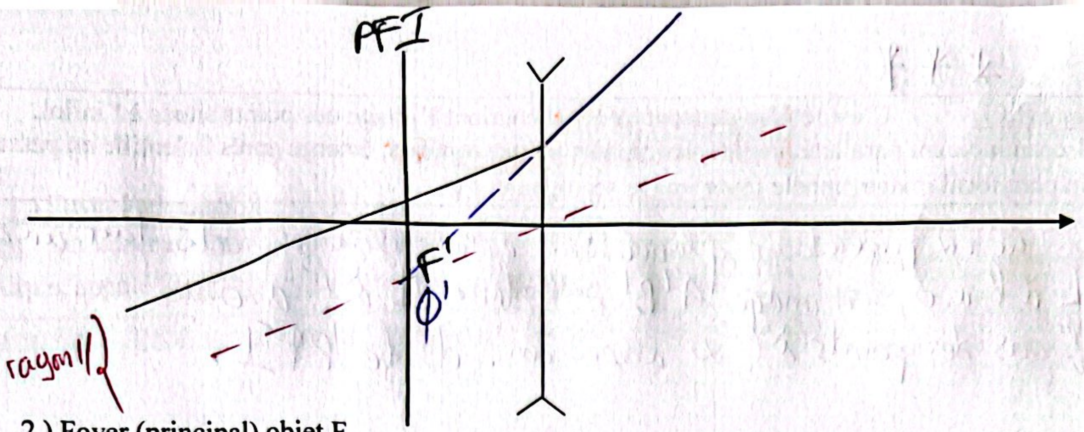
faiceau incident // et incliné par rapport a.o ⟹ point objet B∞ hors axe



$B\infty$ hors axe $\xrightarrow{(L)} \phi'$

Remarque : Permet de construire le rayon émergent associé à tout rayon incident : on trace le rayon lumineux parallèle passant par le centre de la lentille. Il n'est pas dévié et coupe le plan focal image en ϕ'.



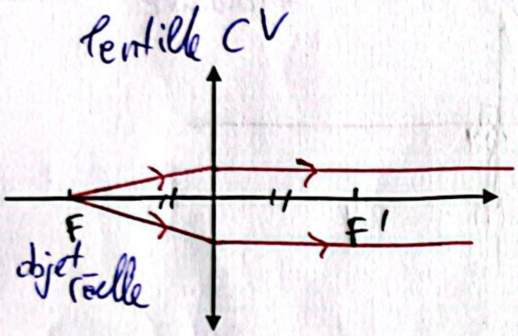


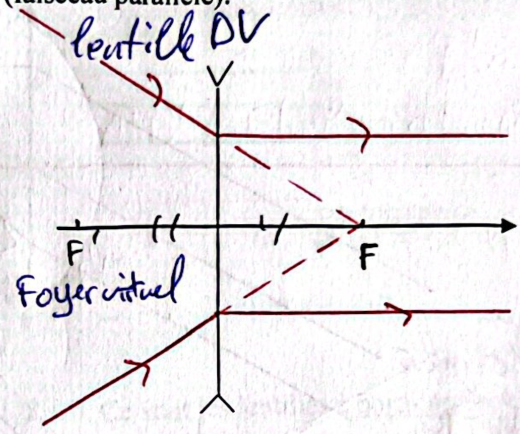
2.) Foyer (principal) objet F

Définition : Un faisceau émergent parallèle à l'axe optique après la lentille est issu du point F de l'axe optique, appelé foyer objet de la lentille. Distance focale objet : $f = \overline{OF}$

Propriété ADMISE : Les foyers sont symétriques par rapport à O. $f = -f'$

$\boxed{\text{Sur l'axe} : F \xrightarrow{(L)} A'\infty}$ Point image A' à l'infini sur l'axe optique (faisceau parallèle).

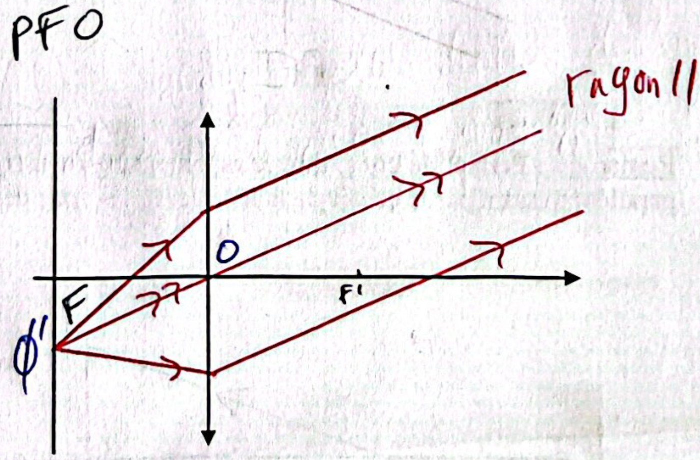


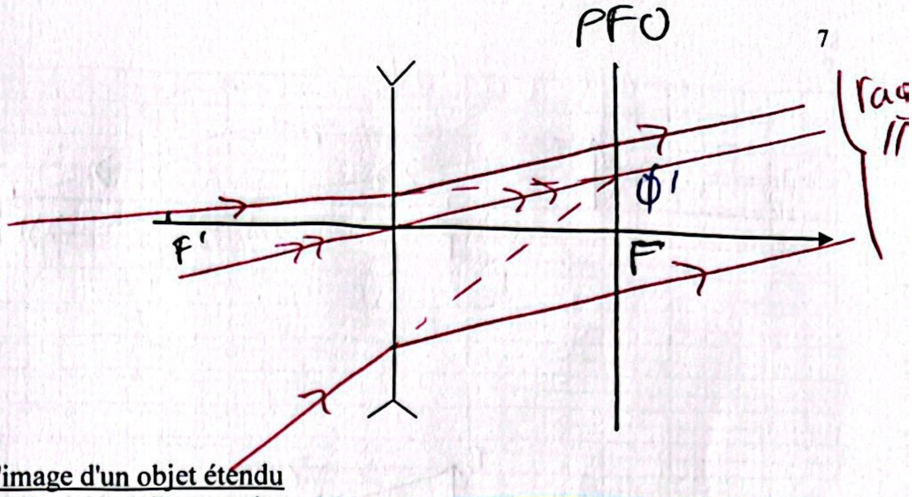


Plan focal objet (PFO) : C'est le plan de front de F . Il contient les points ayant leur image à l'infini. (aplanétisme)

Un faisceau incident, passant par un point Φ du plan focal objet, appelé foyer objet secondaire, émerge après la lentille en faisceau parallèle, incliné par rapport à l'axe optique

$\boxed{\text{Hors axe} : \Phi \xrightarrow{(L)} B'\infty}$ Point image B' à l'infini, en dehors de l'axe optique :





IV Constructions géométriques

1.) Méthode de construction de l'image d'un objet étendu

Hypothèse : AB est un objet plan, perpendiculaire à l'axe optique. Sa taille doit être petite devant la distance focale de la lentille (conditions de Gauss).

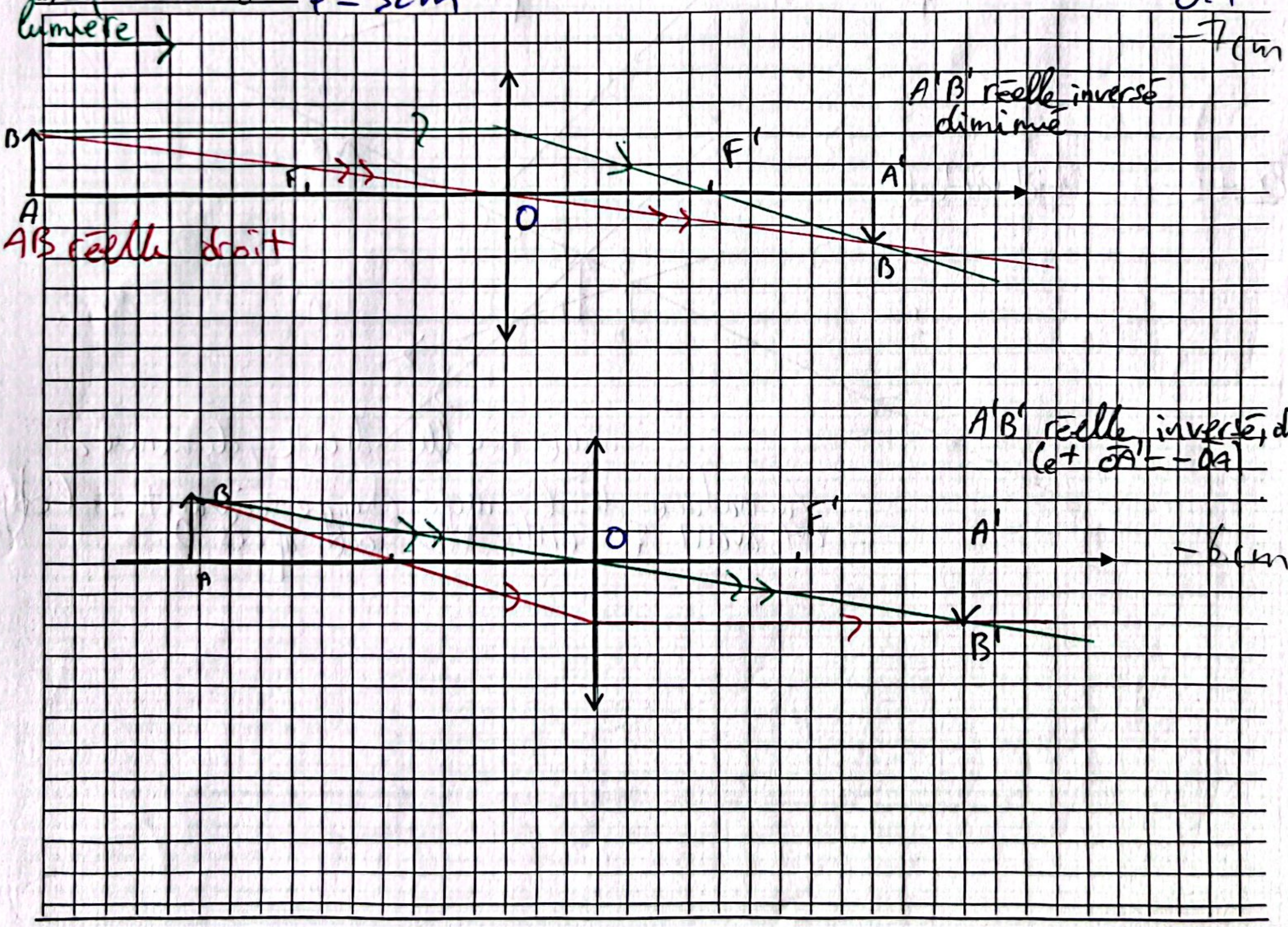
1. On construit B', image de B, en utilisant 2 des 3 rayons suivants :
- un RL passant par le centre n'est pas dévié.
- un RL incident passant par le foyer objet ressort parallèle à l'axe optique.
- un RL incident parallèle à l'axe ressort par le foyer image.
2. A' est obtenu par projection orthogonale de B' sur l'axe optique.

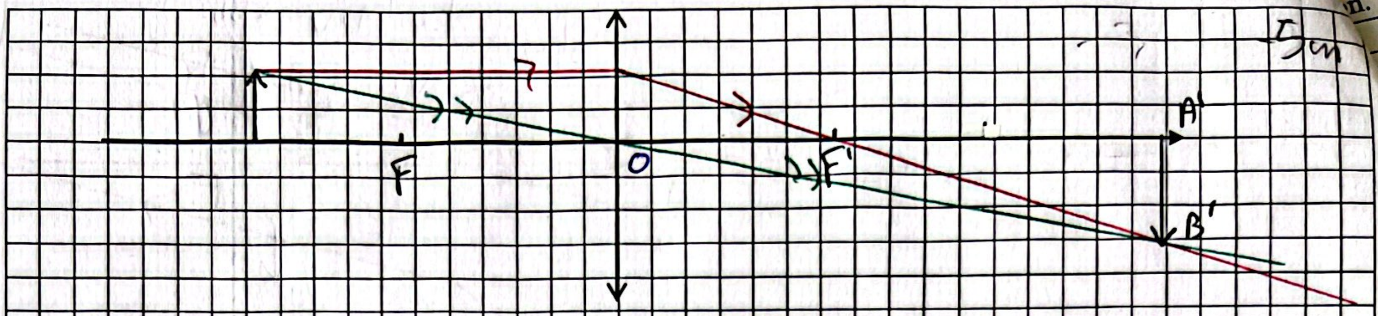
https://phyanim.sciences.univ-nantes.fr/optiqueGeo/lentilles/lentille_mince.php

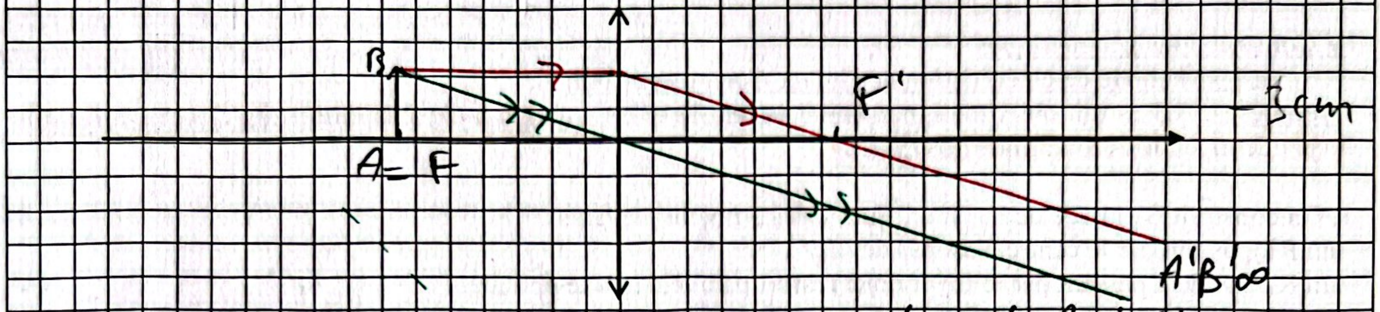
2.) Influence de la position de l'objet

$\overline{AB} = 1cm$

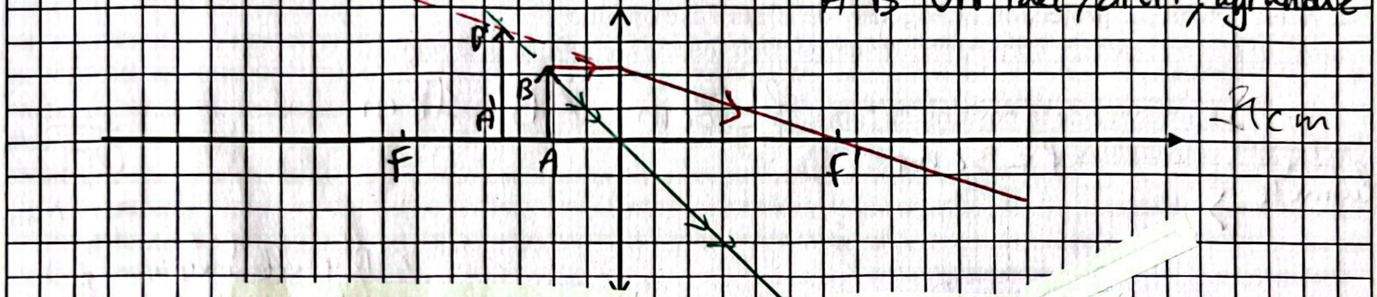
a) Lentille convergente $f' = 3cm$







A'B' virtuel, droit, agrandie



OA=+2cm Objet virtuel

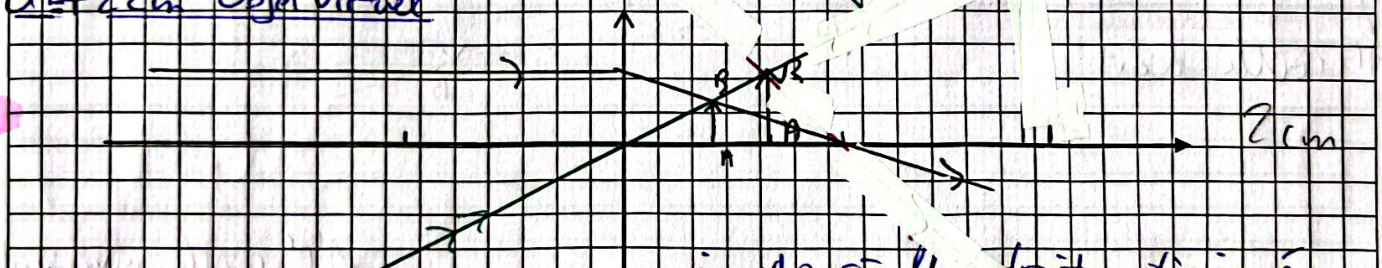
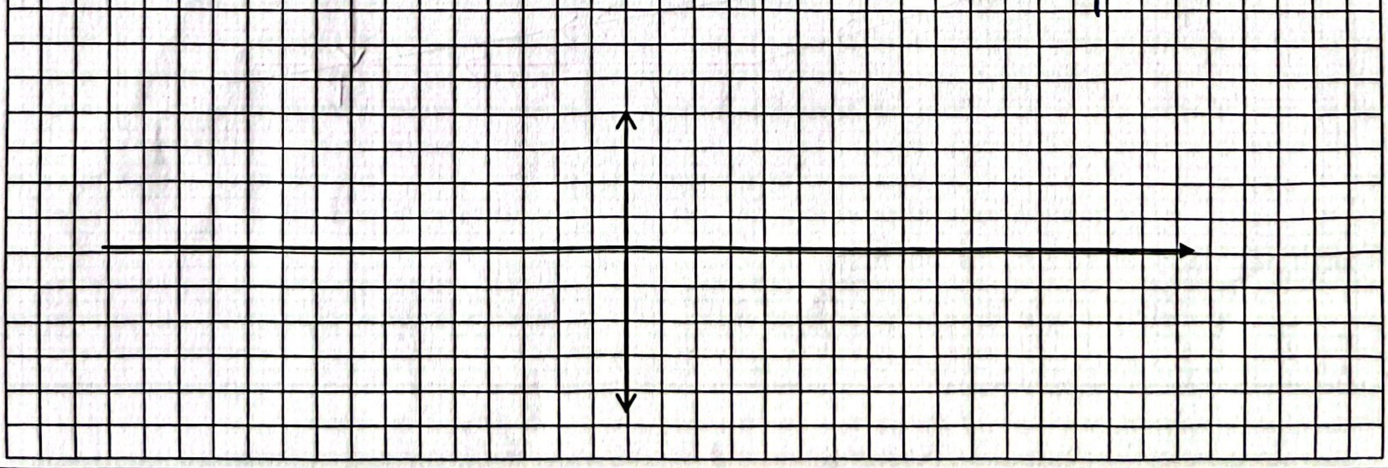
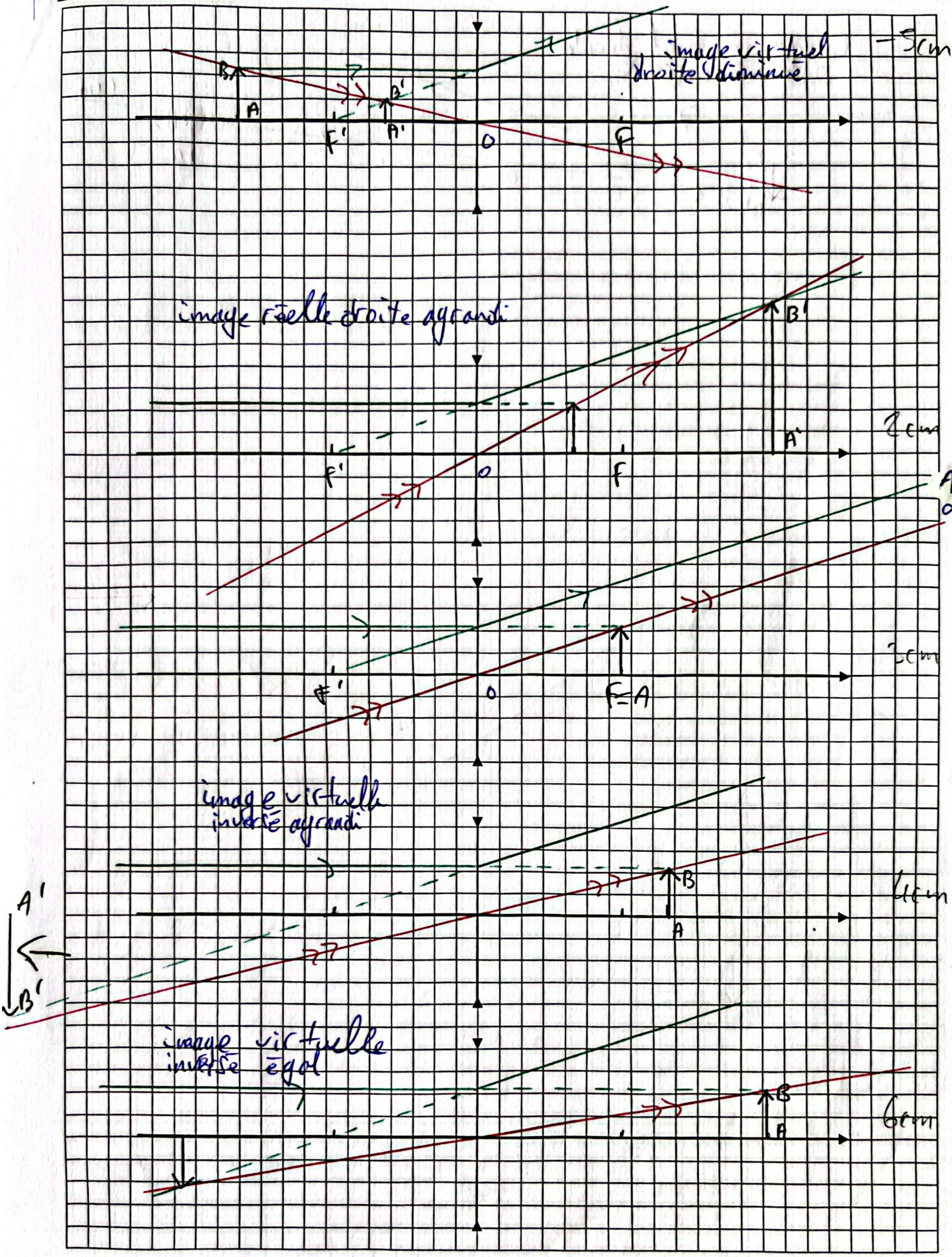


image réelle, droite, diminuée

La nature de l'image change suivant si l'objet est avant F, entre F et O ou après O



b) Lentille divergente



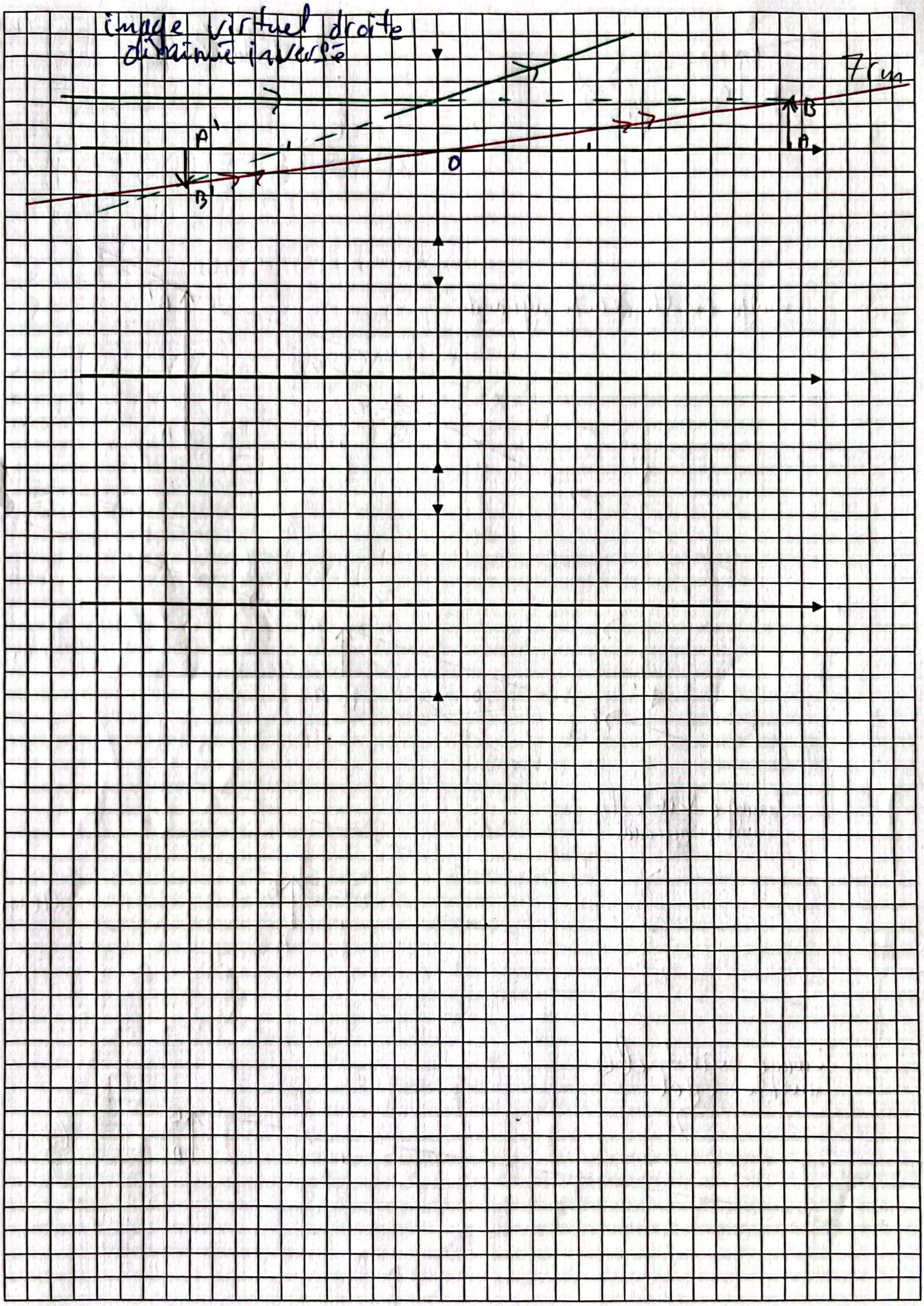
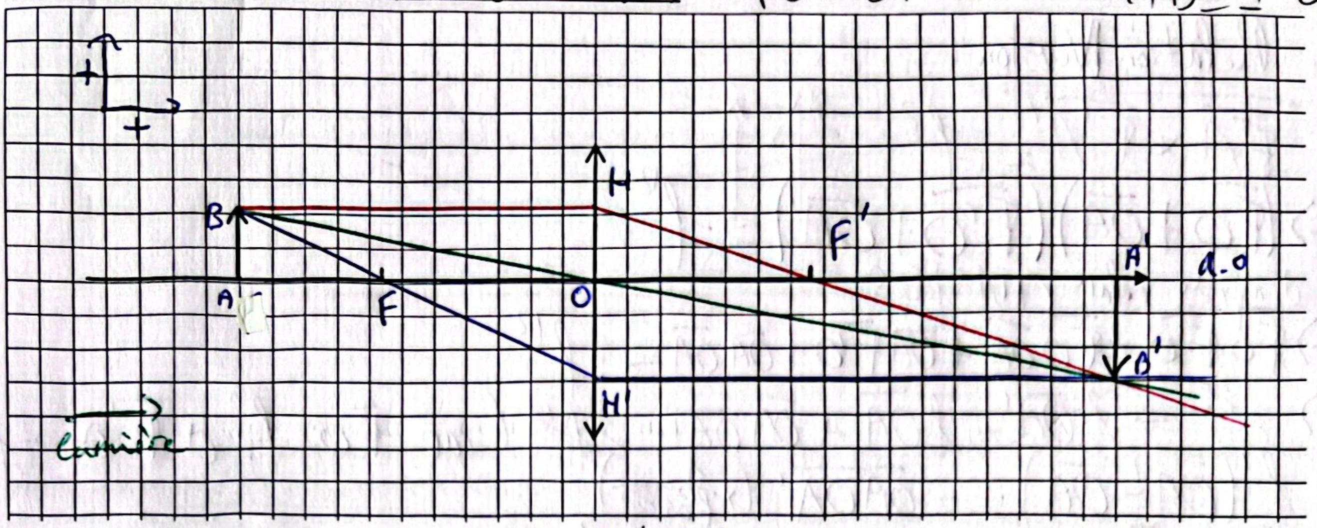


image virtuel droite
diminué inversée
7cm
A'
B'
O
B
A

V Relations de conjugaison

1.) Relation de Newton (avec origine aux foyers)

$\overline{FO} = \overline{OF'} = 3cm$ $\overline{AB} = 1$ $\overline{OA} = -$



Thalès ds les Δ FAB et FOH'

① $\dfrac{\overline{OH'}}{\overline{AB}} = \dfrac{\overline{FO}}{\overline{FA}}$

Thalès Δ F'OH et F'A'B'

② $\dfrac{\overline{A'B'}}{\overline{OH}} = \dfrac{\overline{F'A'}}{\overline{F'O}}$ À savoir refaire

Or $\overline{OH'} = \overline{A'B'}$

① $\Rightarrow \dfrac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \dfrac{\overline{FO}}{\overline{FA}} = \gamma$

de m̂ $\overline{OH} = \overline{AB} \Rightarrow$ ② $\gamma = \dfrac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \dfrac{\overline{F'A'}}{\overline{F'O}}$

①et② $\Rightarrow \gamma = \dfrac{\overline{F'A'}}{\overline{F'O}} = \dfrac{\overline{FO}}{\overline{FA}}$

$\Rightarrow \overline{F'A'} \times \overline{FA} = \overline{F'O} \times \overline{FO}$

$f' = \overline{OF'} \Rightarrow \overline{F'O} = -f'$

$f = \overline{OF} = -f' \Rightarrow \overline{FO} = f'$

$\Rightarrow \boxed{\overline{F'A'} \times \overline{FA} = -f'^2}$ montrer + connaître

Relation Newton

Relation Newton

$\overline{FA} . \overline{F'A'} = -f'^2$

$(\overline{FO} + \overline{OA})(\overline{F'O} + \overline{OA'}) = -f'^2$

d'après relation CHASLES

Le conjugué A' d'un point A par une lentille mince sphérique, de centre optique O, de foyers F et F', de distance focale image f ' vérifie les relations suivantes :

Pour $A \xrightarrow{(L)} A'$, on a : Relation de Newton : $\overline{F'A'} \cdot \overline{FA} = -f'^2$ et $\gamma = \dfrac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \dfrac{\overline{FO}}{\overline{FA}} = \dfrac{\overline{F'A'}}{\overline{F'O}}$

2.) Relation de Descartes (avec origine au centre optique O).

Relation Newton

$\overline{FA}\times\overline{F'A'} = -f'^2$

$\Rightarrow (\overline{FO}+\overline{OA})(\overline{F'O}+\overline{OA'}) = -f'^2$

d'après relat° CHASLES

$\Rightarrow \overline{FO}\,\overline{F'O} + \overline{FO}\,\overline{OA'} + \overline{OA}\,\overline{F'O} + \overline{OA}\,\overline{OA'} = -f'^2$

$\Rightarrow \cancel{-f'^2} + f'\overline{OA'} - f'\overline{OA} + \overline{OA}\,\overline{OA'} = \cancel{-f'^2}$ (car $\overline{FO}=f'$ et $\overline{F'O}=-f'$

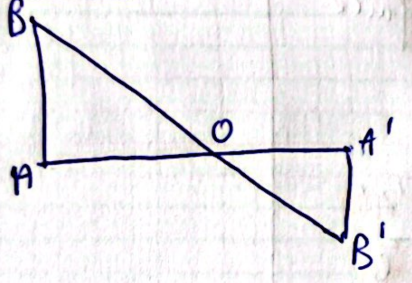
$\Rightarrow f'(\overline{OA'}-\overline{OA}) = -\overline{OA}\,\overline{OA'}$ $\left(\times\frac{1}{f'\overline{OA}\,\overline{OA'}}\right)$

$\Rightarrow \frac{\overline{OA'}-\overline{OA}}{\overline{OA}\,\overline{OA'}} = \frac{1}{f'} \Rightarrow \frac{1}{\overline{OA}} - \frac{1}{\overline{OA'}} = -\frac{1}{f'}$

$\Rightarrow \boxed{\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'}}$

Thalès de Δ OAB et OA'B'

$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$



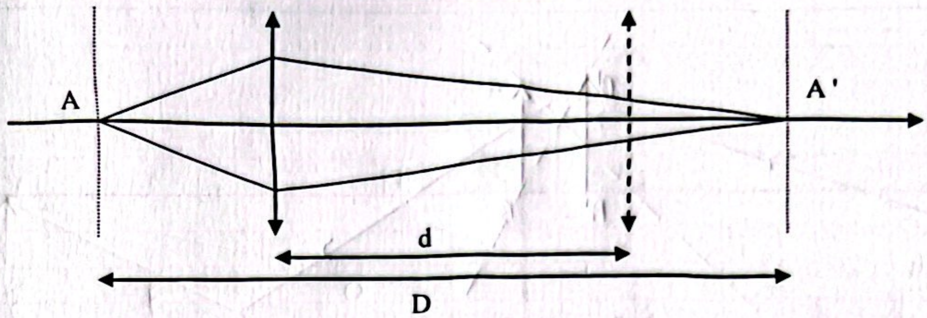
Le conjugué A' d'un point A par une lentille mince sphérique, de centre optique O, de foyers F et F', de distance focale image f ' vérifie les relations suivantes :

Pour $A \xrightarrow{(L)} A'$, on a : Relation de Descartes : $\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'}$ et $\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$

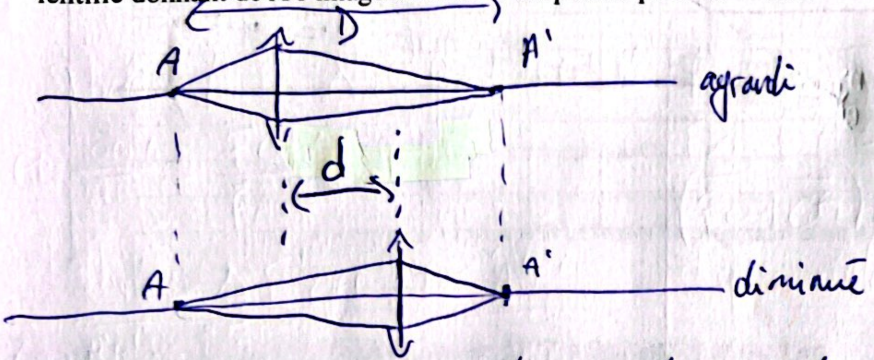
11

3.) Critère de projection, méthode de Bessel

https://phyanim.sciences.univ-nantes.fr/optiqueGeo/focometrie/bessel.php



Montrer que D doit être supérieure ou égale à 4f ' pour qu'il existe au moins une position possible de la lentille donnant de A l'image réelle A'. On pourra poser $x = \overline{OA}$.



Relation de Descartes $\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'}$

On pose $x = \overline{OA} < 0$

$D = \overline{AA'} = \overline{AO} + \overline{OA'}$

$\Rightarrow \overline{OA'} = D - \overline{AO} = D + \overline{OA} = D + x$

① $\Rightarrow \frac{1}{D+x} - \frac{1}{x} = \frac{1}{f'}$ (équat° 2nd deg) (+ étapes)

$\Rightarrow x^2 + Dx + f'D = 0$

Discriminant $\left(\begin{array}{l} ax^2+bx+c=0 \\ \Delta = b^2-4ac \end{array} \right)$

$\Delta = D^2 - 4Df' = D(D-4f')$

il existe au moins 1 solution réelle si $\Delta \geq 0$ or $D \geq 4f'$

$D_{min} = 4f'$ critère de projection

L'équation admet 2 solut° pour $\Delta > 0$ $D > 4f'$

$x_1 = \frac{-D - \sqrt{D^2 - 4f'D}}{2} = \overline{OA_1}$

$x_2 = \frac{-D + \sqrt{D^2 - 4f'D}}{2} = \overline{OA_2}$

$d = x_2 - x_1 = \frac{\sqrt{D^2 - 4Df'}}{2} + \frac{\sqrt{D^2-4Df'}}{2}$

$\Rightarrow d = \sqrt{D^2 - 4Df'}$

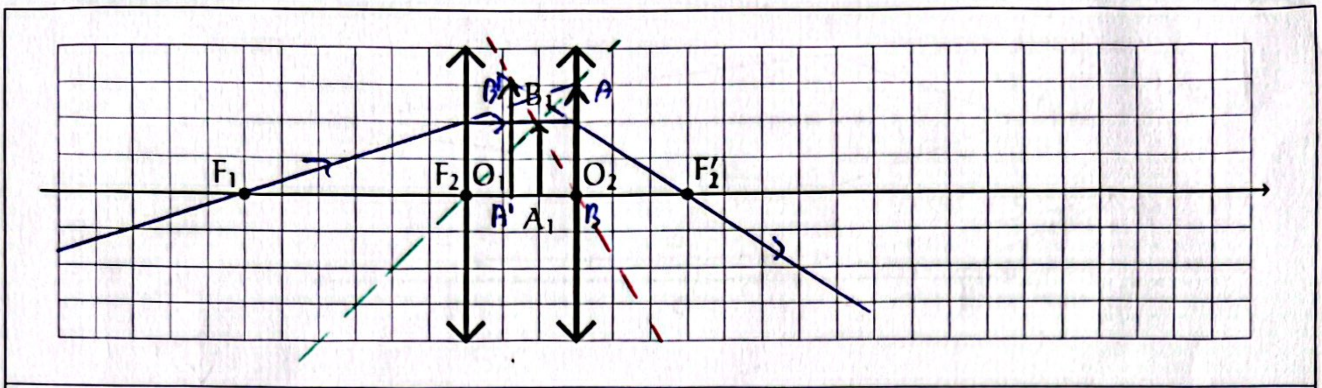
$\Rightarrow d^2 = D^2 - 4Df'$

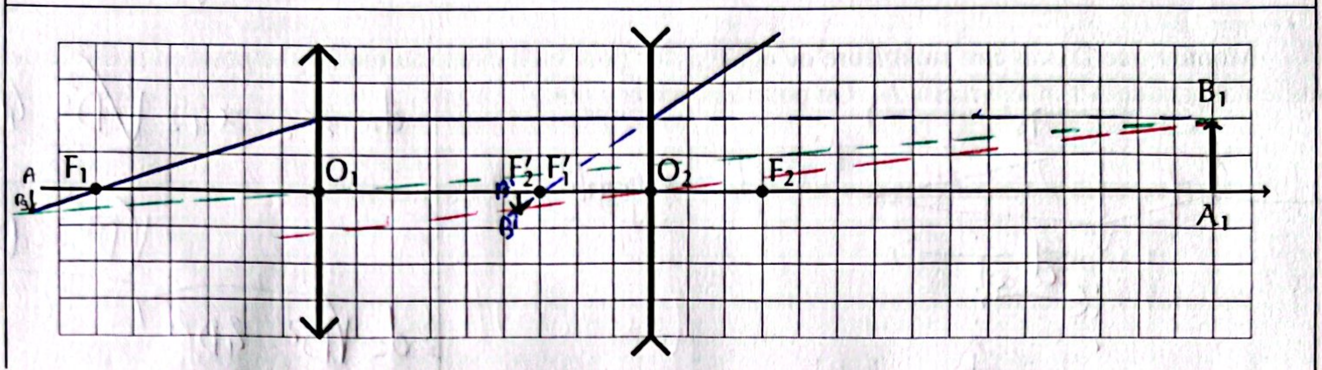
$\Rightarrow 4Df' = D^2 - d^2$

$\Rightarrow \boxed{f' = \frac{D^2 - d^2}{D}}$

Rq : Pour $D = 4f'$ objet et image symétrique /O et de m̂ taille

4.) Construction de l'objet AB et de l'image A'B', l'image intermédiaire étant donnée.





?