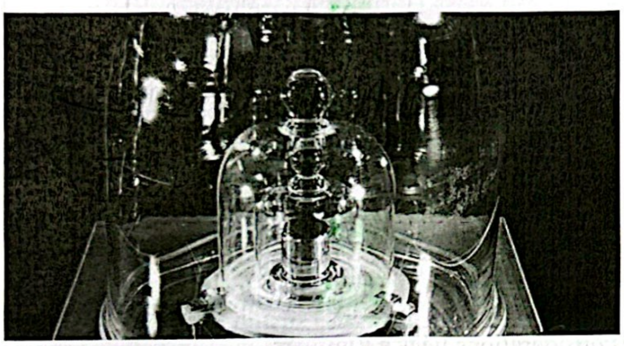
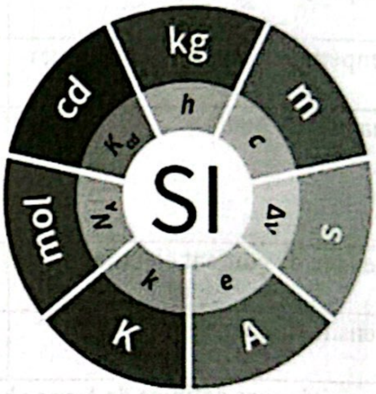
GM. Les grandeurs mesurables.

https://www.bipm.org/fr/measurement-units

Le Système international d'unités (reconnu au niveau international sous l'abréviation SI) est le système pratique d'unités de mesure recommandées. À compter du 20 mai 2019, toutes les unités du SI sont définies à partir de constantes de la nature, ce qui permet d'assurer la stabilité du SI dans le futur et ouvre la voie à l'utilisation de nouvelles technologies, y compris celles quantiques, pour mettre en pratique les définitions.



Ancien étalon du kilogramme



Les 7 unités du Système international

En novembre 2018, la Conférence générale des poids et mesure (CGPM) a voté la nouvelle définition de l'unité de masse. Non plus fondée sur un artefact matériel, elle est désormais définie à partir de la constante de Planck, constante de la mécanique quantique, h. En 2017, les scientifiques du LNE, du Cnam et de l'Observatoire de Paris, ainsi que d'autres laboratoires à travers le monde, ont mesuré cette constante fondamentale avec une précision sans précédent. Ils ont ouvert ainsi la voie à une définition désormais immatérielle du kilogramme.

https://www.lne.fr/fr/comprendre/systeme-international-unites/kilogramme

I Définitions.

- Grandeur : Propriété d'un phénomène ou d'un corps pouvant être déterminée quantitativement par l'expérience.
- Unité d'une grandeur : grandeur finie, prise comme terme de comparaison avec des grandeurs de même espèce. La mesure résulte de la comparaison de la grandeur à l'unité.

Exemple : de grandeur : la masse d'une barre métallique
ex unité : le Kilogramme
ex mesure $m = x \times 1kg$ x mesure = nb décimal

II Le système international d'unités.

sauf pour les chimistes et les anglo-saxons

1.) Les unités fondamentales

Elles sont au nombre de 7 correspondants à 7 grandeurs de base, ou grandeurs fondamentales.
La dimension d'une grandeur donne sa nature. Elle est notée [grandeur].
Si la grandeur est un nombre, on dit que la grandeur est sans dimension ou de dimension 1.
On a alors [grandeur] = 1.

****

Grandeur fondamentale	Unité S.I. : nom (symbole)	Dimension
Longueur ℓ	u = m mètre(m)	$[\ell] = L$
Masse m	(Kg) Kilogramme	M
Temps	seconde	T
Température (thermodynamique)	Kelvin (K)	θ (nom normalisé)
Quantité de matière	mole (mol)	$[n] = N = 1$ (nombre) sans dimension
Intensité de courant électrique	Ampère (A)	I
Intensité lumineuse	candela (cd)	I_e (nom normalisé)

Ces unités sont définies de façon absolue à partir de considérations liées à l'univers.

Exemples :

- La seconde est la durée d'un certain nombre de périodes de la radiation correspondant à la transition entre deux niveaux de l'atome de Césium.
- Le mètre est égal à la distance parcourue par la lumière dans le vide pendant une durée de 1/c seconde.
- La quantité de matière d'un système représente un nombre d'entités élémentaires spécifiées. Sa valeur est définie en fixant la valeur numérique du nombre d'Avogadro $\mathcal{N}_A$ quand elle est exprimée en mol^{-1}.

7 Constantes fondamentales	Valeur approximatives
Vitesse de la lumière (vide) c	3.10^{8} $m.s^{-1}$
Constante d'Avogadro $\mathcal{N}_A$	$6,022\ 10^{23}$ mol^{-1}
Charge élémentaire e	$1,6\ 10^{-19}$ C
Constante de Planck h	$6,63\ 10^{-34}$ J.s
Constante de Boltzmann k (ou k_B)	$1,38\ 10^{-23}$ $J.K^{-1}$
Fréquence de la transition hyperfine du césium $\Delta\nu_{Cs}$	9.10^{9} Hz
Efficacité lumineuse d'un rayonnement monochromatique K_{cd}	683 $lm.W^{-1}$

Autre constantes	Valeur
Constante de gravitation $\mathcal{G}$	6,7 10^{-11} $m^3.kg^{-1}.s^{-2}$
Constante molaire des gaz parfaits R	8,314 $J.K^{-1}.mol^{-1}$

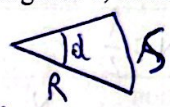
Deux unités supplémentaires sont utilisées pour les angles. Ce sont des unités sans dimension.

- angle plan entre deux demi-droites :

Sur un cercle de centre O, de rayon R, les demi-droites découpent un arc de longueur s, alors l'angle est défini par $\alpha = \frac{s}{R}$, indépendant de R.

angle $\alpha = \frac{s}{R}$

$[\alpha] = 1$



- angle solide : hors programme en sup (angle dans l'espace).

Grandeur supplémentaire	Unité S.I.	Dimension
Angle plan α	radian (rad)	sans dimension
Angle solide	stéradian (sr)	sans dimension

2.) Les unités dérivées

Elles sont définies à partir de relations entre les unités fondamentales.

ex vitesse : $v = \frac{l \text{ — distance}}{\tau \text{ — durée (tau)}}$ $\Rightarrow U(v) = \frac{U(l)}{U(\tau)} = \frac{m}{s} = ms^{-1}$

accélération : $a = \frac{v}{\tau}$

$\Rightarrow U(a) = ms^{-2}$

force : 2e loi de Newton : $F = ma$

$U_F = U_m \times U_a$
$= kg \cdot m \cdot s^{-2}$

Equation aux dimensions :

Relation symbolique donnant le lien entre une grandeur et les grandeurs fondamentales.

ex : 2e loi de Newton $F = ma$

$\Rightarrow [F] = [m][a]$

$= MLT^{-2}$

Grandeur dérivée	Unité S.I.	Dimension
Surface $S = l \times l$	m^2	L^2
Volume $V = S \times l$	m^3	L^3
Masse volumique $\rho = \frac{m}{V}$	$Kg\, m^{-3}$	ML^{-3}
Vitesse $v = \frac{l}{t}$	$m \cdot s^{-1}$	LT^{-1}
Accélération $a = \frac{v}{t}$	$m \cdot s^{-2}$	LT^{-2}
Fréquence $f = \frac{1}{T}$	$s^{-1} = Hz$ (= Hertz)	T^{-1}
Vitesse angulaire $\omega = \frac{2\pi}{T}$	$rad \cdot s^{-1}$	$\alpha T^{-1} = T^{-1}$ car $\alpha : 1$ (angle sans dimension)
Force $F = ma$	$Kg\, m s^{-2} = N$ (Newton)	MLT^{-2}
Travail, énergie travail $W = F \times d = ma \times d$ $E_c = \frac{1}{2} m v^2$	$Kg\, m s^{-2} m = Kg\, m^2 s^{-2} = J$ (joule)	$ML^2 T^{-2}$
Puissance $P = \frac{E}{t}$	$Kg\, m^2 s^{-3} = W$ (watt)	$ML^2 T^{-3}$
Moment d'une force $M = F \cdot d$	$N m = Kg\, m^2 s^{-2}$	$ML^2 T^{-2}$ même dimension que l'énergie
Pression $P = \frac{F}{S}$	$\frac{Kg\, m s^{-2}}{m^2} = Kg\, m^{-1} s^{-2} = Pa$ (pascal)	$ML^{-1} T^{-2}$
Quantité d'électricité $Q = i \times t$	$As = C$	IT
Potentiel électrique (ou tension) puissance $P = U \times I$ $U = \frac{P}{I}$	$\frac{Kg\, m^2 s^{-3}}{A} = Kg\, m^2 s^{-3} A^{-1} = V$ (volt)	$ML^2 T^{-3} I^{-1}$
Résistance électrique loi ohm $U = RI$ $R = \frac{U}{I}$	$\frac{Kg\, m^2 s^{-3} A^{-1}}{A} = Kg\, m^2 s^{-3} A^{-2}$ $= \Omega$	$ML^2 T^{-3} A^{-2}$

Capacité électrique Nom condensateur -F C $U = \frac{q}{C} \Leftrightarrow C = \frac{q}{U}$	$\frac{As}{Kg\,m^2 A^{-1} s^{-3}}$ $= s^4 m^{-2} A^2 Kg^{-1} m^{-2} = F$ (farad)	$T^4 I^2 M^{-1} L^{-2}$
Champ magnétique (B) $F = q \times v \times B$ $\Leftrightarrow B = \frac{F}{qV}$	$\frac{Kg\,m\,s^{-2}}{A\,s\,m\,s^{-1}} = Kg\,s^{-2} A^{-1} = T$ (tesla)	$M\,T^{-2} I^{-1}$

Un système d'unités est défini par le choix :

- d'unités fondamentales.
- de relations de définitions des unités dérivées

*** 3.) Multiples et sous-multiples

Ils sont utilisés afin de s'adapter aux grandeurs. On peut s'en passer en utilisant la notation scientifique

Multiples	nom	symbole	Sous-multiples		
10^{12}	Tera	T	10^{-1}	deci	d
10^{9}	giga	G	10^{-2}	centi	c
10^{6}	mega	M	10^{-3}	milli	m
10^{3}	kilo	Kg	10^{-6}	micro	µ
10^{2}	hecto	h	10^{-9}	nano	n
10^{1}	déca	da	10^{-12}	pico	p

4.) Unités particulières

Unités ni multiples ni sous-multiples des unités du système international.

$1L = 1dm^3$

1atm = 101 325 Pa

1bar = 10^5 Pa

III Applications

1.) Recherche de l'unité d'une grandeur

ex : loi de Coulomb : force d'intéraction entre 2 charges

$q_1 \xrightarrow{r} q_2$

Norme : $F = \underbrace{\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}}_{K} \times \frac{|q_1 q_2|}{r^2}$

Unité de ε_0 ?

$\varepsilon_0 = \frac{|q_1 q_2|}{4\pi r^2 F}$

soit dimension | soit unité

$| \ [4\pi] = 1 \ |$ $\quad u_{4\pi} = 1$ (nombre)

$q = I \times t \qquad u_q = IT$

$u_{\varepsilon_0} = \frac{(u_q)^2}{u_F (u_r)^2} = \frac{A^2 s^2}{kg\, m\, s^{-2} \times m^2} = A^2 s^4 kg^{-1} m^{-3}$

2^e loi Newton $F = ma \qquad u_F = kg\, m\, s^{-2}$

2.) Vérification de l'homogénéité d'une relation ***

<u>Définition</u> : Une relation traduisant une loi physique est <u>homogène</u> quand les deux membres de la relation possèdent la même unité ou ont la même dimension.

<u>Propriétés</u> : - Une relation est fausse si elle n'est pas homogène, mais une relation homogène n'est pas forcément juste.

- Pour une somme z = x + y, les trois termes doivent être homogènes. Si x et y ne sont pas homogènes, la relation est fausse.

ex : Période d'oscillation d'un pendule :

$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$

$[T_0] = T$

$[2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}] = [2\pi] \times \sqrt{\frac{[l]}{[g]}}$

LT^{-2}

Poids $P = mg$ or le poids est une force $F = ma$

$\Rightarrow [g] = [a] = LT^{-2}$

$[2\pi] = 1$ (nombre)

$= 1\sqrt{\frac{L}{L \cdot T^{-2}}} = \sqrt{T^2} = T$

m̂ dimension donc la relation est homogène.

3.) Nombre de chiffres significatifs

Définition : On appelle chiffres significatifs tous les chiffres dont on est sûr, et le premier chiffre incertain (se mettre en notation scientifique).

ex : $317,0 = \underbrace{3,17}_{\text{3 chiffres sûrs}}0 \times 10^2$ 4 chiffres significatifs

La valeur exact est compris entre 3,169 et 3,171

$0,0326 = \overbrace{3,26}^{\text{chiffres significatifs}} \times 10^{-2}$

Propriétés :

1. Après addition ou soustraction, le résultat ne doit pas avoir plus de décimales que le nombre qui en comporte le moins.

ex $\underbrace{220,2}_{\text{1 décimale}} + \underbrace{1,11}_{\text{2 décimales}} = \underbrace{221,3}_{\text{1 décimale}}$

2. Après multiplication ou division, le résultat ne doit pas avoir plus de chiffres significatifs que la valeur la moins précise.

ex $\underbrace{36,56}_{4CS} \times \underbrace{58,4}_{3CS} = 2,1339 \times 10^3$
$\simeq \underbrace{2,13}_{3CS} \times 10^{-3}$

3. Un nombre entier naturel est considéré comme possédant un nombre illimité de chiffres significatifs.

On prend une masse m, puis 2xm si m=2=2,000... entier naturel, exact

Remarque :

Lorsqu'un calcul nécessite une suite d'opérations, elles sont faites en utilisant les données avec tous leurs chiffres significatifs.

La détermination du nombre de chiffres significatifs du résultat final s'effectue à la fin de toutes les opérations. (TP, Oral)