

Résumé de cours SE2. Circuits du premier ordre en régime transitoire

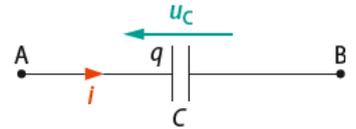
Condensateur idéal.

En convention récepteur, la tension et l'intensité sont liés par la loi :

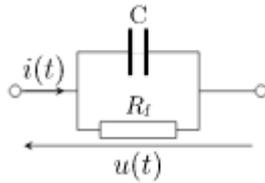
$$i = C \frac{du}{dt} \text{ où } C \text{ est la capacité du condensateur. } u = \frac{q}{C}$$

L'énergie du condensateur idéal $\mathcal{E}_C = \frac{1}{2} C u_C^2$ est une fonction continue du temps, donc u_C aussi.

En régime continu, il équivaut à un interrupteur ouvert.



Condensateur réel :

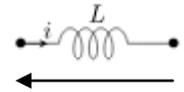


Les condensateurs parfaits s'associent comme des conductances

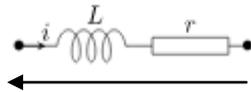
Bobine idéale.

En convention récepteur, la tension et l'intensité sont liés par la loi : $u = L \frac{di}{dt}$ où L est l'inductance propre de la bobine. L'énergie de la bobine $\mathcal{E}_L = \frac{1}{2} L i_L^2$ est une fonction continue du temps, donc i aussi.

En régime continu, elle équivaut à un fil.



Bobine réelle :



Les bobines idéales s'associent comme des résistances

Méthode :

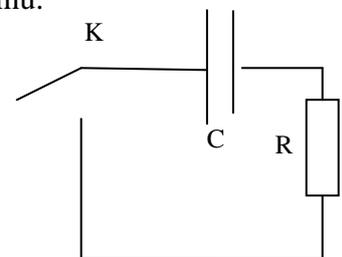
1. Ecrire une équation de maille, qui permette de trouver une équation différentielle sur la grandeur qui nous intéresse (u_C pour C , i pour L).
2. Résolution de l'équation : solution complète = solution libre + solution forcée.
3. Détermination des constantes, en utilisant la continuité du courant dans une bobine et de la tension aux bornes d'un condensateur.

Valeurs dans le circuit à $t = 0^+$: On calcule les valeurs à $t = 0^-$ (schéma équivalent du circuit en régime continu), puis on regarde quelles sont les grandeurs qui sont des fonctions continues du temps.

Valeurs dans le circuit à $t \rightarrow \infty$: On utilise un schéma équivalent du circuit en régime continu.

Bilan de puissance : Equation de maille que l'on multiplie par i .

Bilan sur les énergies : On intègre entre 0 et t .



I Circuit RC série :

1) Régime libre : On ferme K , C étant initialement chargé avec une tension U_0 .

$$\frac{du_C}{dt} + \frac{u_C}{RC} = 0 \quad u_C(t) = A e^{-\frac{t}{RC}} \text{ où } A \text{ est une constante déterminée}$$

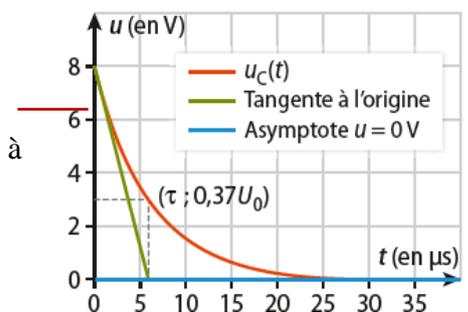
par la continuité de u_C .

Constante de temps $\tau = RC$

Remarque : L'équation de la tangente au point d'abscisse a est obtenue à

$$\text{par partir de : } f'(a) = \frac{y-f(a)}{x-a}$$

Permet de trouver l'équation de la tangente à l'origine.

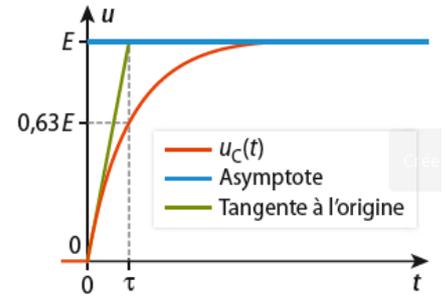
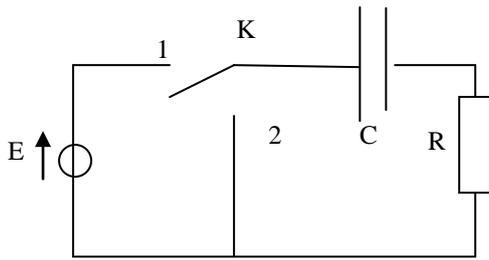


2) Réponse à un échelon de tension : K passe de la position 2 à 1.

$$\frac{du_C}{dt} + \frac{u_C}{RC} = \frac{E}{RC} \quad u_C(t) = u_{C\ell}(t) + u_{Cf} = Ae^{-\frac{t}{RC}} + E.$$

$u_{C\ell}(t)$ est la solution libre (ou solution homogène).

u_{Cf} est la solution forcée (ou solution particulière).

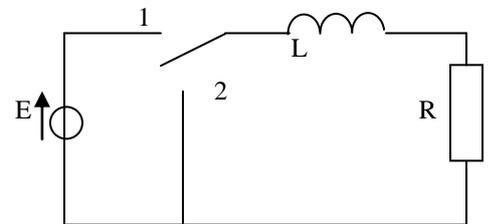


II Circuit RL série :

1) Régime libre : K passe de 1 à 2.

$$\frac{di}{dt} + \frac{R}{L}i = 0 \quad i(t) = Ae^{-\frac{R}{L}t}$$

Constante de temps $\tau = \frac{L}{R}$



2) Réponse à un échelon de tension : K passe de 2 à 1.

$$\frac{di}{dt} + \frac{R}{L}i = \frac{E}{L} \quad i(t) = Ae^{-\frac{R}{L}t} + \frac{E}{R}$$

III Méthode d'Euler : Résolution de l'équation différentielle portant sur la tension aux bornes du condensateur dans un circuit RC, lors de la charge du condensateur :

$$\frac{du}{dt} + \frac{u}{RC} = \frac{E}{RC}, \text{ on a, avec } \tau = RC, \quad \frac{du}{dt} + \frac{u}{\tau} = \frac{E}{\tau}, \text{ soit } \frac{du}{dt} = \frac{E-u}{\tau} \quad (1)$$

$$\text{Or } \frac{du}{dt} = \frac{u_{k+1} - u_k}{h} \quad \text{donc} \quad u_{k+1} = u_k + h * \frac{du}{dt} \quad (2)$$

$$\text{En combinant (1) et (2) :} \quad u_{k+1} = u_k + h * \frac{E - u_k}{\tau}$$