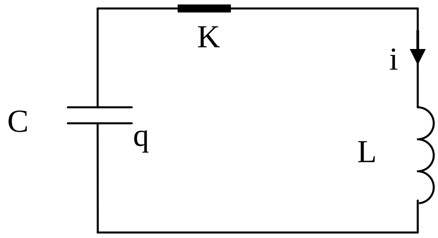
Résumé de cours SE3. L'oscillateur harmonique

Oscillateur harmonique : $\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0$ où ω_0 est la pulsation propre.

Solution $x(t) = a \cos(\omega_0 t) + b \sin(\omega_0 t) = A \cos(\omega_0 t + \varphi)$ A est l'amplitude, positive et φ l'avance de phase.

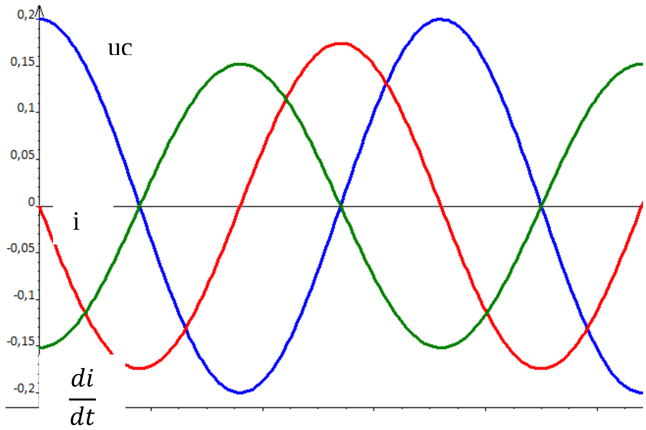
I. Oscillateur électrique : le circuit LC série en régime libre



A t = 0^- : $i = 0$ et $u_C = u_{C0}$

A t = 0^+ : Par continuité : $i = 0$ et $u_C = u_{C0}$.

Equation de maille avec $i = C\frac{du_C}{dt}$ et $u_L = L\frac{di}{dt}$ donc $\frac{d^2u_c}{dt^2} + \omega_0^2 u_c = 0$



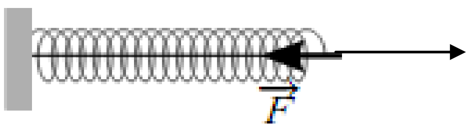
$u_C(t) = a \cos(\omega_0 t) + b \sin(\omega_0 t)$

Pulsation propre $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ Période propre : $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}$

Bilan de puissance : Equation de maille que l'on multiplie par i.
On obtient : $\frac{d}{dt}(\mathcal{E}_C + \mathcal{E}_L) = 0$

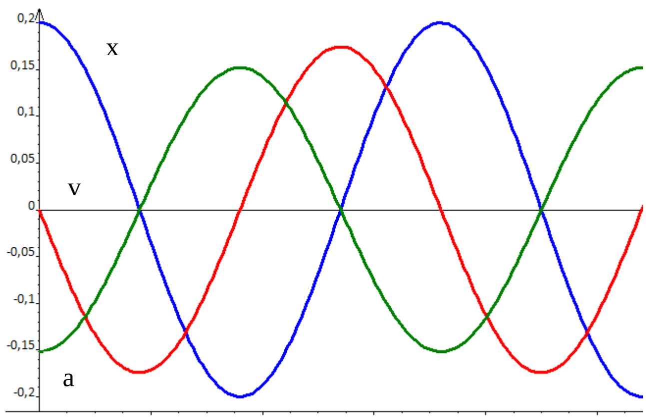
où l'énergie de la bobine est $\mathcal{E}_L = \frac{1}{2}Li_L{}^2$ et l'énergie du condensateur idéal est $\mathcal{E}_C = \frac{1}{2}Cu_c{}^2$

II. Oscillateur mécanique : le ressort horizontal



Force de rappel du ressort : $\vec{F_r} = -kx\vec{e}_x$ où le vecteur unitaire $\vec{e}_x$ est dans le sens de l'allongement du ressort où $x = \ell - \ell_o$

Loi fondamentale de la dynamique : $m\vec{a}_M = \vec{P} + \vec{R}_N + \vec{F_r}$ donne $\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 x = 0$
d'où $x(t) = a \cos(\omega_0 t) + b \sin(\omega_0 t) = A \cos(\omega_0 t + \varphi)$



Pulsation propre $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$

A t = 0 : $v = 0$ et $x = x_0$

Calcul de déphasage : $\varphi = \omega_0.\Delta t$

<u>Energie potentielle élastique</u> : $E_{pe} = \frac{1}{2}kx^2 + cste$
<u>Energie potentielle de pesanteur</u> : $E_{pp} = mgz + cste$ si z est l'altitude ($\vec{e}_z$ vers le haut).
<u>Energie cinétique</u> : $Ec = \frac{1}{2}mv^2$
<u>Energie mécanique</u> Em = Ec+Ep= Cste si toutes les forces qui travaillent sont conservatives (en l'absence de frottement). Em = Em(t=0).