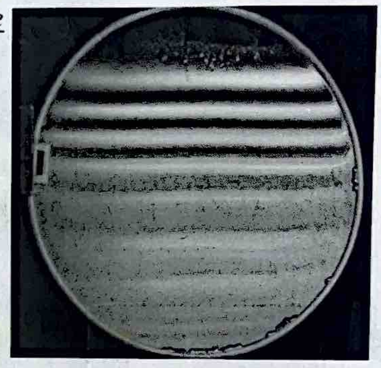
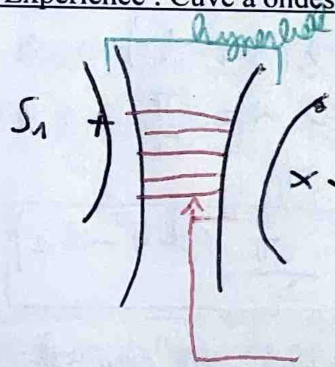
Signaux Physiques SP2 Phénomènes d'interférences

http://sciencedemonstrations.fas.harvard.edu/presentations/thin-film-interference



I Interférence entre deux ondes acoustiques ou mécaniques de même fréquence

1.) Expérience : Cuve à ondes

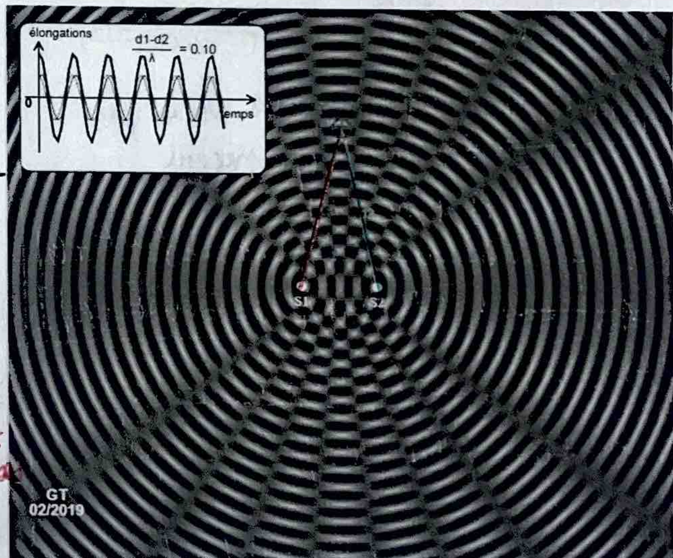


brouillage = interférence destructive

Les ondes arrivent en opposition de phase

interférences constructives = ondes arrivent en phase

(altitude des vagues max)



http://www.sciences.univ-nantes.fr/sites/genevieve_tulloue/Ondes/cuve_ondes/interference_ondes_circulaires.php

2.) Expérience : Ondes ultrasonores.

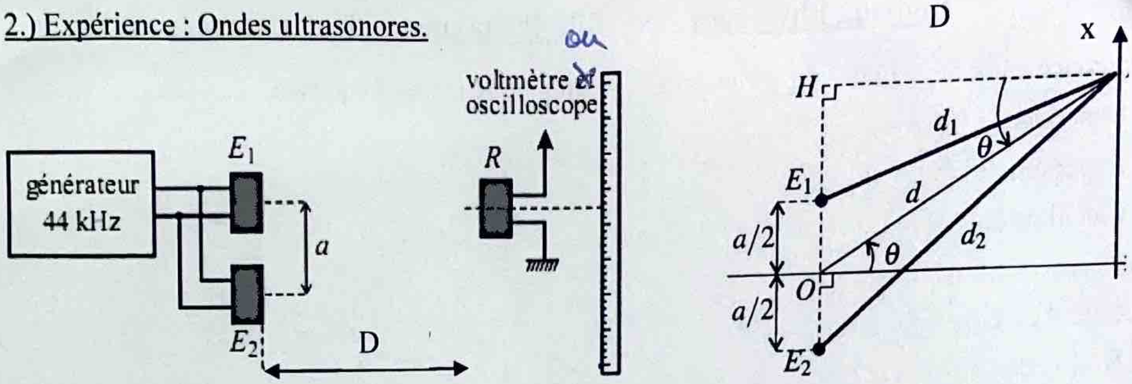


Figure 3.3 – Expérience pour l'observation des interférences d'ondes ultrasonores.

φ SP1 : onde se propageant dans le sens >0 on choisit $s(x,t) = A_0 \cos[\omega(t-\tau)]$
$= A_0 \cos[\omega t - \frac{x}{c}]$
ou τ retard $\tau = \frac{x}{c}$

On se place en un point M fixe du champ d'observation :
$s_1(t)=A_1 \cos(\omega t+\varphi_1)$ où $\varphi_1 = -kd_1+\varphi_{10}$
$s_2(t)=A_2 \cos(\omega t+\varphi_2)$ où $\varphi_2 = -kd_2+\varphi_{20}$

on fixe M donc x constant $s(x,t) = A_0 \cos(\omega t - kx)$ ou $k = \frac{\omega}{c}$
+ Phase à l'origine non nulle

Hypothèses :
- Les signaux sont initialement émis en phase. On choisit la même phase : $\varphi_{10} = \varphi_{20} = \varphi_0$
- Les signaux ont même amplitude : $A_1 = A_2 = A_0$

Rappel : $\cos p + \cos q = 2\cos\left(\frac{p+q}{2}\right)\cos\left(\frac{p-q}{2}\right)$

Au point M : les signaux émis par E1 et E2 se superposent

$s(t) = s_1(t) + s_2(t)$
$= A_0 \cos(\omega t + \varphi_1) + A_0 \cos(\omega t + \varphi_2)$
$= A_0 [\cos(\omega t + \varphi_1) + \cos(\omega t + \varphi_2)]$
$s(t) = 2A_0 \cos\left(\frac{2\omega t + \varphi_1 + \varphi_2}{2}\right) \times \cos\left(\frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2}\right)$

$s(t) = \underbrace{2A \cos\left(\frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2}\right)}_{\text{Amplitude du signal}} \cos\left(\omega t + \frac{\varphi_1+\varphi_2}{2}\right)$

$$\boxed{A = \left|2A_0 \cos\left(\frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2}\right)\right|}$$

⚠ définie positivement

Rq : ⚠ Si le facteur devant $\cos(\omega t + \frac{\varphi_1+\varphi_2}{2})$ est négatif on ajoute un déphasage de π pour définir l'amplitude positivement

$\varphi_1 = -kd_1 + \varphi_0$
$\varphi_2 = -kd_2 + \varphi_0$ ou $\varphi_0 = \varphi_{10} = \varphi_{20}$

$\varphi_1 - \varphi_2 = -k(d_1 - d_2)$ ou $k = \frac{\omega}{c}$
$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow k = \frac{2\pi}{cT} \Rightarrow k = \frac{2\pi}{\lambda}$
ou $\lambda = cT$

$$\boxed{\varphi_1 - \varphi_2 = -\frac{2\pi}{\lambda}(d_1 - d_2)}$$

Rq pour redémontrer cette formule

$\varphi = \omega \Delta t = \frac{2\pi \Delta t}{T}$

$(\times \frac{c}{c})$ $\varphi = \frac{2\pi c \Delta t}{cT}$ $\varphi = \frac{2\pi d}{\lambda}$

$d_2 > d_1$ l'onde émise par E2 arrive après celle émise par E1

⇒ l'onde émise par E2 est en retard / E1

$\Rightarrow \varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = \varphi_{1/2} > 0$

φ en avance de phase / φ avance de E.

E1 en avance sur E2

$\Rightarrow \underbrace{\varphi_1 - \varphi_2}_{>0} = -\frac{2\pi}{\lambda}(d_1 - d_2) = \frac{2\pi}{\lambda} \times \underbrace{(d_2 - d_1)}_{>0}$

1^er cas : Amplitude maximale au point M

$A = 2A_0 \cos(\frac{\varphi_1-\varphi_2}{2}) | max$

Ssi $|\cos(\frac{\varphi_1-\varphi_2}{2})| = +1$

$\cos \frac{\varphi_1-\varphi_2}{2} = \pm 1$

$\Rightarrow \frac{\varphi_1-\varphi_2}{2} = p\pi \quad p \in \mathbb{Z}$

$\boxed{\varphi_1 - \varphi_2 = 2p\pi} \quad p \in \mathbb{Z}$

Les signaux arrivent au point M en phase donc $A_{max} = 2A_0$

Interférences constructives

or $\varphi_1 - \varphi_2 = -\frac{2\pi}{\lambda}(d_1 - d_1) = 2p\pi$

$\Rightarrow \boxed{d_2 - d_1 = p\lambda} \quad p \in \mathbb{Z}$

2ème cas Amplitude minimale au point M

A_{min} pour $|\cos \frac{\varphi_1-\varphi_2}{2}| = 0$

$\Rightarrow \frac{\varphi_1-\varphi_2}{2} = \frac{\pi}{2} + p\pi$ ou $p \in \mathbb{Z}$

$\Rightarrow \varphi_1 - \varphi_2 = \pi + 2p\pi \quad p \in \mathbb{Z}$

Les signaux arrivent au point M en opposition de phase

$A_{min} = 0$

$\varphi_1 - \varphi_2 = -\frac{2\pi}{\lambda}(d_1 - d_2) = \pi + 2p\pi$

$\Rightarrow \boxed{d_2 - d_1 = \frac{\lambda}{2} + p\lambda} \quad p \in \mathbb{Z}$

*° Amplitude max : $\cos(\varphi_1 - \varphi_2) = +1$

$\Rightarrow A^2_{max} = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2$

$A^2_{max} = (A_1 + A_2)^2$

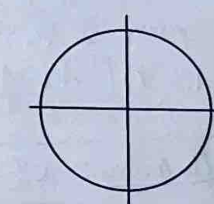
$A_{max} = A_1 + A_2$

• Amplitude minimale $\cos(\varphi_1 - \varphi_2) = -1$

$\Rightarrow A_{min}^2 = A_1^2 + A_2^2 - 2A_1A_2$

$= (A_1 - A_2)^2$

$\boxed{A_{min} = (A_1 - A_2)}$ $\boxed{A_{min} \neq 0}$



L'amplitude de l'onde résultante au point M est $A(M) = \left|2A_0 cos\left(\frac{\varphi_1-\varphi_2}{2}\right)\right|$

où $\varphi_1 - \varphi_2 = -k(d_1 - d_2) = -\frac{2\pi}{\lambda}(d_1 - d_2)$

Interférences constructives (amplitude maximale) si les signaux sont en phase :

$\varphi_1 - \varphi_2 = 2p\pi$ soit $\boxed{d_2 - d_1 = p\lambda}$ $A_{max} = 2A_0$

Interférences destructives (amplitude minimale) si les signaux sont en opposition de phase :

$\varphi_1 - \varphi_2 = \pi + 2p\pi$ soit $\boxed{d_2 - d_1 = \frac{\lambda}{2} + p\lambda}$ $A_{min} = 0$

p entier relatif appelé ordre d'interférence

http://www.sciences.univ-nantes.fr/sites/genevieve_tulloue/Ondes/general/somme.php

Remarque : Pour deux ondes d'amplitude différente, la formule des interférences permet de calculer l'amplitude résultante : $A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_1 - \varphi_2)$ (Donnée et admise)

Rq : Cas particulier $A_1 = A_2 = A_0$

formule des interférences $\Rightarrow A^2 = A_0^2 + 2A_0^2\cos(\varphi_1 - \varphi_2)$

$= 2A_0^2 + 2A_0^2\cos(\varphi_1 - \varphi_2)$

$A^2 = 2A_0^2[1 + \cos(\varphi_1 - \varphi_2)]$

$\cos 2a = 2\cos^2 a - 1 \Rightarrow \cos(a) + 1$

$= 2\cos^2 a$

$A^2 = 2A_0^2 \times 2\cos^2(\frac{\varphi_1-\varphi_2}{2})$

$A^2 = 4A_0^2\cos^2(\frac{\varphi_1-\varphi_2}{2})$

$A = |2A_0\cos(\frac{\varphi_1-\varphi_2}{2})|$

$A = 2A_0|\cos(\frac{\varphi_1-\varphi_2}{2})|$

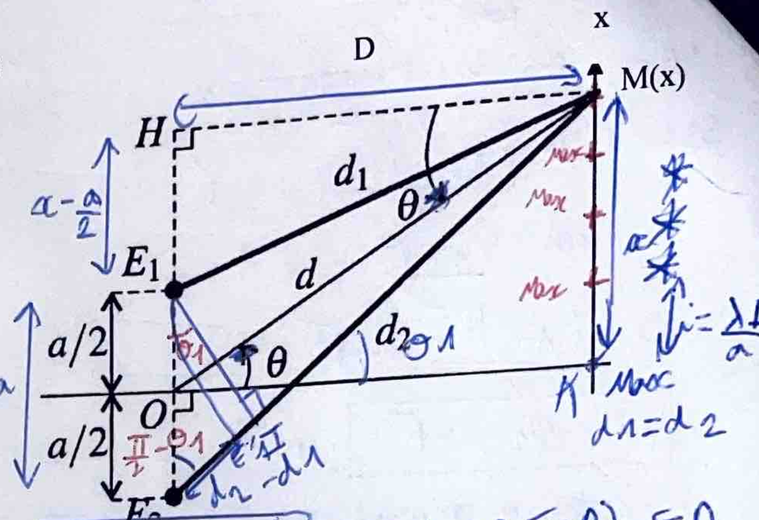
on retrouve la formule précédente

↳ • *

3.) Calcul de la différence de chemin parcourue

$\boxed{\text{Si } a \ll D \text{ et } x \ll D,\ d_2 - d_1 \approx \frac{ax}{D}}$

Remarque : $(1+\epsilon)^n \approx 1 + n\varepsilon$ pour $\epsilon \ll 1$.



Calcul de $d_2 - d_1$

Pythagore ds ΔE_1HM

$d_1^2 = E_1M^2 = E_1H^2 + HM^2$

$d_1^2 = (x - \frac{a}{2})^2 + D^2$

De m̂, ΔE_2HM $d_2^2 = E_2M^2$

$= (x + \frac{a}{2})^2 + D^2$

$d_1^2 = D^2\left[1 + \left(\frac{x - \frac{a}{2}}{D}\right)^2\right]$

$d_1 = D\left[1 + \left(\frac{x - \frac{a}{2}}{D}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}$

$\varepsilon = \left(\frac{x - \frac{a}{2}}{D}\right)^2$

$(1+\varepsilon)^{1/2} = 1 + \frac{\varepsilon}{2}$

pour $\varepsilon \ll 1$ $(x - \frac{a}{2}) \ll D$

$d_1 \simeq D\left[1 + \frac{1}{2}\left(\frac{x - \frac{a}{2}}{D}\right)^2\right]$

De même : $\cancel{d_2^2 = D^2\left[1 + \frac{x + \frac{a}{2}}{D}\right]}$

$d_2^2 = D^2\left[1 + \left(\frac{x + \frac{a}{2}}{D}\right)^2\right]$

$d_2 = D\left[1 + \left(\frac{x + \frac{a}{2}}{D}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}$

Ainsi $d_2 \simeq D\left(1 + \frac{1}{2}\left(\frac{x + \frac{a}{2}}{D}\right)^2\right]$

pour $(x + \frac{a}{2}) \ll D$

$d_2 - d_1 = D\left[\cancel{1} + \frac{1}{2}\left(\frac{x + \frac{a}{2}}{D}\right)^2 - \cancel{1} - \frac{1}{2}\left(\frac{x - \frac{a}{2}}{D}\right)^2\right]$

$d_2 - d_1 \simeq \frac{D}{2D^2}\left[\left(x + \frac{a}{2}\right)^2 - \left(x - \frac{a}{2}\right)^2\right]$

$\simeq \frac{1}{2D}\left[x^2 + \frac{a^2}{4} + ax - x^2 - \frac{a^2}{4} + ax\right]$

$\simeq \frac{1}{2D} \times 2ax$

$\boxed{d_2 - d_1 \simeq \frac{ax}{D}}$ pour $x - \frac{a}{2} \ll D$ et $x + \frac{a}{2} \ll D$ } $x \ll D$ et $a \ll D$

connaître la démo

Remarque : Démo Rapide : moyen mnémotechnique

Tracer arc de cercle au point M de E_1

- On trace le cercle de centre M de rayon ME_1, il coupe ME_2 en $E'_1 \Rightarrow E_2E'_1 = d_2 - d_1$
- On trace la $\perp$ à ME_2 passant par E_1, elle coupe ME_2 en I proche de E'_1 (d'autant + proche que D est grand)

$\boxed{E_2I \simeq d_2 - d_1}$

- ΔE_2J $\hat{J} = \theta_1 \Rightarrow \hat{E_2} = \frac{\pi}{2} - \theta_1$ car Σ angles $= \pi$ et Δ triangle rectangle en O

De même ΔE_1E_2I rectangle en I

$\Rightarrow \boxed{\hat{E_1} = \theta_1}$

Dans ce triangle

$\sin\theta_1 = \frac{E_2I}{E_1E_2} \simeq \frac{d_2 - d_1}{a}$

$\boxed{d_2 - d_1 \simeq a\sin\theta_1}$

ΔOKM $\boxed{\tan\theta = \frac{KM}{OK} = \frac{x}{D}}$

$\theta_1 \simeq \theta$ si les deux droites OM et E_2M sont quasiment parallèles et se coupent à l'infini

(Interférences à l'infini : $D \gg x$ et $D \gg a$)

θ petit : $\sin\theta \simeq \tan\theta \simeq \theta$ pour $x \ll D$

θ_1 petit : $\sin\theta_1 \simeq \tan\theta_1 \simeq \theta$ pour $d_2 - d_1 \ll a$

$$\boxed{d_2 - d_1 \simeq \frac{a x}{D}}$$ pour des interférences à "l'infini" $x \ll D$ et $a \ll D$

En remarque

Interférences constructives : $\varphi_1 - \varphi_2 = 2p\pi$

$\Rightarrow d_2 - d_1 = p\lambda$ (p3)

"A l'infini" $d_2 - d_1 \simeq \frac{a x}{D} \simeq p\lambda$

$$\Rightarrow \boxed{x = p\frac{\lambda D}{a}}$$ $p \in \mathbb{Z}$ ordre d'interférence

Max d'amplitude

Interfrange : distance entre 2 max (ou 2 min) successif

$i = x_{p+1} - x_p$

$$\boxed{i = \frac{\lambda D}{a}}$$ pour $x \ll D$ et $a \ll D$

Interférence destructives

(p3) $\varphi_1 - \varphi_2 = \pi + 2p\pi \Rightarrow d_2 - d_1 = \frac{\lambda}{2} + p\lambda$

$d_2 - d_1 \simeq \frac{a x}{D} \simeq \frac{\lambda}{2} + p\lambda$

$$\rightarrow \boxed{x \simeq \frac{\lambda D}{2a} + p\frac{\lambda D}{a}}$$ $p \in \mathbb{Z}$

Minimum d'amplitude

Remarque : Pour observer le phénomène d'interférences, il faut une interfrange "pas trop petite" (dépend du capteur)

On compare λ et $\frac{a}{D}$ de façon à avoir i pas trop petit du $\hat{m}$ ordre de grandeur

Pour observer des interférences, il faut utiliser 2 émetteurs de même fréquence. L'amplitude n'est pas forcément la même pcq 2 sources peuvent être différentes

II Interférence entre deux ondes lumineuses de même fréquence : Exemple du dispositif des trous d'Young

1.) Calcul de l'intensité

L'intensité de l'onde lumineuse en un point M, résultant de la superposition de deux ondes d'intensité I_1 et I_2 est donnée par la formule de Fresnel :

$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos(\varphi_1 - \varphi_2)$ où $\varphi_1 - \varphi_2 = -\frac{2\pi}{\lambda}(d_1 - d_2)$ donnée et admise

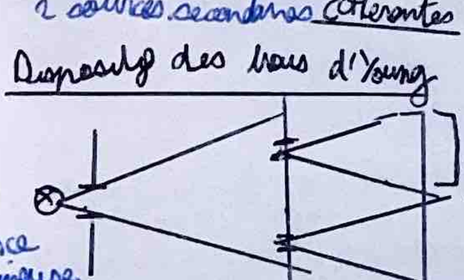
http://ressources.univ-lemans.fr/AccesLibre/UM/Pedago/physique/02/optiondu/young.html

https://web-labosims.org/animations/interferences_deuxsources/interferences.html

Pour observer des interférences lumineuses

Il est indispensable d'utiliser 1 seule source primaire que l'on va diviser en deux pour obtenir 2 sources secondaires cohérentes

Dispositif des trous d'Young



Rq : Dispositif des fentes d'Young identiques : trous remplacés par des fentes

Diffraction à la sortie de E1 et E2 pour des trous de l'ordre de λ

f (OG1)

Longueur d'onde utilisée ds le spectre visible (entre 400 et 800 nm)

λ moyen $= 600\,nm = 6 \times 10^{-7}\,m$

$c = 3 \times 10^8\,m/s$

$\lambda = cT \Rightarrow T = \frac{\lambda}{c}$

$T = \frac{6 \times 10^{-7}}{3 \times 10^8} = 2 \times 10^{-15}\,s$

$f = 0{,}5 \times 10^{15}\,Hz$

A comparer au temps de réponse des détecteurs :

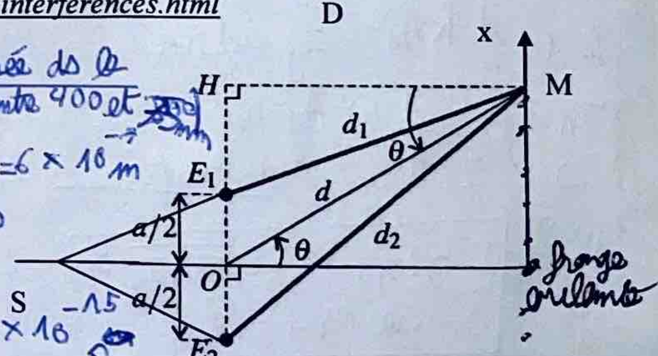
œil $t_r = 0{,}1\,s$

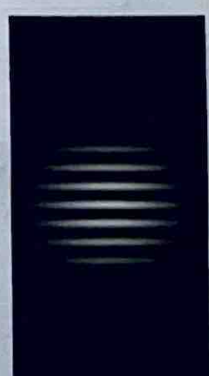
Détecteur électronique $t_r = 10^{-6}\,s$

$\Rightarrow$ Les détecteurs seront sensibles à l'intensité lumineuse moyenne, proportionnelle à la moyenne du carré de l'amplitude

$I = K\langle s^2(t)\rangle$ ou $\langle s^2(t)\rangle = \frac{1}{T}\int_0^T s^2(t)\,dt$

$s(t) = A\cos(\omega t + \varphi)$





$<s^2(t)> = \frac{1}{T}\int_0^T A^2\cos^2(\omega t+\varphi)\,dt$

$= \frac{A^2}{T}\int_0^T \cos^2(\omega t+\varphi)\,dt$

or $\cos(2a) = 2\cos^2 a - 1$

$\Rightarrow \cos^2(a) = \frac{1+\cos(2a)}{2}$

$<s^2(t)> = \frac{A^2}{T}\int_0^T \frac{1+\cos(2\omega t+2\varphi)}{2}$

$<s^2(t)> = \frac{A^2}{2T}\left[t + \frac{\sin(2\omega t+2\varphi)}{2\omega}\right]_0^T$

$= \frac{A^2}{2T}\left[T + \frac{1}{2\omega}\left(\sin(2\omega T+2\varphi) - \sin(2\varphi)\right)\right]$ car 2π périodique

$= \frac{A^2}{2T}\left[T + \frac{1}{2\omega}\left(\cancel{\sin(2\times\frac{2\pi}{T}\times T+2\varphi)} - \cancel{\sin(2\varphi)}\right)\right]$

$<s^2(t)> = \frac{A^2}{2}$

$I = \frac{KA^2}{2}$ en régime sinusoïdal

Formule des interférences (p3) donnée

$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_1-\varphi_2)$

$\times\left(\frac{1}{2}K\right) \Rightarrow$ (1') $\frac{1}{2}KA^2 = \frac{1}{2}KA_1^2 + \frac{1}{2}KA_2^2 + \frac{1}{2}K\times 2A_1A_2\cos(\varphi_1-\varphi_2)$

$I_1 = \frac{1}{2}KA_1^2$ $I_2 = \frac{1}{2}KA_2^2$

$I_1 I_2 = \frac{1}{4}K^2A_1^2A_2^2$

$\Rightarrow \sqrt{I_1 I_2} = \frac{KA_1A_2}{2}$

(1') $\Rightarrow \boxed{I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\times\cos(\varphi_1-\varphi_2)}$

*

Savoir passer d'~~Fresnel~~ forme à l'autre

Si $I_1 = I_2 = I_0$

2 trous ou deux fentes identiques)

Fresnel : $I = 2I_0 + 2I_0\cos(\varphi_1-\varphi_2)$

Dans le cas général $I_1 \neq I_2$

Max d'intensité lumineuse :

$\cos(\varphi_1-\varphi_2) = +1$

$\Rightarrow \varphi_1-\varphi_2 = 2p\pi$

$\varphi_1-\varphi_2 = -k(d_1-d_2)$

$= \frac{2\pi}{\lambda}(d_2-d_1)$

reste valable

$\varphi_1-\varphi_2 = \frac{2\pi}{\lambda}(d_2-d_1) = 2p\pi$

$\Rightarrow \boxed{d_2-d_1 = p\lambda}$ $p\in\mathbb{Z}$

$\boxed{d_2-d_1 \simeq \frac{ax}{D}}$ pour $a \ll D$, $x \ll D$

reste valable

$\Rightarrow d_2-d_1 \simeq \frac{ax}{D} \simeq p\lambda$

$\Rightarrow \boxed{x = \frac{p\lambda D}{a}}$ franges brillantes

Interférences constructives

interfrange $i = x_{p+1} - x_p$ $i = \frac{\lambda D}{a}$

Minimum d'intensité lumineuse

$\cos(\varphi_1-\varphi_2) = -1$

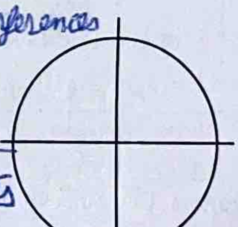
$\varphi_1-\varphi_2 = 2p\pi+\pi = \frac{2\pi}{\lambda}(d_1-d_2)$ ondes en opposition de phase

$d_2-d_1 = \boxed{\frac{\lambda}{2} + p\lambda}$ $p\in\mathbb{Z}$

$d_2-d_1 \simeq \frac{ax}{D} \simeq \frac{\lambda}{2} + p\lambda$

$\Rightarrow \boxed{x \simeq \frac{\lambda D}{2a} + p\frac{\lambda D}{a}}$ $\cancel{x \simeq \frac{\lambda D}{2a} + p\frac{\lambda D}{a}}$

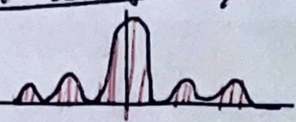
$p\in\mathbb{Z}$ / franges sombres, interférences destructive



Remarque : Attention aux énoncés

Si on ne parle pas d'intensité lumineuse dans l'énoncé, on fait le calcul avec les amplitudes comme pour les ondes mécaniques

Rq : Avec 1 fente de largeur b, on obtient une figure de diffraction



Avec 2 fentes ~~égal~~ écartées de a, on obtient des franges d'interférences.

La mesure de i permet d'obtenir a. cf TP interférences

2.) Notion de chemin optique

$\delta(M)$ est la différence de chemin optique, c'est-à-dire la différence entre les longueurs totales des trajets suivis par la lumière entre S et M, multipliée par l'indice optique n du milieu traversé.

$\delta(M) = n(SE_2 + E_2M) - n(SE_1 + E_1M) = n(E_2M - E_1M) = n(d_2 - d_1) \approx n\frac{ax}{D}$ si a << D et x << D

$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{2\pi}{\lambda_0}\delta(M)$

cf 10G1

Dans le cas étudié, S est sur la médiatrice de $[E_1, E_2]$ donc $SE_1 = SE_2$

Ce ne sera pas toujours le cas

$\boxed{n = 1 \Rightarrow \text{vide} \quad n \simeq 1 \Rightarrow \text{air}}$

$\delta(M) = n(d_2 - d_1)$

$\varphi_1 - \varphi_2 = -k(d_1 - d_2) = \frac{2\pi}{\lambda}(d_2 - d_1)$

λ dépend du milieu transparent traversé

$\boxed{\lambda = \frac{\lambda_0}{n}} \Rightarrow \varphi_1 - \varphi_2 = \frac{2\pi}{\lambda_0} \times n(d_2 - d_1) \Rightarrow \boxed{\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{2\pi}{\lambda_0} \times \delta(M)}$

↳ longueur d'onde dans le vide

L'interfrange correspond à la distance entre deux franges brillantes successives : $i = \frac{\lambda D}{a}$ où $\lambda = \frac{\lambda_0}{n}$

$\boxed{i = \frac{\lambda D}{a} = \frac{\lambda_0 D}{n a}}$

pour un milieu autre que l'air ou le vide

Rq : Pour des interférences en lumière blanche :

Au centre de l'écran, pour $d_1 = d_2$, on obtient une frange blanche, tous les λ se superposent : quand on s'éloigne du centre, les franges de ≠ couleurs se décalent car i dépend de λ

Conclusion : Interférences à un photon

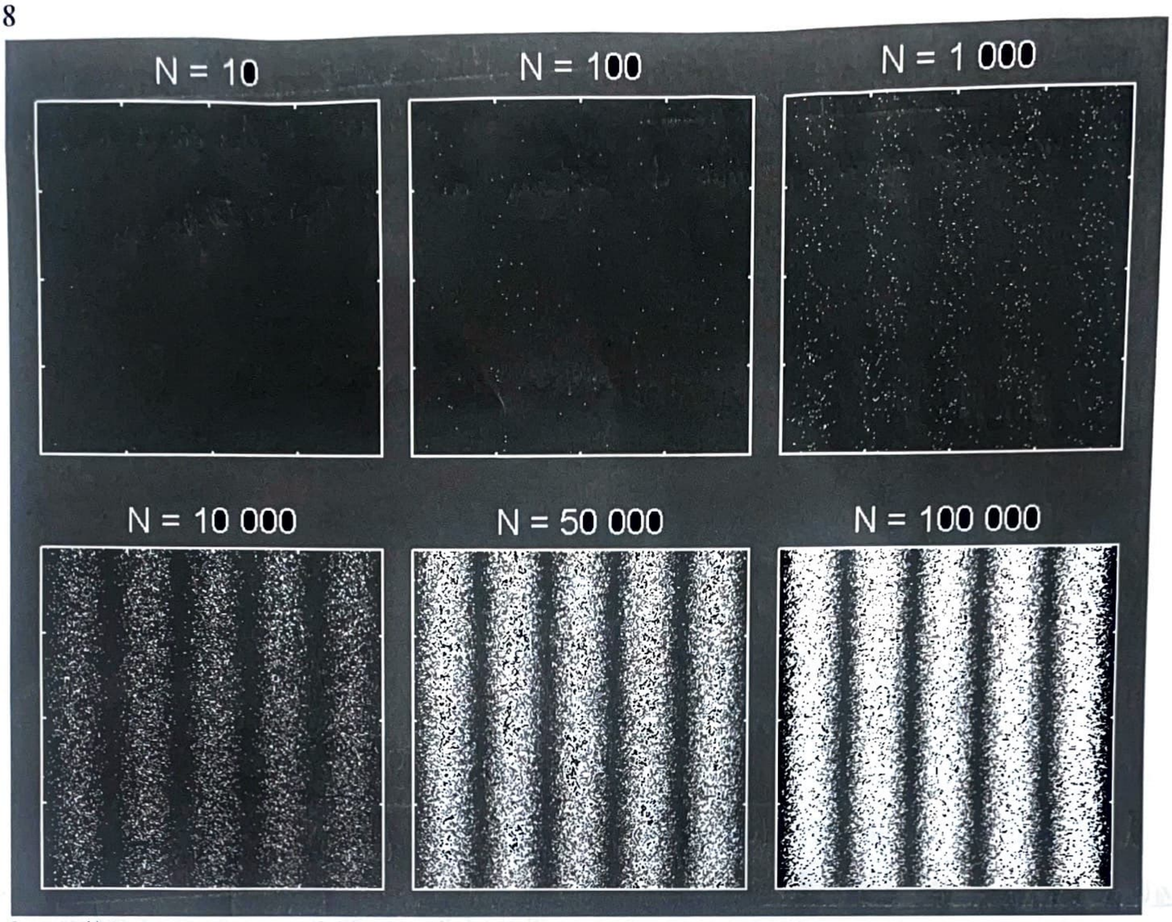
Interférences à photons uniques.De l'expérience des fentes d'Young au choix retardé. V.Jacques-2007

https://www.youtube.com/watch?v=PaTgZrc5iYk

On ~~peut~~ peut réaliser des interférences avec des photons, même si on envoie les photons 1 par 1. Sur le photodétecteur, on observe l'impact de chaque photon.

Le photon se comporte comme une onde au passage des 2 fentes (il passe par les 2 fentes à la fois pour créer un phénomène d'interférences.

Il se ~~...~~ comporte comme une particule lors de son impact sur le photodétecteur. ⇒ Dualité onde-corpuscule pour les photons



https://toutestquantique.fr/dualite/

Interférences avec d'autres particules

https://www.pourlascience.fr/sd/physique/des-interferences-de-molecules-filmees-en-temps-reel-11299.php

On peut obtenir des interférences avec tts sortes de particules (neutrons ou molécules de fullerène qui comportent 60 atomes de C
(en forme de ballon de foot)

⇒ Dualité onde - corpuscule
Relation de De Broglie