

DS 1 : Optique et analyse dimensionnelle - Samedi 21 septembre

PTSI La Martinière Monplaisir

Durée : 4 heures

⇒ **Les calculatrices sont interdites** ←

Veiller à la clarté de la rédaction et à l'homogénéité des équations. Présenter les résultats sous forme littérale avant de faire les applications numériques. Mettre en évidence (encadrer, souligner...) les résultats. La qualité de la rédaction sera prise en compte dans la notation.

Le barème est donné à titre indicatif et pourra être légèrement ajusté au moment de la correction. Les différentes parties sont indépendantes et peuvent être abordées dans l'ordre de votre choix.

On donne les formules de conjugaison et de grandissement pour une lentille mince de distance focale image $f' = \overline{OF'}$ et de distance focale objet $f = \overline{OF} = -f'$:

Avec origine au centre (Descartes) : $\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'}$ et $\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$.

Avec origine aux foyers (Newton) : $\overline{FA} \cdot \overline{F'A'} = -f'^2$ et $\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = -\frac{f}{\overline{FA}} = -\frac{\overline{F'A'}}{f'}$.

I Analyse dimensionnelle appliquée à quelques problèmes de mécanique des fluides (11% des points)

I.1 Niveau d'eau dans un seuil

Un seuil est un petit barrage déversant (au dessus duquel l'eau peut passer) placé en travers d'un cours d'eau (figure I.1). Il permet de réguler le débit d'un cours d'eau et de le mesurer.

On s'intéresse à la relation entre le débit volumique d'eau par dessus le seuil Q (en $\text{m}^3 \text{s}^{-1}$) et les différents paramètres du problème. On note ℓ la largeur du cours d'eau, h le niveau de l'eau au dessus du seuil et $g = 9.81 \text{ m s}^{-2}$ la constante de pesanteur.

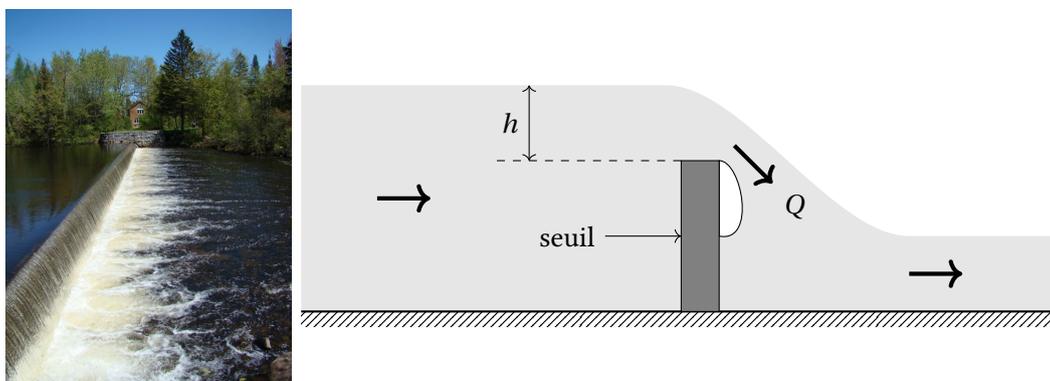


FIGURE I.1 – À gauche : photographie d'un seuil. À droite : schéma d'un seuil.

Dans la suite, on fait l'hypothèse que le débit volumique Q est directement proportionnel à la largeur ℓ du cours d'eau. On cherche donc Q sous la forme :

$$Q = k \ell h^\alpha g^\beta,$$

où k est une constante sans dimension et α et β sont deux réels.

1. Déterminer les valeurs de α et β .
2. Lors d'une crue, le niveau d'eau h au dessus du seuil est le triple de son niveau moyen. Quel est le facteur de proportionnalité entre le débit de la rivière en crue et son débit moyen ?

I.2 Conception d'une bouée de mesures océanographiques

La période T des oscillations verticales d'une bouée dans un liquide dépend de la masse m de la bouée, de sa surface de flottaison S (section au niveau de la surface de l'eau) (figure I.2), et du poids spécifique γ du fluide dans lequel elle oscille, le poids spécifique γ d'un fluide étant défini comme $\gamma = \rho g$, avec ρ la masse volumique du fluide et g la constante de pesanteur.

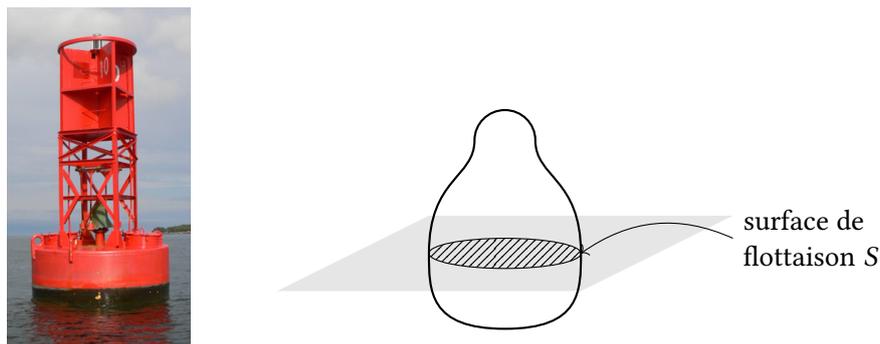


FIGURE I.2 – Photographie et schéma d'une bouée.

3. Comment varie la période des oscillations d'une bouée si l'on double sa masse ? Et sa surface de flottaison ?
4. Pour mesurer différentes propriétés des océans (température, composition, etc.) on utilise des bouées munies d'instruments de mesure. Il est souvent important que ces bouées aient une fréquence propre d'oscillation très basse, proposer une explication en quelques lignes.

II Détection de pluie sur un pare-brise (16% des points)

Aides numériques :

$\sin i$	1/1.5	1/1.33	1.33/1.5
i (en °)	42	49	62
$\cos i$	1/1.5	1/1.33	1.33/1.5
i (en °)	48	41	28

On donne également $\tan 40 = 0.84$, $\tan 50 = 1.2$, $\tan 60 = 1.7$. On rappelle que $\frac{4}{3} \approx 1.33$.

Les indices optiques de quelques milieux transparents à la lumière sont donnés dans le tableau suivant :

Milieu	Indice de réfraction
Eau	1.33
Graisse	1.52
Éthanol	1.36
Verre du pare-brise	1.50
Cristal	1.60

Le capteur électro-optique contient un émetteur E d'impulsion lumineuse et un récepteur R . Le récepteur reçoit le signal après quelques réflexions. L'intensité lumineuse reçue dépend du nombre de réflexions et de la géométrie du capteur mais aussi de la présence ou non d'eau à l'extérieur du pare-brise.

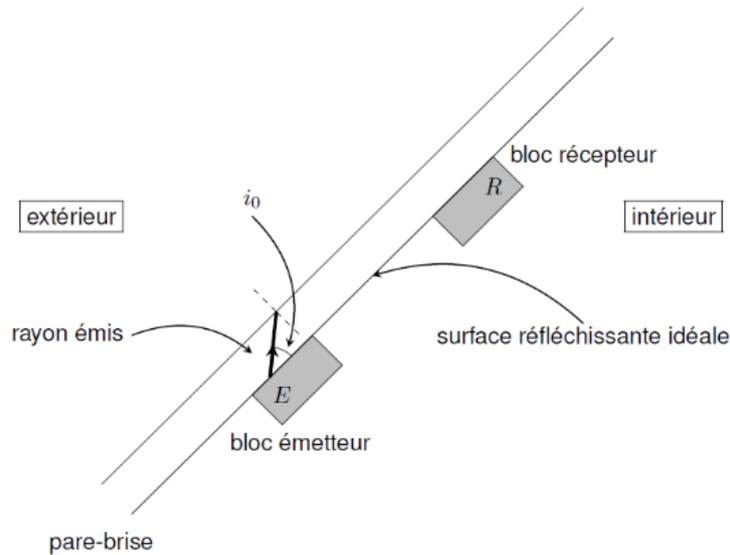


FIGURE 1 – Schéma du détecteur de pluie

FIGURE II.1 – Schéma du détecteur de pluie.

Le capteur électro-optique contient un émetteur E d'impulsion lumineuse et un récepteur R . Le récepteur reçoit le signal après quelques réflexions. L'intensité lumineuse reçue dépend du nombre de réflexions et de la géométrie du capteur mais aussi de la présence ou non d'eau à l'extérieur du pare-brise.

1. L'émetteur est une diode qui envoie un rayon lumineux de longueur d'onde $\lambda_0 = 700 \text{ nm}$ dans le vide. Déterminer les expressions de la longueur d'onde de ce rayon dans le verre du pare-brise et dans l'eau. Calculer les valeurs de ces longueurs d'onde.

2. Exprimer puis calculer les angles d'incidence limites de réflexion totale dans le cas d'une interface verre/air et verre/eau.

3. Justifier le choix d'un angle $i_0 = 40^\circ$ tel que défini sur le schéma. Expliquer à l'aide de deux schémas comment évolue l'intensité lumineuse perçue par le récepteur selon la présence ou l'absence d'eau sur le pare-brise.

4. Le rayon incident est envoyé avec l'angle i_0 défini précédemment. La distance entre l'émetteur et le récepteur (considérés comme ponctuels) est $ER = 216 \text{ mm}$. L'épaisseur du pare-brise est $e = 3 \text{ mm}$. Exprimer puis calculer le nombre p de réflexions sur la face externe du pare-brise. Justifier l'intérêt d'un grand nombre de réflexions.

III Lentilles (26% des points)

- Une lentille mince L , de centre optique O , de distance focale image f' , plongée dans l'air (indice optique ≈ 1) forme d'un objet ponctuel A une image ponctuelle conjuguée A' . Dans tout le problème, on admet que les conditions de Gauss sont satisfaites.

La lentille L , de vergence $V = -2.5\delta$, donne d'un objet une image réelle située à 40 cm du centre optique O .

1. Quelles sont la position et la nature, réelle ou virtuelle, de l'objet ?

2. Donner la valeur du grandissement linéaire γ .

3. On choisit une image $A'B'$ de 20 cm . Faire la construction de l'objet AB à l'échelle $1/10$.

- On remplace la lentille L par une lentille L' convergente. On souhaite former d'un objet une image réelle située à 40 cm après le foyer image de la lentille convergente, avec un grandissement linéaire négatif, mais égal en valeur absolue à celui trouvé pour la lentille L précédente.

4. Quelle vergence V' faut-il choisir ?

5. Déterminer la nature, réelle ou virtuelle, de l'objet correspondant, ainsi que sa position par rapport au centre optique de la lentille.

6. On choisit une image $A'B'$ de 20 cm . Faire la construction de l'objet AB à l'échelle $1/10$.

La lentille précédente forme l'image réelle de la page d'un livre, laquelle, comme précédemment, se trouve à une distance $a = +40\text{ cm}$ après le foyer image de la lentille.

Un lecteur observe cette image à son *punctum proximum* (situé à 25 cm). L'ordre de grandeur de la limite de résolution angulaire ε d'un œil normal est de 1 minute d'arc ($1/60^\circ$).

7. En déduire une estimation de la taille h_{min} de la plus petite lettre, sur la page du livre, que le lecteur peut distinguer en utilisant la lentille.

IV Lunette astronomique (34% des points)

IV.1 Étude d'une lunette astronomique

La lunette astronomique est un système centré constitué d'un objectif et d'un oculaire. L'objectif est assimilé à une lentille mince convergente de centre optique O_1 , de distance focale f'_1 et de diamètre D_1 . L'oculaire est une lentille mince convergente de centre optique O_2 , de distance focale f'_2 et de diamètre D_2 .

L'objectif donne, d'un objet à l'infini, une image réelle appelée image objective. Cette dernière est observée au moyen de l'oculaire.

1. À quelle condition l'œil d'un observateur, supposé sans défaut, n'accomode pas (ne se fatigue pas)? En déduire la position relative de l'objectif et de l'oculaire. Ce système optique possède-t-il des foyers? Comment se nomme un tel système optique?

2. Rappeler les conditions de Gauss. Réaliser un schéma, sans respecter les échelles, montrant le devenir d'un rayon incident faisant un angle θ avec l'axe optique et émergent sous un angle θ' dans les conditions de Gauss (figure IV.1).

3. Quelles sont les propriétés alors vérifiées par le système?



FIGURE IV.1 – Lunette astronomique.

4. Déterminer l'expression du grossissement de la lunette $G = \frac{\theta'}{\theta}$ en fonction de f'_1 et f'_2 , et calculer ce grossissement si $f'_1 = 1.0\text{ m}$ et $f'_2 = 20\text{ mm}$.

On considère un faisceau lumineux issu d'un point objet A à l'infini sur l'axe optique de la lunette (figure IV.2).

5. Sans respect des échelles, représenter le devenir d'un tel faisceau lumineux limité par la monture de la lentille objectif (encore appelée diaphragme d'ouverture).

6. Exprimer le diamètre D du faisceau de rayons issu de l'oculaire en fonction du grossissement G de la lunette ainsi que du diamètre D_1 du diaphragme d'ouverture.

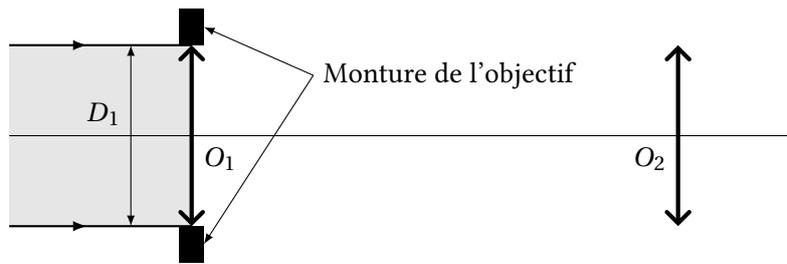


FIGURE IV.2 – Lunette astronomique et diaphragme d'ouverture.

7. Après avoir calculé la valeur numérique du diamètre D du faisceau de rayons issu de l'oculaire, montrer que c'est le diaphragme d'ouverture, de diamètre D_1 , qui le limite et non l'oculaire de diamètre D_2 . On donne $D_1 = 10 \text{ cm}$ et $D_2 = 6 \text{ mm}$.

8. On considère un objet ponctuel situé à l'infini en dehors de l'axe optique et dans la direction θ par rapport à ce dernier (figure IV.3). Expliquer, de façon qualitative, ce qu'il advient des rayons lumineux lorsque l'angle θ devient trop important. On dit de la monture de l'oculaire qu'elle est le diaphragme de champ de la lunette. Pouvez-vous justifier cette affirmation ?



FIGURE IV.3 – Lunette astronomique et diaphragme de champ.

9. L'objectif d'une lunette astronomique doit être capable de donner une image parfaite d'un point infiniment éloigné. Pour cela, il doit, notamment, être achromatique. D'où pourrait provenir l'aberration (défaut de formation de l'image) chromatique d'une lentille ?

IV.2 Mesure de la distance focale des lentilles

10. Décrire une méthode rapide et précise pour mesurer la distance focale d'une lentille convergente à l'aide d'un banc d'optique muni de ses pieds, d'une lanterne, d'une diapositive objet et d'un miroir plan. On s'appuiera sur un schéma clair. Nommer cette méthode.

On mesure ainsi la distance focale de l'objectif. Le banc est gradué en millimètres. Le curseur du support de l'objet indique 14.2 cm. L'image observée dans le protocole proposé à la question précédente paraît nette lorsque le curseur du support de la lentille indique des valeurs comprises entre 114.9 cm et 116.1 cm.

11. Donner la valeur de la distance focale de l'objectif.

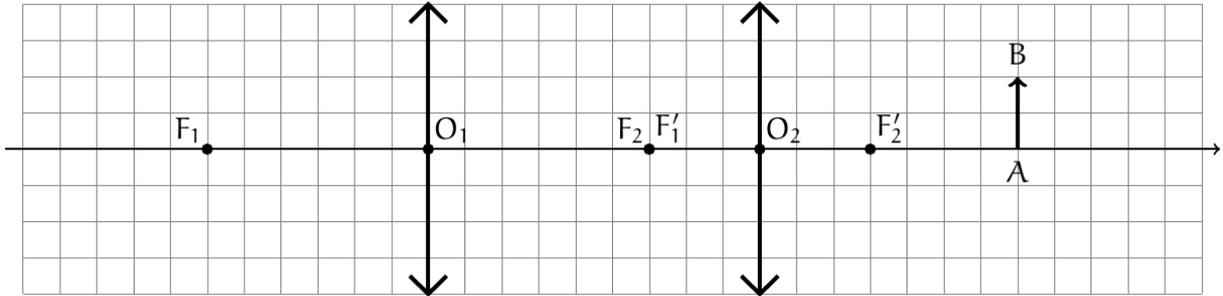
V Constructions (13% des points)

Dans les deux situations des figures en annexe, l'objet est noté AB , et l'image est notée $A'B'$. Le centre de la lentille L_i est O_i , et ses foyers objet et image sont F_i et F'_i .

NOM :
Prénom :

Cette annexe est à rendre avec la copie, même si vous ne l'avez pas complétée

1. Effectuer le tracé de rayon permettant de déterminer la position de l'image $A'B'$ dans la figure suivante :



2. Effectuer le tracé de rayon permettant de déterminer la position de l'image $A'B'$ dans la figure suivante :

