DS 2 : Optique - Électrocinétique - Chimie - Samedi 17 octobre

PTSI La Martinière Monplaisir

Durée : 4 heures
⇒ Les calculatrices sont interdites ⇐
Veiller à la clarté de la rédaction et à l'homogénéité des équations. Présenter les résultats sous forme littérale avant de faire les applications numériques. Mettre en évidence (encadrer, souligner…) les résultats. La qualité de la rédaction sera prise en compte dans la notation.
Le barème est donné à titre indicatif et pourra être légèrement ajusté au moment de la correction.
Les différentes parties sont indépendantes et peuvent être abordées dans l'ordre de votre choix.

I Principe d'un microscope

Un montage sur banc optique, permettant *d'illustrer le principe* du microscope, comprend la lentille (L_1) précédente et une seconde lentille convergente (L_2). Ce montage est réalisé dans le but d'examiner un objet AB lumineux, de petites dimensions. Le point objet réel A est choisi sur l'axe optique commun aux deux lentilles, en avant de l'objectif (L_1), et l'objet AB est orthogonal à l'axe (figure I.1).

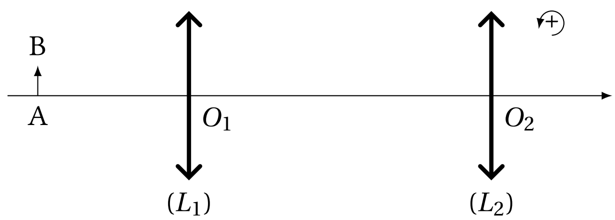


Figure I.1 – Principe d'un microscope.

L'appareil permet donc d'observer, à la loupe (L_2) (oculaire), l'image agrandie A_1B_1 de l'objet AB donnée par l'objectif, soit :

$$AB \xrightarrow{(L_1)} A_1B_1 \xrightarrow{(L_2)} A'B'$$

Le système est réglé pour qu'un œil normal (œil emmétrope) n'ait pas à accommoder lorsqu'il observe, à travers l'instrument, l'image finale $A'B'$ de AB.

1. Exprimer, en fonction de f_1' et $\overline{O_1A}$, le grandissement linéaire défini par $\gamma_1 = \overline{A_1B_1}/\overline{AB}$.

2. Où l'objet AB doit-il se placer pour que son image A_1B_1, à travers (L_1) soit réelle et agrandie ?

3. Un expérimentateur peut-il observer une image réelle directement à l'œil nu ?

4. Où faut-il placer l'oculaire (L_2) pour que l'œil puisse observer l'image $A'B'$ de A_1B_1 à travers (L_2) sans accommoder ?

5. L'oculaire est situé dans la position déterminée à la question précédente. Tracer la marche d'un faisceau lumineux issu du point B, qui est reçu par l'œil d'un observateur situé derrière l'oculaire.

Application numérique. $f_1' = +10.0\,\text{cm}$; $f_2' = +4.0\,\text{cm}$; $\overline{O_1A} = -11.0\,\text{cm}$; $\overline{AB} = +0.1\,\text{cm}$.

6. Calculer la distance $\overline{O_1O_2}$.

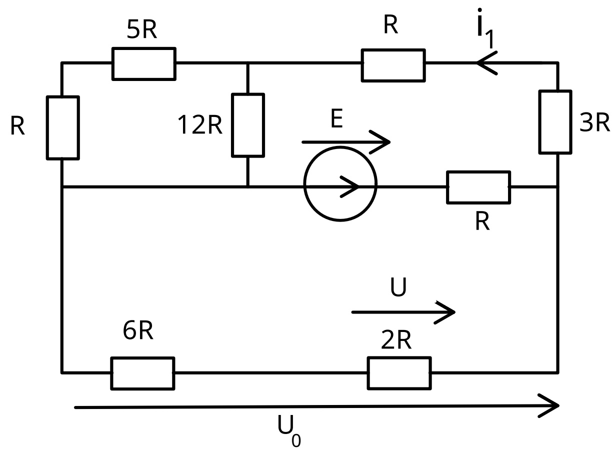
7. Calculer le grandissement linéaire γ_1.

8. Calculer α', le diamètre apparent de l'image finale $A'B'$, c'est-à-dire l'angle sous lequel l'observateur voit cette image finale.

9. Comparer cet angle α' au diamètre apparent α_{ref}, angle sous lequel l'observateur verrait l'objet AB, sans instrument, à la distance conventionnelle $d_m = 25\,\text{cm}$. Calculer le grossissement G de ce dispositif ($G = \dfrac{\alpha'}{\alpha_{\text{ref}}}$).

II Électrocinétique en régime permanent

Dans le circuit ci-dessous, déterminer en fonction de R et de E, les expressions des tensions U_0 et$U$ et de l'intensité i_1 dans l'ordre et par la méthode de votre choix.



III Circuit RL

Une bobine d'inductance L est placée en série avec un résistor de résistance R. L'ensemble est alimenté par un générateur de tension continue de force électromotrice E et de résistance interne r. À l'instant initial $t = 0$ (t désigne le temps), on ferme le circuit série à l'aide d'un interrupteur (Fig. III.1). Le sens du courant électrique est choisi de telle manière à se placer en convention récepteur pour la bobine et les conducteurs ohmiques, et en convention générateur pour la source de tension.

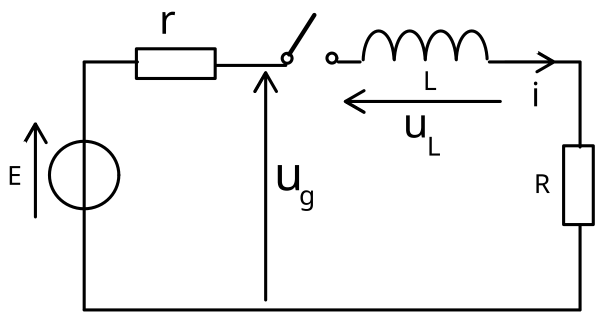


Figure III.1 – Circuit RL.

1. Quel est l'ordre de grandeur de l'inductance L des bobines couramment utilisées en travaux pratiques ?

2. En utilisant éventuellement un schéma équivalent, déterminer les expressions de $i(0^+)$, $u_L(0^+)$, $u_g(0^+)$ et $\dfrac{di}{dt}(0^+)$ à $t = 0^+$.

3. En utilisant un schéma équivalent, déterminer les expressions de $i(t \to \infty)$, $u_L(t \to \infty)$, $u_g(t \to \infty)$ lorsque $t \to \infty$.

$\boxed{\textbf{4.}}$ Déterminer l'équation différentielle du premier ordre vérifiée par l'intensité $i(t)$ qui circule dans la bobine.

$\boxed{\textbf{5.}}$ Donner l'expression de la constante de temps τ.

$\boxed{\textbf{6.}}$ Donner la solution de cette équation et déterminer la constante d'intégration, qu'on notera α. Tracer la courbe représentative de $i(t)$.

$\boxed{\textbf{7.}}$ Déterminer la tension $u_L(t)$ aux bornes de la bobine. Tracer sa courbe.

$\boxed{\textbf{8.}}$ Déterminer l'expression de $u_g(t)$, la tension aux bornes du générateur réel. Tracer sa courbe.

On remplace l'alimentation par un générateur d'impulsions. La tension d'entrée est une impulsion large, représentée Fig. III.2 (à gauche). La réponse en courant du circuit est étudiée numériquement à l'aide du langage python. On choisit $\tau = 2\,s$.

$\boxed{\textbf{9.}}$ Compléter le code python en annexe.

$\boxed{\textbf{10.}}$ On obtient la réponse donnée Fig. III.2 (à droite) pour le courant traversant la bobine. Interpréter.

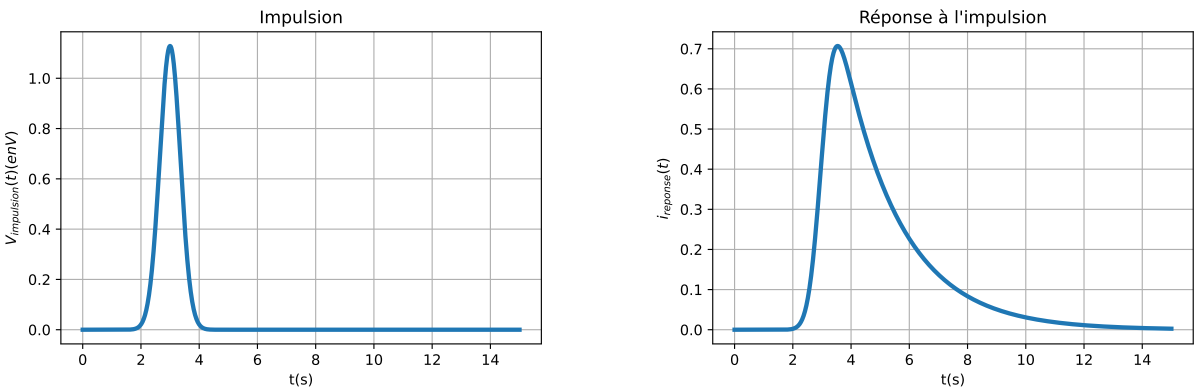


Figure III.2 – **À gauche** : Impulsion avec laquelle on sollicite le circuit. **À droite** : Réponse en courant obtenue lorsqu'on sollicite le circuit avec l'impulsion précédente.

IV Décharge d'un condensateur dans un autre

On considère le montage de la figure 1 dans lequel un générateur est une source idéale de tension E constante, avec $R = 1\,k\Omega$ et $C_0 = 10\,nF$. Initialement les circuits sont ouverts (interrupteur K en position milieu) et les condensateurs sont déchargés. À l'instant initial, on ferme K en position 1. Dans tout l'exercice, t désigne le temps.

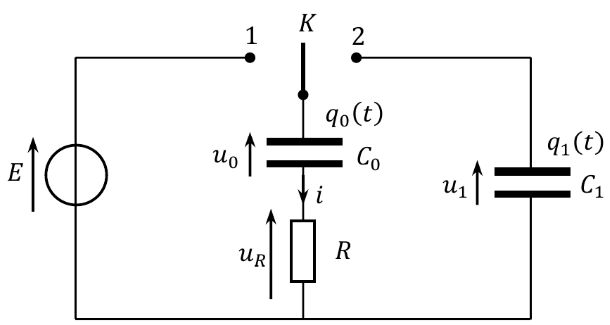


Figure IV.1 – Circuit à deux condensateurs.

$\boxed{\textbf{1.}}$ Déterminer l'équation différentielle décrivant l'évolution de la tension u_0 aux bornes de C_0 (cf. Fig. IV.1).

$\boxed{\textbf{2.}}$ Déterminer la solution de cette équation, et tracer l'allure de $u_0(t)$.

$\boxed{\textbf{3.}}$ Au bout de combien de temps le régime permanent est-il atteint à moins de 1% près ? Justifier.

Le régime établi (dit aussi permanent) étant atteint, on bascule K en position 2 à un nouvel instant pris comme nouvelle origine temporelle.

$\boxed{\textbf{4.}}$ Déterminer la nouvelle équation différentielle vérifiée par u_0. Pour l'établir, on pourra montrer que $C_0 u_0 + C_1 u_1 = A$, avec A une constante à déterminer.

$\boxed{\textbf{5.}}$ Déterminer, pour $t > 0$, l'expression de $u_0(t)$.

$\boxed{\textbf{6.}}$ En déduire la tension $u_1(t)$ aux bornes de C_1 (cf. Fig. IV.1).

$\boxed{\textbf{7.}}$ Tracer $u_0(t)$ et $u_1(t)$ sur un même graphe. Commenter.

$\boxed{\textbf{8.}}$ Déterminer, au bout d'une durée suffisamment longue, le rapport $r_{\mathscr{E}} = \dfrac{\mathscr{E}_1}{\mathscr{E}_0}$ entre l'énergie emmagasinée,$\mathscr{E}_1$, par le condensateur C_1 et l'énergie $\mathscr{E}_0$ qu'avait emmagasiné le condensateur C_0 juste avant le basculement de K en position 2.

V Synthèse de l'ammoniac

L'ammoniac NH_3(g) est un intermédiaire important dans l'industrie chimique qui l'utilise comme précurseur pour la production d'engrais, d'explosifs et de polymères. En 2010, sa production mondiale était d'environ 130 millions de tonnes.

La production de telles quantités de ce gaz a été rendue possible par l'apparition du procédé Haber-Bosch qui permet la synthèse de l'ammoniac à partir du diazote, présent en abondance dans l'atmosphère, et du dihydrogène, obtenu par reformage du méthane à la vapeur d'eau, selon la réaction :

$$N_2(g) + 3H_2(g) = 2NH_3(g),$$

de constante thermodynamique d'équilibre $K^\circ = 2.76 \times 10^{-5}$ à 723 K.

On donne :

- la constante des gaz parfaits : $R = 8.314\,\mathrm{J\,K^{-1}\,mol^{-1}}$;
- la pression standard : $P^\circ = 1\,\mathrm{bar} = 10^5\,\mathrm{Pa}$,
- $0\,°\mathrm{C} = 273.15\,\mathrm{K}$.

V.1 Synthèse de l'ammoniac

Les réactifs de la synthèse, diazote et dihydrogène, sont introduits en proportions stœchiométriques dans le réacteur qui est maintenu, tout au long de la synthèse, à une pression totale P de 300 bar et à une température T de 723 K.

$\boxed{\textbf{1.}}$ Rappeler l'expression de l'activité pour une espèce gazeuse.

$\boxed{\textbf{2.}}$ Donner l'expression du quotient de la réaction Q pour l'équation-bilan de la synthèse de l'ammoniac. On exprimera Q en fonction des activités, puis en fonctions des pressions partielles des gaz.

$\boxed{\textbf{3.}}$ En réalisant un tableau d'avancement (on notera n_0 la quantité de matière initiale de diazote introduit dans le réacteur), exprimer les quantités de matière des différents constituants du système ainsi que la quantité de matière totale en fonction de n_0 et de l'avancement ξ de la réaction.

On définit le rendement ρ de la synthèse comme le rapport entre la quantité de matière d'ammoniac obtenue à l'équilibre et la quantité maximale d'ammoniac susceptible d'être obtenue si la réaction était totale.

$\boxed{\textbf{4.}}$ Exprimer le rendement ρ de la synthèse en fonction de n_0 et de l'avancement à l'équilibre ξ_{eq}.

$\boxed{\textbf{5.}}$ Exprimer alors la constante en fonction du rendement ρ, de P et P°.

Une résolution numérique de l'équation obtenue donne $\rho = 0,427$ à l'équilibre.

$\boxed{\textbf{6.}}$ Commenter.

V.2 Reformage du méthane

La principale source de dihydrogène H_2 pour la synthèse de l'ammoniac est la réaction de reformage du méthane CH_4 à haute température :

$$CH_4(g) + 2H_2O(g) = CO_2(g) + 4H_2(g)$$

On donne les constantes thermodynamiques d'équilibre des réactions suivantes à 1000 K :

$$\begin{aligned} CO(g) + H_2O(g) &= CO_2(g) + H_2(g) \quad K_1^\circ = 1,40 \\ CO(g) + 3H_2(g) &= H_2O(g) + CH_4(g) \quad K_2^\circ = 190 \end{aligned}$$

À la température de 1000 K, on introduit 1.00×10^2 mol de méthane et 1.00×10^2 mol d'eau dans un récipient initialement vide, de volume $V = 1.00\,\text{m}^3$.

7. Déterminer la valeur de la constante thermodynamique d'équilibre de la réaction de reformage du méthane.

8. En déduire la quantité de matière de dihydrogène CH_4 présente à l'équilibre.

VI Temps de demi réaction

La réaction de décomposition totale du pentaoxyde de diazote N_2O_5 a lieu en phase gazeuse. Son équation-bilan s'écrit

$$N_2O_5(g) = 2NO_2(g) + \tfrac{1}{2}O_2(g)\,.$$

L'expérience est menée dans un récipient de volume V constant, initialement vide, en ame- nant du pentaoxyde de diazote de manière à ce que la pression initiale soit $p°$. Tous les gaz seront considérés parfaits, et constituent un mélange parfait de gaz parfaits. La constante des gaz parfaits vaut numériquement $R = 8.31\,J \cdot K^{-1} \cdot mol^{-1}$.

1. On mesure la pression p(t) au cours du temps. On veut évaluer la constante cinétique en mesurant le temps de demi-réaction : quelle doit être la valeur de p (en fonction de $p°$) ?

2. Montrer, à partir de l'équation des gaz parfait, que la pression partielle en N_2O_5 et la concentration en N_2O_5 sont proportionnelles.

3. Le tracé de la courbe $\ln[p(N_2O_5)]$ en fonction du temps est une droite. En déduire l'ordre de la réaction.

Une première mesure réalisée à $T_1 = 150°C$ permet de mesurer un temps de demi-réaction $t_1 = 7.5\,s$. Une seconde mesure réalisée à $T_2 = 100°C$ permet de mesurer un temps de demi-
réaction $t_2 = 7.0\,min$.

4. Calculer la constante de vitesse pour ces deux températures.

5. Déterminer l'expression de l'énergie d'activation en fonction de k_1, k_2, T_1 et T_2. Faire l'application numérique.

Données : $\ln 2 \simeq 0.7$ et $\ln 60 \simeq 4.1$.

ANNEXE : Code python à compléter

NOM :
Prénom :

Cette annexe est à rendre avec la copie, même si vous ne l'avez pas complétée

```python
import numpy as np # Outils numeriques
import matplotlib.pyplot as plt # Outils graphiques
tinit = 0. #temps initial en s
tfin = 15. #temps final en s
N=10000 #Nb d'echantillons

####A COMPLETER
tau  = .....................
         #constante de temps, en s



# Intervalle de temps, resolution avec euler
t= np.linspace(tinit,tfin,N)
deltat = tfin/N ##Pas de temps

##Impulsion "large"
def impulsion(t):
    Delta = 0.5
    E = 1.
    t0 = 3
    return E*2*np.exp(-((t-t0)/Delta)**2)/(Delta*np.sqrt(np.pi))

##Fonction representant l'equation differentielle
def f(y,t):
    return -y/tau+impulsion(t)/tau

##Y = tableau reponse, initialise a zero
Y = np.zeros(N)
###Condition initiale A COMPLETER
Y[0] =  ........


##Calcul avec la methode d'Euler
##COMPLETER LA RELATION DE RECURRENCE
for k in range(N-1):
 .....................
 .....................



##Affichage de la courbe de reponse
##A COMPLETER
plt.title("Reponse a l'impulsion")
plt.xlabel('t(s)')
plt.ylabel('i_{reponse}(t)')
plt.grid()
plt.plot(........ , .........,label='reponse',linewidth=3)
plt.savefig('./Impulsion_resultat.pdf')
plt.show()
```