

Résumé de cours Mécanique

MC2 Bases de la dynamique

Force d'interaction gravitationnelle : $\vec{F}_{m_1 \rightarrow m_2} = -G \frac{m_1 m_2}{r^2} \vec{e}_{12}$

Force d'interaction électrostatique : $\vec{F}_{q_1 \rightarrow q_2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} \vec{e}_{12}$

Force de Lorentz : $\vec{f} = q(\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B})$

Tension du fil \vec{T} , colinéaire au fil, si le fil est tendu, nulle sinon.

Force de rappel d'un ressort : $\vec{F}_r = -k(\ell - \ell_0)\vec{e}_x$ si \vec{e}_x dans le sens de l'étirement du ressort.

Forces de contact exercée par le support sur le point matériel :

$\vec{R} = \vec{R}_T + \vec{R}_N$ où $|\vec{R}_T| = f|\vec{R}_N|$ si $v \neq 0$ et $|\vec{R}_T| \leq f_s|\vec{R}_N|$ sinon

f coefficient de frottement dynamique, f_s coefficient de frottement statique.

Force de frottement fluide : $\vec{F} = -\alpha\vec{v}$ où $\alpha > 0$ coefficient de frottement fluide.

Théorème d'Archimède : Les forces de pression exercées par un fluide, ou un ensemble de fluides, sur un corps totalement immergé sont équivalentes à une force unique, appelée Poussée d'Archimède égale à l'opposé du poids des fluides déplacés et appliquée au centre de poussée C (centre d'inertie du volume de fluide déplacé) :

$$\vec{\Pi} = -m_{\text{fluide déplacé}}\vec{g} = -\rho_{\text{fluide}}V_{\text{corps}}\vec{g}$$

Principe d'inertie (ou première loi de Newton)

Il existe au moins un référentiel privilégié appelé référentiel inertiel ou galiléen dans lequel le mouvement de tout point isolé est rectiligne et uniforme.

Propriété : L'ensemble des référentiels galiléens est constitué de tous les référentiels en translation rectiligne uniforme les uns par rapport aux autres.

Référentiel de Copernic $\mathcal{R}_c(C, \vec{e}_{x_C}, \vec{e}_{y_C}, \vec{e}_{z_C})$

- origine : centre d'inertie du système solaire
- axes : direction de trois étoiles fixes de notre galaxie

Meilleur référentiel galiléen mis en évidence expérimentalement.

Référentiel héliocentrique $\mathcal{R}_H(S, \vec{e}_{x_H}, \vec{e}_{y_H}, \vec{e}_{z_H})$

- origine : centre d'inertie du soleil
- axes : direction de trois étoiles fixes de notre galaxie

Décalé de \vec{CS} par rapport à \mathcal{R}_c ,
supposé galiléen avec une excellente approximation.

Référentiel géocentrique $\mathcal{R}_O(O, \vec{e}_{x_O}, \vec{e}_{y_O}, \vec{e}_{z_O})$

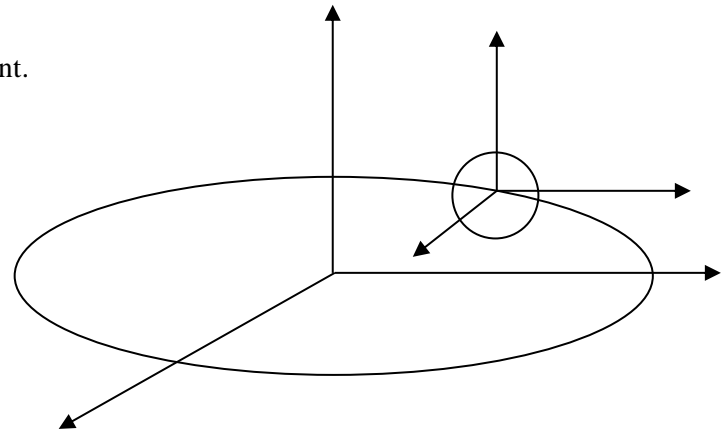
- origine : centre d'inertie de la terre
- axes : directions de trois étoiles fixes de notre galaxie

Mouvement de translation elliptique de $\mathcal{R}_O/\mathcal{R}_H$ de période 365,25 jours solaires.

Référentiel terrestre $\mathcal{R}_T(A, \vec{e}_{x_T}, \vec{e}_{y_T}, \vec{e}_{z_T})$

- origine : un point à la surface de la terre
- axes : directions fixes par rapport à la terre

Mouvement de rotation autour de l'axe des pôles de période un jour sidéral et **mouvement circulaire** du centre d'inertie de la terre autour du soleil.



Loi de la quantité de mouvement (ou deuxième loi de Newton ou loi fondamentale de la dynamique LFD)

a) Pour un point matériel M(m)

Par rapport à tout référentiel galiléen \mathcal{R} , le mouvement d'un point matériel M de masse (inerte) m vérifie la relation : $\frac{d\vec{p}(M/\mathcal{R})}{dt} = \sum \vec{F}$ appliquées au point M où $\vec{p}(M/\mathcal{R}) = m\vec{v}(M/\mathcal{R})$ quantité de mouvement
Si m est constante, $m\vec{a}(M/\mathcal{R}) = \sum \vec{F}$

b) Pour un système de points matériels $S = \{M_i (m_i)\}$ $\vec{p}(Syst/\mathcal{R}) = \sum_i \vec{p}(M_i/\mathcal{R}) = \vec{p}(G/\mathcal{R}) = m\vec{v}(G/\mathcal{R})$

Par rapport à tout référentiel galiléen \mathcal{R} , pour un système fermé de masse m, de centre d'inertie G,
 $\frac{d\vec{p}(G/\mathcal{R})}{dt} = \sum \vec{F} ext$ Si m est constante, $m\vec{a}(G/\mathcal{R}) = \sum \vec{F} ext$

Propriété: Dans un référentiel galiléen, la quantité de mouvement d'un système isolé se conserve.

Principe des actions réciproques (ou troisième loi de Newton).

Soient M_1 et M_2 deux points matériels en interaction. $\vec{f}_{1 \rightarrow 2}$ est la force exercée par M_1 sur M_2 et $\vec{f}_{2 \rightarrow 1}$ la force exercée par M_2 sur M_1 .

Les forces d'interaction sont opposées et colinéaires à (M_1M_2) : $\vec{f}_{2 \rightarrow 1} = -\vec{f}_{1 \rightarrow 2}$ et $\overline{M_1M_2} \wedge \vec{f}_{1 \rightarrow 2} = \vec{0}$

Méthode de résolution d'un problème de mécanique

1. Définir le système étudié.
2. Définir le référentiel par rapport auquel on étudie le mouvement. Est-il galiléen ?
3. Bilan des forces appliquées (à distance, contact, tension, rappel)
4. Application des théorèmes généraux : loi fondamentale de la dynamique, théorème de l'énergie mécanique, théorème du moment cinétique.
5. Choix d'un repère de projection et projection dans ce repère.
6. Intégration des équations avec prise en compte des conditions initiales sur la position et la vitesse.

Exemples à connaître :

- tir de projectile : LFD projetée dans un repère cartésien, avec ou sans frottements fluides.
- pendule simple : LFD projetée dans un repère cylindrique (base polaire), avec ou sans frottements fluides.
- Scripts python : Chute d'une bille, tir de projectile.

