

DS 4 : Électrocinétique et Chimie - Samedi 11 janvier

PTSI La Martinière Monplaisir

Durée : 4 heures

⇒ **Les calculatrices sont interdites** ←

Veiller à la clarté de la rédaction et à l'homogénéité des équations. Présenter les résultats sous forme littérale avant de faire les applications numériques. Mettre en évidence (encadrer, souligner...) les résultats. La qualité de la rédaction sera prise en compte dans la notation.

Le barème est donné à titre indicatif et pourra être légèrement ajusté au moment de la correction. Les différentes parties sont indépendantes et peuvent être abordées dans l'ordre de votre choix.

I Microscope à force atomique

La sonde de mesure d'un AFM (microscope à force atomique) est principalement constituée d'un levier de dimensions micrométriques au bout duquel est fixée une pointe de forme conique. Cette pointe entre en interaction via les forces de Van der Waals avec les surfaces que l'on cherche à imager. La distance pointe-surface est de l'ordre de quelques nanomètres. Le mode oscillant permet, sans contact avec l'échantillon et donc sans risque de l'endommager, de mesurer le gradient de la force d'interaction entre la pointe et l'échantillon.

Les photographies de la figure I.1 représentent la pointe d'un microscope à force atomique. Elles ont été obtenues avec un microscope électronique à balayage (MEB). Au lieu d'être éclairés par de la lumière visible, comme c'est le cas dans un microscope optique traditionnel, les objets sont «éclairés» avec des électrons préalablement accélérés, avec une énergie cinétique $E_c \approx 5.0 \text{ keV}$.

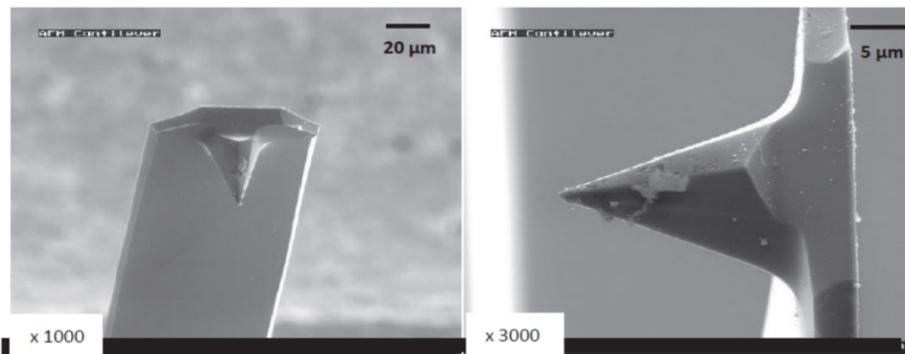


FIGURE I.1 – Images MEB d'une pointe d'AFM.

La pointe du microscope se situe sous un levier parallélépipédique de longueur L , de largeur a et d'épaisseur e encastré horizontalement dans une paroi. Au repos, le système levier-pointe, de masse m , est horizontal, à la hauteur d_0 de l'échantillon (**on néglige son poids**).

Quand on applique une force verticale \vec{F}_{ext} (on supposera que la force reste verticale tout au long de l'expérience) à l'extrémité libre du système, celui-ci est déformé. L'extrémité est déplacée verticalement d'une distance z que l'on appelle la flèche (voir figure 2 ci-dessous) et se trouve alors à une distance $d(z)$ de l'échantillon.

La flèche z est donnée par la relation suivante : $z = \frac{4L^3}{Eae^3} \cdot F_{ext}$ où E est appelé module d'Young du matériau constituant le levier et la pointe et $F_{ext} = \vec{F}_{ext} \cdot \vec{e}_z$.

1. Quelle est la dimension du module d'Young E ?

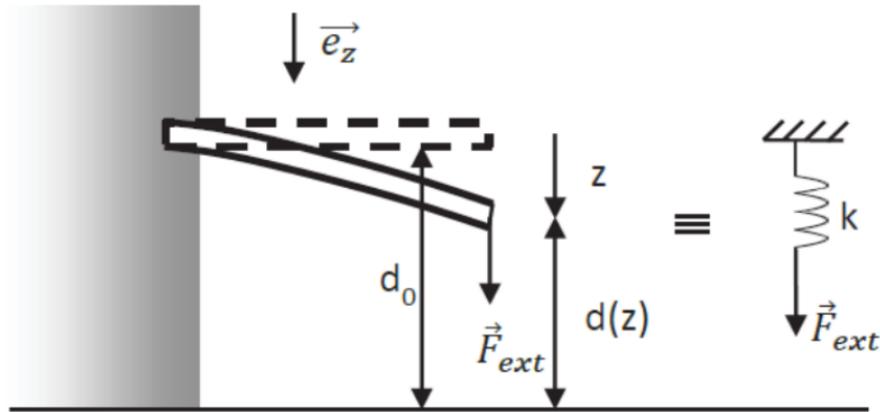


FIGURE I.2 – Système encastré et modélisation.

2. En se plaçant à l'équilibre, et en admettant que l'on peut modéliser le système par un ressort de longueur à vide nulle et de constante de raideur k , donner l'expression analytique de k en fonction de E , a , L et e .

3. Calculer numériquement k , et donner son unité dans le système international, pour une fibre de longueur $L = 2,0 \cdot 10^2 \mu\text{m}$, de largeur $a = 50 \mu\text{m}$ et d'épaisseur $e = 5,0 \mu\text{m}$. On donne le module d'Young du silicium : $E = 1,0 \cdot 10^{11} \text{ U.S.I.}$

Dans un premier temps, on ne considère pas les forces d'interactions entre la pointe et l'échantillon. Le levier et la pointe sont seuls. Le déplacement d'une céramique piézoélectrique, soumet le système pointe-levier à une force excitatrice $\vec{F} = F_m \cos(\omega t) \vec{e}_z$. De plus, le système est soumis à une force de frottement fluide de coefficient α et à la force de rappel du ressort. On note z l'écart à la position d'équilibre.

4. Etablir l'expression de l'équation de la dynamique du mouvement du système pointe-levier :

$$\frac{d^2 z}{dt^2} + 2\gamma \frac{dz}{dt} + \omega_0^2 z = A \cos(\omega t).$$

Donner les expressions littérales de la pulsation propre ω_0 et des facteurs γ et A .

5. En déduire l'expression du facteur de qualité Q .

6. Expliquer pourquoi on peut chercher la solution particulière de l'équation différentielle obtenue à la question 4 sous la forme :

$$z(t) = Z_0 \cos(\omega t + \varphi).$$

7. Etablir l'expression de l'amplitude complexe d'oscillation \underline{Z}_0 associée à $z(t)$ en fonction des paramètres Q , A , ω_0 et de la pulsation ω .

8. En déduire l'expression de l'amplitude des oscillations Z_0 en fonction de la pulsation.

9. Etablir l'expression de la pulsation de résonance ω_r en fonction de la pulsation propre ω_0 et du facteur de qualité Q . À quelle condition sur le facteur de qualité la résonance existe-t-elle ?

10. Sur la figure ci-dessous est représentée l'amplitude Z_0 des oscillations dans le cas où il y a résonance.

Reproduire la figure sur votre copie puis représenter sur ce graphique l'allure de l'amplitude Z_0 des oscillations dans le cas où il n'y a pas résonance. Faire apparaître la valeur atteinte par Z_0 en basse fréquence ainsi que la position approximative de la pulsation propre ω_0 .

II Sonar

En choisissant leur profondeur de plongée, les baleines parviennent à se faire entendre à des milliers de kilomètres et les sous-marinières à se dissimuler des sonars. Les cétacés, comme les sous-marins, exploitent pour cela l'équivalent acoustique des mirages lumineux.

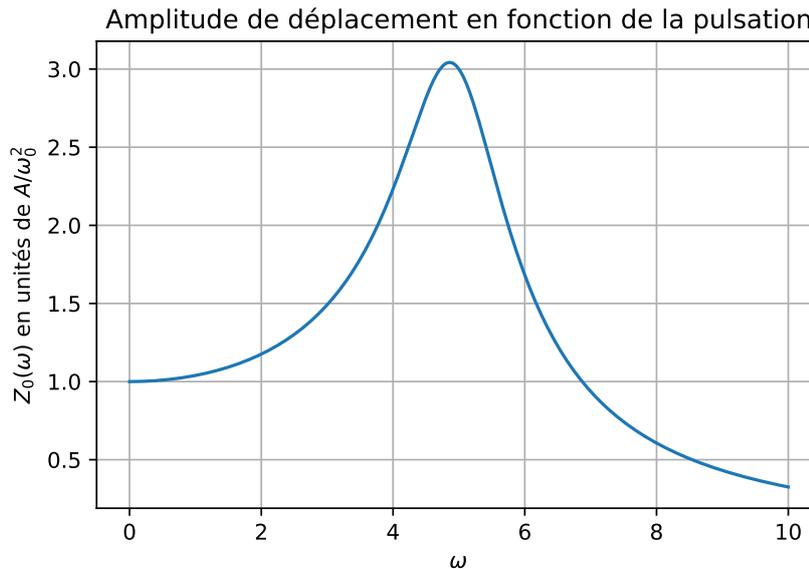


FIGURE I.3 – Amplitude du mouvement en fonction de ω .

Pour expliquer comment, nous allons d'abord décrire la propagation du son, puis nous montrerons que les mirages acoustiques sont une des multiples manifestations d'un même phénomène : la déviation des ondes sonores vers les zones où leur vitesse de propagation est la plus faible.

II.1 La propagation du son

Lorsque nous parlons, nos cordes vocales mettent en mouvement l'air qui les entoure. L'air étant élastique, chaque couche d'air se comporte comme un ressort. La couche d'air comprimé se détend, et ce faisant comprime la couche qui la suit dans le sens de propagation du son, etc.

1. Définir une onde ; expliquer en quoi la propagation d'une onde est un phénomène à la fois spatial et temporel. Quelle(s) grandeur(s) physique(s) peut-on associer à une onde acoustique ?

2. Le son est une onde mécanique. Que peut-on alors dire de son milieu de propagation ? Donner deux autres exemples d'ondes mécaniques (mais non acoustiques).

3. À quel intervalle de fréquences correspond le domaine des ondes sonores audibles par l'homme ? Qu'appelle-t-on « ultrasons » ? Expliquer un des usages *autres que dans les sonars* que l'homme peut faire des ultrasons.

4. Pendant un orage, on peut grossièrement évaluer la distance à laquelle est tombée la foudre. Si on divise par trois la durée (en secondes) entre l'éclair et le tonnerre, on obtient la distance cherchée (en kilomètres).

À partir de cette observation, estimer approximativement la valeur numérique de la vitesse c_{air} du son dans l'air, par temps orageux. La réponse sera justifiée.

II.2 Principe du sonar

Un sonar (« SOund Navigation and Ranging ») est un dispositif de détection utilisant les ondes acoustiques comme signal détectant. Il permet aux marins de naviguer correctement (mesure de la profondeur) ou aux sous-marins de repérer les obstacles et les autres navires. Certains animaux (chauve-souris, dauphins...) utilisent des systèmes similaires au sonar pour repérer leurs proies ou des obstacles. On suppose dans cette partie que la mer est un milieu homogène dans lequel le son se propage rectilignement. À 20°C , la vitesse du son dans l'eau de mer est $c_{\text{mer}} = 1,50 \text{ km}\cdot\text{s}^{-1}$.

L'avant d'un sous-marin est équipé d'un sonar lui permettant d'éviter d'entrer en collision avec un autre sous-marin. Le sonar est constitué d'un émetteur d'ondes sonores et d'un récepteur capable d'identifier l'écho de l'onde précédemment émise.

On note O l'avant du sous-marin équipé du sonar et (Ox) l'axe du sous-marin, correspondant à l'axe de propagation de l'onde sonore. Un second sous-marin est à la distance L du premier, dans la configuration représentée sur la figure II.1.

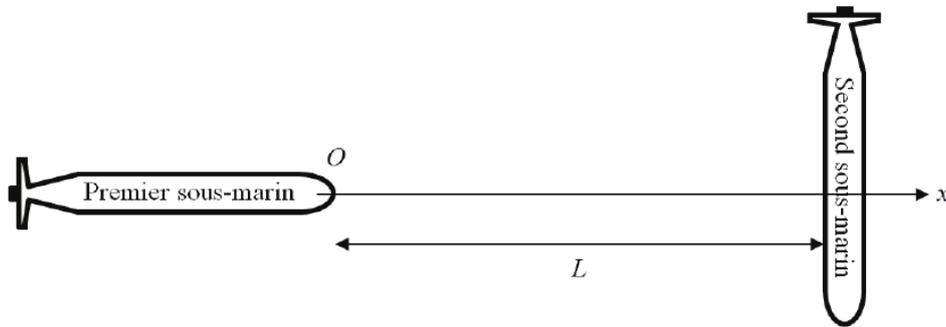


FIGURE II.1 – Les sous-marins, vus de dessus.

5. Expliquer le principe de fonctionnement d'un sonar.

6. L'émetteur produit une très brève impulsion sonore. Le récepteur en reçoit l'écho au bout d'une durée $\Delta t_e = 38,8 \text{ ms}$. En déduire la distance L à laquelle se situe le second sous-marin ; faire l'application numérique.

À partir de l'instant $t = 0$, le sonar émet l'impulsion sonore sinusoïdale de la figure II.2, pendant une durée $\Delta t_i = 800 \mu\text{s}$.

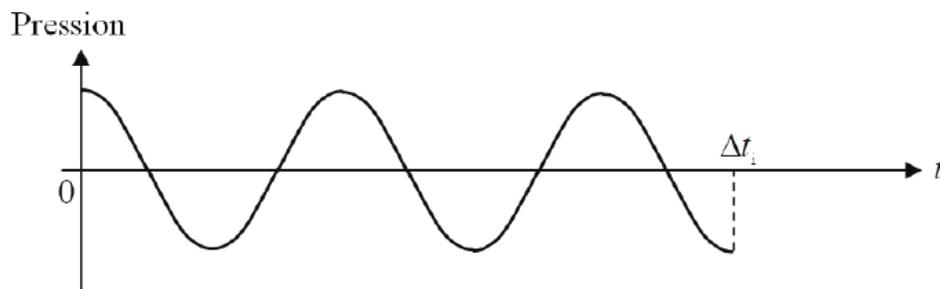


FIGURE II.2 – Impulsion sinusoïdale correspondant au signal envoyé par le sonar.

7. Déterminer, en justifiant, la valeur numérique de la fréquence f de l'onde émise par le sonar. On s'intéresse à la propagation spatiale de l'impulsion sonore : on la représente alors dans le système d'axes de la figure II.3.

8. Exprimer et calculer numériquement la longueur spatiale Δx de l'impulsion.

9. Reproduire sur la copie le système d'axes de la figure II.3 et y représenter l'impulsion sonore à l'instant $t = 12,0 \text{ ms}$; calculer numériquement, en justifiant précisément, les positions du début (ou front) de l'impulsion et de sa fin.

Un détecteur d'ondes sonores est placé sur le second sous-marin, sur l'axe (Ox) .

10. Représenter sur la copie l'évolution de l'amplitude enregistrée par ce détecteur au cours du temps. Calculer numériquement, en justifiant précisément, les instants auxquels le détecteur reçoit le début et la fin de l'impulsion et on repérera ces instants sur l'axe horizontal qu'on graduera.

III Sonde d'oscilloscope

Données : aides aux applications numériques $\pi^2 \approx 10$, $\pi/15 \approx 1/5$ et $\log 2 \approx 0.3$

Un oscilloscope ne permet de visualiser une tension qu'en deçà d'une valeur recommandée par le fabricant. Au-delà de cette limite, on envoie le signal à mesurer par l'intermédiaire d'une sonde réductrice



FIGURE II.3 – Propagation spatiale.

de tension (atténuateur) qui applique à l'entrée de l'appareil une fraction α de la tension. On cherche ici à déterminer l'architecture et les grandeurs caractéristiques de cette sonde.

III.1 Première tentative

Cahier des charges de la sonde : si on appelle U_1 la tension à mesurer, on voudrait obtenir à l'entrée de l'oscilloscope, après l'atténuateur, une tension U_2 telle que : $\frac{U_2}{U_1} = \alpha$ (figure III.1).

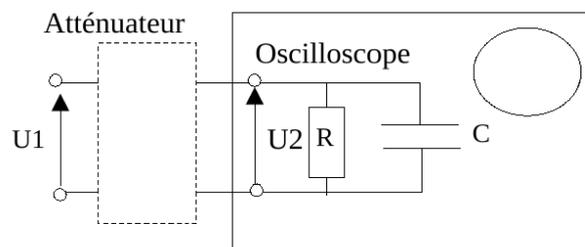


FIGURE III.1 – Sonde atténuatrice.

L'oscilloscope, vu de ses bornes d'entrée, se ramène à une impédance constituée par une résistance R et un condensateur C en parallèle. Dans un premier temps, on réalise un atténuateur constitué d'un simple résistor de résistance R_a (figure III.2).

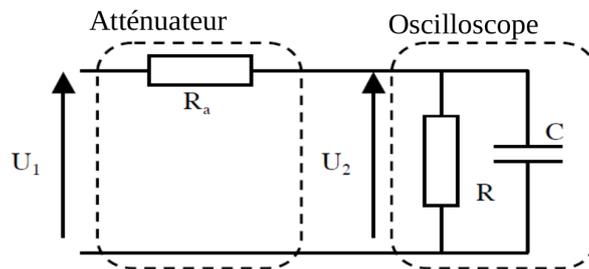


FIGURE III.2 – Atténuateur simple.

1. Montrer que la fonction de transfert complexe $\underline{H}(j\omega) = \frac{U_2}{U_1}$, s'écrit :

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{\alpha}{1 + j \frac{\omega}{\omega_0}}$$

Exprimer α et ω_0 en fonction de R_a , R et C .

On donne l'allure du diagramme de Bode de l'atténuateur pour $\alpha = 0,1$ et $x = \omega/\omega_0$:

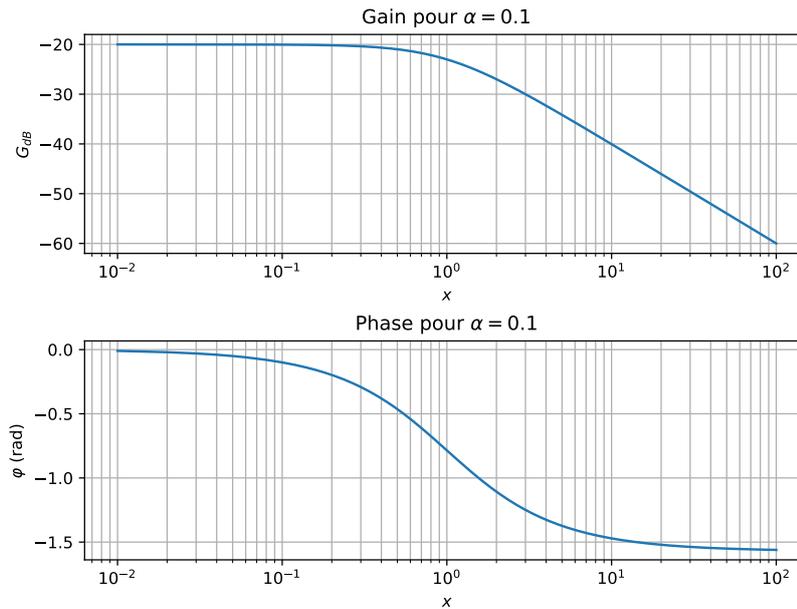


FIGURE III.3 – Diagramme de Bode de l'atténuateur pour $\alpha = 0,1$.

2. Mesurer la pente de l'asymptote de la courbe de gain en haute fréquence. Retrouver cette valeur à partir de l'expression de la fonction de transfert.

3. Retrouver les valeurs de la phase en basse fréquence à partir de l'expression de la fonction de transfert.

Même question en haute fréquence.

4. Que se passe-t-il si la fréquence du signal à mesurer varie? Quel est le défaut de l'atténuateur élémentaire ainsi réalisé?

III.2 Seconde tentative

Pour supprimer l'inconvénient mentionné au dans la partie précédente, on ajoute en parallèle sur R_a un condensateur de capacité C_a . L'atténuateur "compensé" ainsi réalisé est représenté ci-dessous.

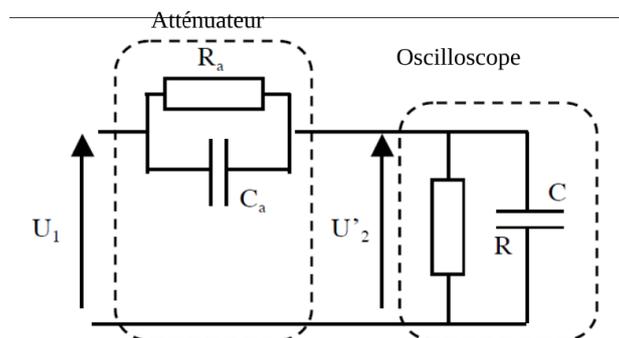


FIGURE III.4 – Atténuateur compensé.

5. Montrer que la fonction de transfert du filtre peut être mise sous la forme

$$\underline{H}' = \frac{U'_2}{U_1} = \alpha \frac{1 + j\omega/\omega_2}{1 + j\omega/\omega_3},$$

On donne l'allure du diagramme de Bode du nouvel atténuateur avec $x = \omega/\omega_2$ (et toujours $\alpha = 0,1$) dans les deux cas suivants : $\omega_2/\omega_3 = 10$ et $\omega_2/\omega_3 = 0,1$

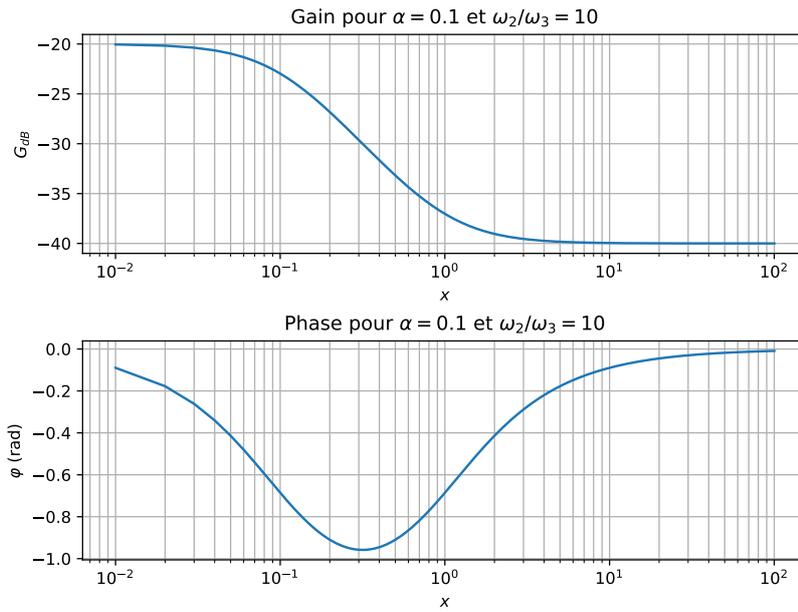


FIGURE III.5 – Diagramme de Bode $\alpha = 0.1$ et $\omega_2/\omega_3 = 0.1$.

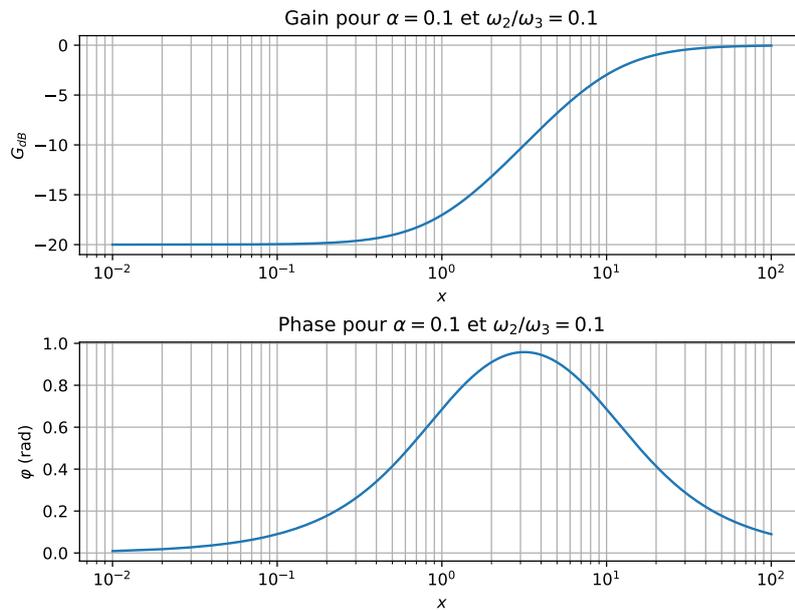


FIGURE III.6 – Diagramme de Bode $\alpha = 0.1$ et $\omega_2/\omega_3 = 10$.

6. Indiquer la nature du filtre constitué par l'atténuateur dans chacun des deux cas. Le cahier des charges est-il rempli ?

7. Proposer une relation entre ω_2 et ω_3 qui permet de réaliser le cahier des charges souhaité en éliminant le défaut cité dans la partie précédente.

8. Que vaut alors la nouvelle fonction de transfert $H'(j\omega)$? En déduire la relation $R_a C_a = RC$.

Donner alors les expressions littérales de R_a et C_a en fonction de R , C et du coefficient $\beta = \frac{1-\alpha}{\alpha}$.

9. Application numérique : calculer les valeurs à donner à R_a et C_a pour réaliser une atténuation

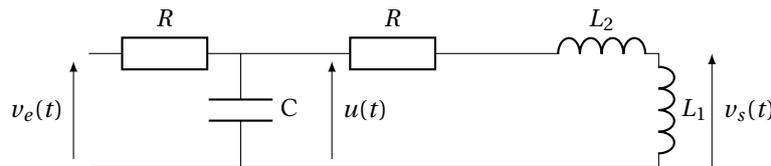
$\alpha = 0,1$ parfaitement compensée avec l'appareil dont les caractéristiques sont données ci-après.

Input

Number of Channels	Two channels
Input Coupling	DC, AC or GND
Input Impedance	$(1\text{ M}\Omega \pm 1\%) \parallel (16\text{ pF} \pm 3\text{ pF})$
Probe Attenuation Coefficient	0.01X to 1000X, in 1-2-5 step
Maximum Input Voltage (1M Ω)	Maximum Input Voltage of the Analog Channel CAT I 300 Vrms, CAT II 100 Vrms,

IV Filtre passif

On s'intéresse au circuit ci-dessous :



1. Déterminer sans calcul la nature du filtre ci-dessus.

2. On note $\underline{H}_1 = \frac{u}{v_e}$ et $L = L_1 + L_2$. Calculer \underline{H}_1 .

3. On note $\underline{H}_2 = \frac{v_s}{u}$. Calculer \underline{H}_2 .

4. Calculer la fonction de transfert $\underline{H} = \frac{v_s}{v_e}$. On fera notamment apparaître une pulsation caractéristique ω_0 et un facteur de qualité Q . On déterminera, parmi les formes canoniques suivantes, celle qui correspond, en identifiant les paramètres canoniques :

$$\underline{H} = \frac{H_0}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} + j \frac{\omega}{Q\omega_0}} \quad \underline{H} = -\frac{H_0\omega^2/\omega_0^2}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} + j \frac{\omega}{Q\omega_0}}$$

$$\underline{H} = \frac{H_0 \cdot \frac{j\omega}{Q\omega_0}}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} + j \frac{\omega}{Q\omega_0}} = \frac{H_0}{1 + jQ\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)} \quad \underline{H} = \frac{H_0 \cdot \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right)}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} + j \frac{\omega}{Q\omega_0}}$$

5. Retrouver par le calcul la pente des asymptotes du diagramme de Bode en gain.

6. Tracer le diagramme de Bode en gain pour $H_0 < 1$ et $Q > 1$.

7. On considère une entrée de la forme :

$$e(t) = E_1 \cos(\omega_1 t) + E_2 \cos(\omega_2 t),$$

avec $\omega_1 = 2\omega_0$ et $\omega_2 = \omega_0/2$.

Déterminer le signal de sortie du filtre.

V Chimie : Propriétés des composés de l'arsenic

L'arsenic est un non-métal existant à l'état natif sous deux variétés allotropiques, l'arsenic gris ordinaire (masse volumique $\rho = 5930 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$) et l'arsenic jaune métastable (masse volumique $\rho_0 = 1970 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$). Il est admis que l'élément fut isolé par Magnus au début du treizième siècle.

L'arsenic est présent dans plusieurs minerais, notamment l'orpiment (As_2S_3), le réalgar (As_4S_4), et le mispickel (ou arsénopyrite FeAsS). L'importance de l'arsenic vient de son rôle physiologique : c'est un constituant systématique de la cellule vivante où il sert de biocatalyseur. De nombreux composés de l'arsenic sont fortement toxiques, les composés minéraux l'étant plus que les composés organiques. Néanmoins, la pharmacologie utilise de nombreux produits arsénicaux.

C'est aussi un élément intervenant dans les recherches de pointe sur les semiconducteurs.

1. Dans la colonne du tableau des éléments comprenant l'azote N, on trouve également le phosphore P, l'arsenic As, et l'antimoine Sb. Combien les trois atomes, azote ($Z = 7$), phosphore P ($Z = 15$) et arsenic ($Z = 33$) ont-ils d'électrons de valence ?

2. Classer les trois éléments mentionnés dans la question précédente par ordre d'électronégativité. Justifier.

3. Combien de liaisons covalentes peuvent être établies par ces trois atomes en imposant une charge formelle nulle pour N, P ou As ?

4. L'arsenic As peut donner deux bromures AsBr_3 et AsBr_5 . Proposer une représentation de Lewis pour ces deux molécules, sachant que les atomes de brome ne sont pas liés entre eux.

On rappelle que le numéro atomique du brome est $Z_{\text{Br}} = 35$.

5. Que remarque-t-on pour l'arsenic dans AsBr_5 ?

6. Peut-on obtenir les mêmes bromures avec N et P ? Justifier.

7. L'arsenic est susceptible de donner des ions arsénite AsO_3^{3-} et arséniate AsO_4^{3-} . Donner une représentation de Lewis de chacun de ces ions, sachant que chacun des atomes d'oxygène n'est lié qu'à l'atome d'arsenic de la structure.

On rappelle que le numéro atomique de l'oxygène vaut $Z_{\text{O}} = 8$.

8. Dans chacun de ces deux ions, les liaisons As-O ont même longueur mais elles sont de longueur différente d'un ion à l'autre. Pourquoi ?

9. La solubilité de l'ammoniac NH_3 dans l'eau est très élevée alors que celle de l'arsine AsH_3 est beaucoup plus faible. Proposer une explication.