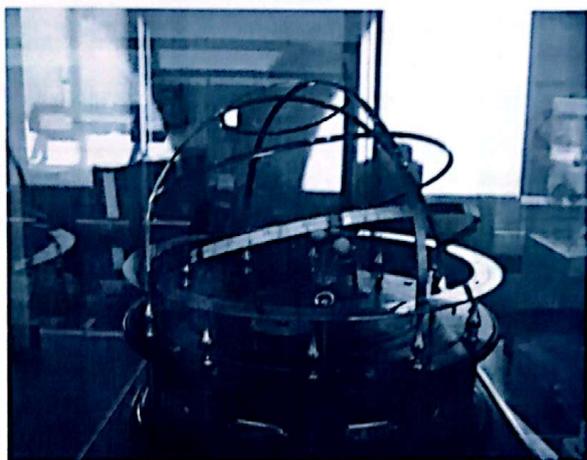


I Forces centrales conservatives.....	2
1.) Forces centrales	2
2.) Forces centrales conservatives.....	2
II Lois générales de conservation.....	3
1.) Conservation du moment cinétique	3
2.) Conservation de l'énergie mécanique	4
3.) Description des trajectoires pour les champs newtoniens.....	5
III Mouvement dans un champ gravitationnel	7
1.) Les trois lois de Kepler.....	7
2.) Vitesse de libération	7
3.) Etude d'un mouvement circulaire	8
4.) Satellites terrestres.....	9
IV Script python : Satellite soumis à la force d'interaction gravitationnelle, tracé des trajectoires.	11
1.) Principe.....	11
2.) Mise en oeuvre.....	11



En astronomie, une **sphère armillaire**, aussi connue sous le nom d'*astrolabe sphérique*, est une modélisation basée sur la sphère céleste utilisée pour en montrer le mouvement apparent des étoiles autour de la Terre et du Soleil dans l'écliptique.

Mesurer la surchauffe en ville : Grâce à un suivi systématique par satellite des températures au sol, il sera possible de mieux planifier les constructions urbaines pour limiter l'effet d'îlot de chaleur. Sean Bailly | 11 septembre 2022 | Pour la science N° 539

L'été 2022 aura été marqué par plusieurs vagues de chaleur intenses en Europe, mais aussi aux États-Unis et en Asie. Pour les spécialistes, ce phénomène serait amené à devenir plus fréquent et intense avec le changement climatique. La situation des villes est particulièrement préoccupante à cause de l'effet « îlot de chaleur urbain » : la minéralisation de l'espace public, l'activité humaine et la configuration des villes contribuent à accumuler encore plus de chaleur.

Pour suivre cet effet, l'ESA prépare la mission LSTM (*Land Surface Temperature Monitoring*), qui sera menée par le satellite du programme Copernicus *Sentinel-8* (qui devrait être opérationnel en 2029) et qui procédera à une mesure systématique des températures au sol, grâce à une caméra infrarouge. Afin de développer les outils d'analyse adaptés à cette nouvelle mission, les chercheurs ont utilisé les données de l'instrument de la Nasa Ecostress, installé à bord de la *Station spatiale internationale*, pour simuler les données de LSTM. Sa mission scientifique concerne la réponse de la biosphère à la disponibilité de l'eau. Les plantes régulent leur température par évapotranspiration. Mais si l'eau vient à manquer, leur température augmente.

Le futur satellite *Sentinel* aura une résolution spatiale de 50 mètres, comparable à celle d'Ecostress, et 400 fois supérieure aux deux satellites *Sentinel-3*, lancés en 2016 et 2018, dédiés à une mission océanographique et à la surveillance de la végétation sur les terres émergées.

Les relevés d'Ecostress pour Paris, Milan et Prague pour le 18 juin 2022, pendant une vague de chaleur, montrent par exemple que les espaces verts jouent un rôle crucial pour réduire les températures locales. L'objectif de LSTM est d'être un outil efficace pour la planification urbaine, afin de limiter l'effet d'îlot de chaleur urbain ou, pour les agriculteurs, afin d'optimiser la gestion de l'eau.

I Forces centrales conservatives

1.) Forces centrales

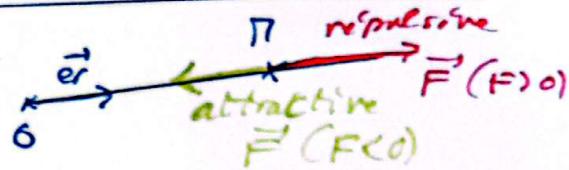
Définition : O point fixe dans \mathcal{R} galiléen.

Le point matériel M(m) est soumis à une force centrale \vec{F} de centre O, si à tout instant \vec{F} est colinéaire à \vec{OM} :

$$\vec{F} = F \vec{e}_r$$

$$\vec{e}_r = \frac{\vec{OM}}{r} = \frac{\vec{OM}}{\|\vec{OM}\|} \quad \text{ou } \vec{OM} = r \vec{e}_r$$

F valeur algébrique



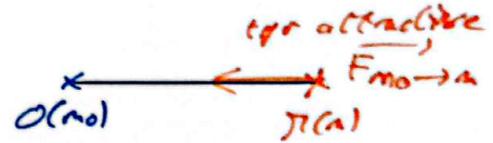
Exemples : Ressort fixé en un point d'un plan, planète soumise à l'attraction d'un astre.

Hypothèses On ne s'intéresse qu'aux forces telles que $\vec{F} = F(r) \vec{e}_r$

Cas particulier : interactions newtoniennes : $F(r) = -\frac{K}{r^2}$

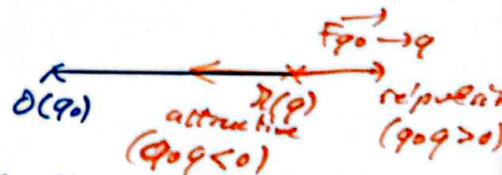
- interaction gravitationnelle : m_0 fixe en O, m mobile en M.

$$\vec{F}_{m_0 \rightarrow m} = -G \frac{m_0 m}{r^2} \vec{e}_r \quad G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N.m}^2.\text{kg}^{-2} \quad K = G.m_0.m > 0$$



- interaction coulombienne : q_0 fixe en O, q mobile en M.

$$\vec{F}_{q_0 \rightarrow q} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_0 q}{r^2} \vec{e}_r \quad \epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \text{ F.m}^{-1} \quad K = -\frac{q_0 q}{4\pi\epsilon_0}$$



2.) Forces centrales conservatives

Rappel : Une force est conservative si elle dérive d'une énergie potentielle, son travail ne dépend pas du chemin suivi.

$$W_{r_1 \rightarrow r_2}(\vec{F}_c) = \int_{r_1}^{r_2} \vec{F}_c \cdot d\vec{e} = [dEp]_{r_1}^{r_2}$$

$$\Leftrightarrow \delta W = \vec{F}_c \cdot d\vec{e} = -dEp$$

Propriété : Une force centrale de la forme $\vec{F} = F(r) \vec{e}_r$ est conservative, elle dérive d'une énergie potentielle $Ep(r)$.

Pour un champ newtonien : $F(r) = -\frac{K}{r^2}$ d'où $Ep(r) = -\frac{K}{r} + cste$

- interaction gravitationnelle : $\vec{F}_{m_0 \rightarrow m} = -G \frac{m_0 m}{r^2} \vec{e}_r$ $Ep(r) = -G \frac{m_0 m}{r}$ $K = G.m_0.m > 0$

- interaction coulombienne : $\vec{F}_{q_0 \rightarrow q} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_0 q}{r^2} \vec{e}_r$ $Ep(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_0 q}{r}$ $K = -\frac{q_0 q}{4\pi\epsilon_0}$

$$\delta W = \vec{F} \cdot d\vec{e} = -\frac{K}{r^2} \vec{e}_r \cdot d\vec{e}$$

en coordonnées sphériques *

$$\vec{e}_r \cdot d\vec{e} = dr$$

$$\delta W = -\frac{K}{r^2} dr \quad \delta Ep = \frac{K}{r^2} dr$$

$$\delta W = -dEp$$

$$Ep = -\frac{K}{r} + cste \quad \leftarrow \text{en intégrant}$$

On choisit comme origine des Ep

$$r \rightarrow +\infty \quad Ep \rightarrow 0 \Rightarrow cste = 0$$

démo à refaire

II Lois générales de conservation

1) Conservation du moment cinétique

Hypothèse: Point matériel $M(m)$ soumis uniquement à une force centrale $\vec{F} = F\vec{e}_r$ (coordonnées sphériques)
Propriété: Pour un mouvement à force centrale, il y a conservation du moment cinétique.

Syst $[M(m)]$, Ref galiléen soumis à $\vec{F} = F\vec{e}_r$

O fixe, TRC en O : $\frac{d\vec{L}_O(M/R)}{dt} = \vec{\tau}_O(\vec{F})$

$$\vec{\tau}_O(\vec{F}) = \vec{O}\vec{M} \wedge \vec{F} = r\vec{e}_r \wedge F\vec{e}_r = \vec{0}$$

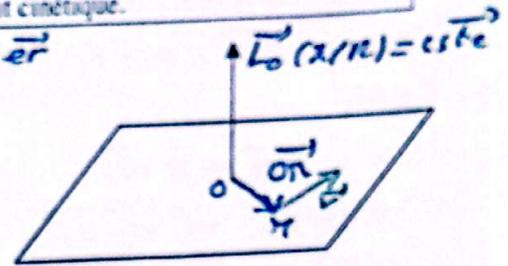
$$\Rightarrow \frac{d\vec{L}_O(M/R)}{dt} = \vec{0} \Rightarrow \vec{L}_O(M/R) = \text{cte}$$

$$\vec{L}_O(M/R) = \vec{O}\vec{M} \wedge m\vec{v}'(M/R)$$

$$\vec{L}_O(M/R) = \vec{O}\vec{M} \wedge m\vec{v}'(M/R) = \text{cte}$$

$$\forall t \mid \vec{O}\vec{M} \perp \vec{L}_O(M/R)$$

$$\vec{v} \perp \vec{L}_O(M/R)$$



Le mt se fait dans un plan passant par O et $\perp \vec{L}_O(M/R)$

Conséquences :

1. Le mouvement est plan. (d'ima au dessus)

2. Le mouvement s'effectue suivant la loi des aires (deuxième loi de Kepler) :

Le rayon vecteur \vec{OM} balaie des aires égales pendant des durées égales = la surface balayée est proportionnelle à la durée.

$$\vec{L}_0 = mr^2\dot{\theta}\vec{e}_z = mC\vec{e}_z \text{ où } C = \frac{L_0}{m} = r^2\dot{\theta} \text{ est la constante de la loi des aires (à démontrer)}$$

$$dS = \frac{C}{2} dt. \quad \frac{dS}{dt} \text{ est appelée vitesse aréolaire}$$

$$\Delta t = t_2 - t_1 = t'_2 - t'_1$$

La surface balayée par $\vec{O}\vec{M}$ pendant

$$\Delta t \text{ est } S = S'$$

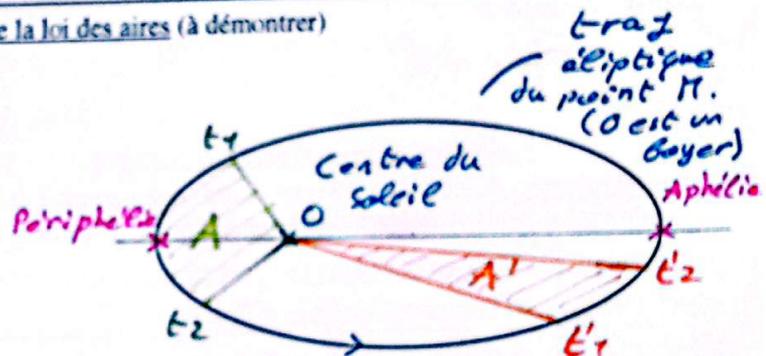
\Rightarrow la vitesse au périhélie est

bcp + grande qu'à l'apogée

$$\|\vec{v}_p\| > \|\vec{v}_a\|$$

cf université de Paris Déc / Planètes /

traj Newtonienne 1.



Démonstrations:

Traj dans le plan passant par O
 $\perp \vec{L}_O(r/k)$ vecteur constant
 \Rightarrow coordonnées polaires

$$\vec{L}_O(r/k) = \vec{O} \wedge m \vec{v}(r/k)$$

$$\vec{O} = r \vec{e}_r$$

$$\vec{v} = r \dot{\theta} \vec{e}_\theta + \dot{r} \vec{e}_r$$

~~$$\vec{L}_O(r/k) = m r^2 \dot{\theta} \vec{e}_z$$~~

$$\vec{L}_O(r/k) = m r^2 \dot{\theta} \vec{e}_z$$

$$\vec{e}_r \wedge \vec{e}_r = \vec{0} \quad \text{coordonnées}$$

$$\vec{e}_r \wedge \vec{e}_\theta = \vec{e}_z \quad \text{cylindriques}$$

$$\vec{L}_O(r/k) = m r^2 \dot{\theta} \vec{e}_z = \text{cste}$$

$$C = r^2 \dot{\theta} \quad \text{constante de la loi des aires (intégrale r^2 \dot{\theta} du mt)}$$

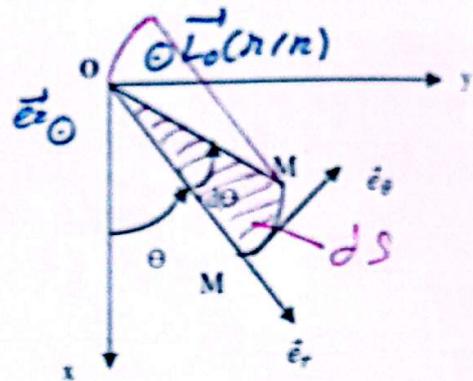
$$\vec{L}_O(r/k) = C \vec{e}_z$$

Aire balayée par $\vec{O} \wedge \vec{r}$ pendant dt

$$t \rightarrow t+dt \quad \pi(r, \theta) \rightarrow \pi'(r+dr, \theta+d\theta)$$

$$2dS = \vec{O} \wedge \vec{r}' - \vec{O} \wedge \vec{r}$$

$$= r \times r d\theta$$



$$\Rightarrow dS = \frac{r^2 d\theta}{2} = \frac{r^2}{2} \dot{\theta} dt \quad \text{car } \frac{d\theta}{dt} = \dot{\theta}$$

$$\Rightarrow \boxed{dS = \frac{C}{2} dt} \quad \text{La surface balayée par } \vec{O} \wedge \vec{r} \text{ est prop au temps.}$$

$$\frac{dS}{dt} = \frac{C}{2} \Rightarrow \boxed{\int_0^t dS = \frac{C}{2} [t]_0^t}$$

Req: si $\vec{O} \wedge \vec{v}_0 \parallel \vec{v}_0$ (à t=0)

$$\vec{L}_O(r/k) = \vec{L}_O(r/k) = \vec{O} \wedge m \vec{v}_0 = \vec{0}$$

$\Rightarrow \forall t \quad \vec{O} \wedge m \vec{v} = \vec{0} \Rightarrow \forall t \quad \vec{O} \wedge \vec{r}$ et \vec{v} sont colinéaires \Rightarrow traj rectiligne

2.) Conservation de l'énergie mécanique

Hypothèse: Point matériel M(m) soumis uniquement à une **force centrale conservative** $\vec{F} = F(r)\vec{e}_r$, dérivant d'une énergie potentielle $E_p(r)$ dans le référentiel galiléen lié à O.

Propriété: Il y a conservation de l'énergie mécanique: $E_m = E_c + E_p = \frac{1}{2}mv^2 + E_p(r) = \frac{1}{2}m\dot{r}^2 + E_{peff}(r)$ où E_{peff} est l'énergie potentielle effective.

$$E_{peff}(r) = \frac{L_0^2}{2mr^2} + E_p(r) \quad (\text{à démontrer})$$

démo: Syst [M(m)]

Ref galiléen lié à O

soomis à \vec{F} seule force qui W

\vec{F} est conservative $\Rightarrow E_m = \text{cste}$

$$E_m = E_c + E_p(r)$$

$$= \frac{1}{2}mv^2 + E_p(r)$$

$$\vec{O} \wedge \vec{r} = r \vec{e}_r$$

$$\vec{v} = \dot{r} \vec{e}_r + r \dot{\theta} \vec{e}_\theta$$

$$v^2 = v_r^2 + v_\theta^2 = \dot{r}^2 + r^2 \dot{\theta}^2$$

$$E_m = \frac{1}{2}m\dot{r}^2 + \frac{1}{2}mr^2 \dot{\theta}^2 + E_p(r)$$

$$\vec{L}_O(r/k) = m r^2 \dot{\theta} \vec{e}_z = \text{cste}$$

$$\Rightarrow \vec{L}_O(r/k) = m r^2 \dot{\theta} \Rightarrow \dot{\theta} = \frac{L_0}{mr^2}$$

$$E_m = \frac{1}{2}m\dot{r}^2 + \frac{1}{2}mr^2 \frac{L_0^2}{m^2 r^4} + E_p(r)$$

$$\boxed{E_m = \frac{1}{2}m\dot{r}^2 + \frac{L_0^2}{2mr^2} + E_p(r)} \quad (L_0 = \text{cste})$$

$E_{peff}(r)$

$$\boxed{E_m = \frac{1}{2}m\dot{r}^2 + E_{peff}(r)}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}m\dot{r}^2 = E_m - E_{peff}(r) \geq 0$$

pour que le mt existe
 c'est b'n l'CS puits et ~~part~~ de barrière de potentiel
 E_m et L_0 sont des cstes du mt, déterminées par les CI
 $E_p(r)$ correspond à 1 force conservative donnée

3.) Description des trajectoires pour les champs newtoniens

Hypothèse: Point matériel $M(m)$ soumis à une force centrale conservative dérivant d'une énergie potentielle dans le référentiel galiléen lié à O .

$$E_p = -\frac{K}{r}$$

https://physique.sciences.univ-nantes.fr/Meca/Planetes/Nature_F1.php

Energie potentielle effective

$$E_{peff}(r) = \frac{L_0^2}{2mr^2} - \frac{K}{r}$$

$$E_{peff}(r) = \left(\frac{L_0^2}{2mr} - K \right) \frac{1}{r}$$

$r \in]0, +\infty[$ en coordonnées polaires

$$r \rightarrow 0 \quad E_{peff}(r) \rightarrow +\infty$$

$$r \rightarrow +\infty \quad E_{peff}(r) \rightarrow 0$$

$$E_{peff}(r) = \frac{L_0^2}{2m} r^{-2} - K r^{-1}$$

$$\frac{dE_{peff}(r)}{dr} = \left\{ \frac{L_0^2}{2m} r^{-3} + K r^{-2} \right\}$$

$$\frac{dE_{peff}}{dr} = -\frac{L_0^2}{2mr^3} + \frac{K}{r^2} = \frac{1}{r^3} \left(K - \frac{L_0^2}{2mr} \right)$$

$$\frac{dE_{peff}}{dr} = 0 \Rightarrow K = \frac{L_0^2}{mr} \Rightarrow r_0 = \frac{L_0^2}{mK} > 0$$

r_0 n'existe que si $K > 0$ si $K > 0$

$$E_{peff}(r_0) = \frac{mK}{L_0^2} \left(\frac{L_0^2}{2m} \times \frac{mK}{L_0^2} - K \right)$$

$$= \frac{mK}{L_0^2} \left(\frac{K}{2} - K \right)$$

$$E_{peff}(r_0) = \frac{mK}{L_0^2} \left(-\frac{K}{2} \right)$$

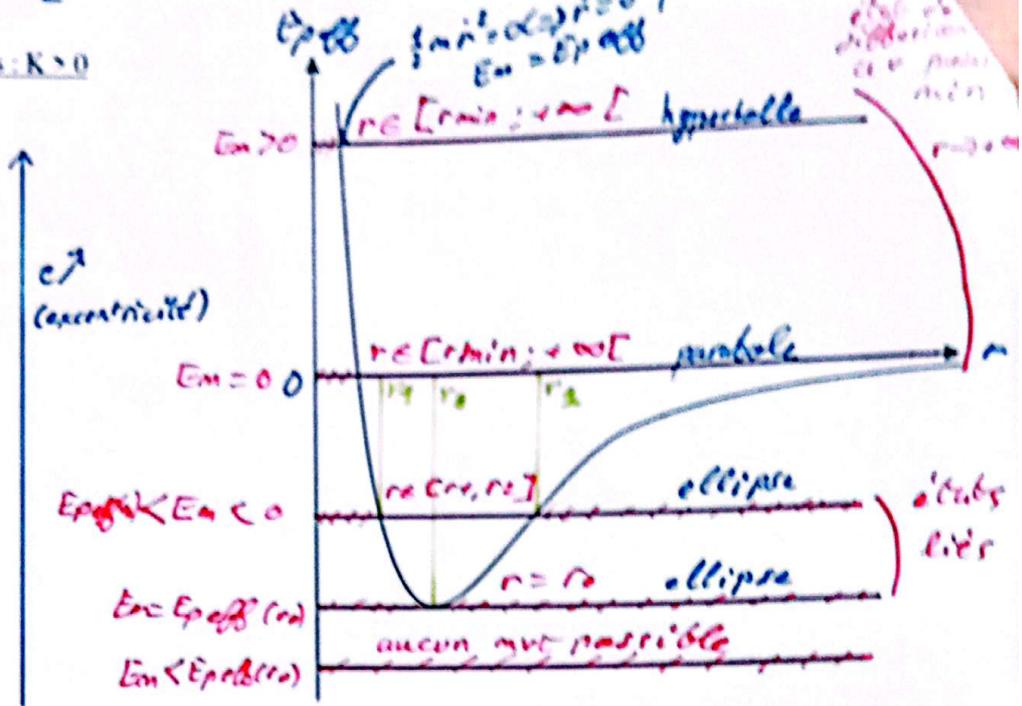
$$E_{peff}(r_0) = -\frac{mK}{2L_0^2} < 0 \quad \text{pour } K > 0$$

⚠ Mut possible si $\frac{1}{2} m \dot{r}^2 = E_m - E_{pot} \geq 0$

Premier cas : Interactions attractives : $K > 0$

r	0	r_0	$+\infty$
$\frac{dE_{pot}}{dr}$	-	0	+
E_{pot}	$+\infty$		0

$E_{pot}(r) \searrow 0$



Mut possible si $\frac{1}{2} m \dot{r}^2 = E_m - E_{pot} \geq 0$, $K = \gamma m \omega > 0$ et $K = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} q_1 q_2 > 0$ pour $q_1 q_2 < 0$

Remarque : En utilisant la LFD en coordonnées polaires, on peut montrer que les trajectoires sont des coniques :

$r = \frac{p}{1 + e \cos \theta}$ où p et e sont deux constantes. p est le paramètre et e l'excentricité.
 $e = 0$ cercle, $0 < e < 1$ ellipse, $e = 1$ parabole, $e > 1$ hyperbole.

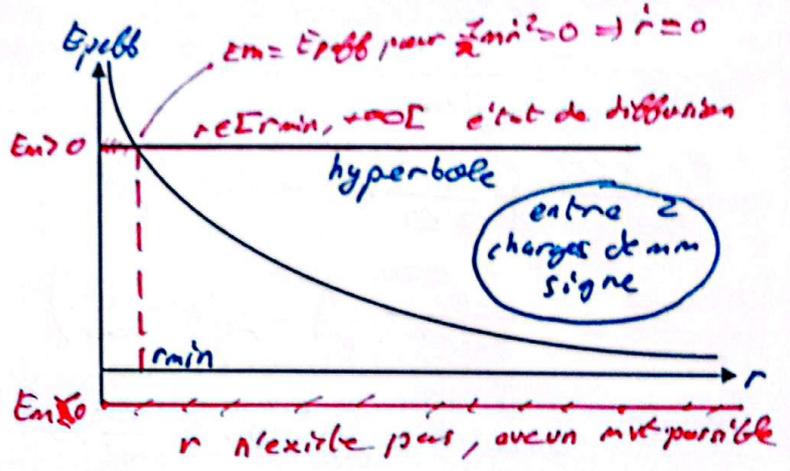
Deuxième cas : Interactions répulsives : $K < 0$

Mut possible si $\frac{1}{2} m \dot{r}^2 = E_m - E_{pot} \geq 0$

$K = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} q_1 q_2 < 0$ pour $q_1 q_2 > 0$

r	0	$+\infty$
$\frac{dE_{pot}}{dr}$	-	
E_{pot}	$+\infty$	0

$E_{pot} \searrow 0$



(Voir calculs page précédente)

$r_0 = \frac{L_0^2}{mK}$ n'existe que pour $K > 0$

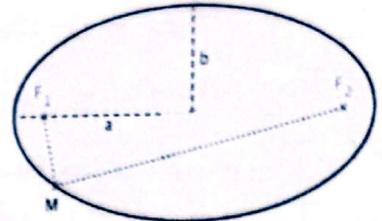
III Mouvement dans un champ gravitationnel

1.) Les trois lois de Kepler

Kepler énonça trois lois expérimentales sur le mouvement des planètes (autour de 1610)

- 1) Chaque planète décrit une trajectoire elliptique dont le soleil est un foyer. (en F_1 ou F_2)
- 2) L'aire balayée par le rayon soleil-planète est proportionnelle au temps mis pour la décrire (loi des aires). (dém. p. 6)
- 3) Pour toutes les planètes gravitant autour du soleil, $\frac{T^2}{a^3} = Cste$ où T est le temps de révolution et a le demi grand-axe de l'ellipse.

⇒ Généralisation aux satellites de la terre (naturels ou artificiels), le centre O de la terre étant à 1 foyer de l'ellipse.



2.) Vitesse de libération

Vitesse de libération v_l : Vitesse initiale minimale permettant à un satellite d'échapper à l'attraction de l'astre et de parvenir en un point infiniment éloigné ($r \rightarrow +\infty$).

Elle est telle que $E_m = 0$, ce qui correspond à une trajectoire parabolique. $v_l = \sqrt{\frac{2Gm_0}{r}}$ (à démontrer)

Système = (satellite $M(m)$ évoluant dans le champ de gravitation de l'astre de centre O et de masse m_0)

Référentiel galiléen lié à O , les axes pointant vers trois étoiles fixes.

Hypothèses: O supposé fixe ($m \ll m_0$). L'effet d'autres astres est négligé. (th. de Gauss)

On peut assimiler le champ gravitationnel d'un astre à symétrie sphérique à celui d'une masse placée en son centre.

Astre = tout corps céleste naturel (Soleil, terre, lune, ...)

Satellite soumis à $\vec{F}_{m_0 \rightarrow m} = -G \frac{m_0 m}{r^2} \vec{e}_r$

conservative, qui dérive d'une E_p

$$E_p(r) = -\frac{G m_0 m}{r}$$

$$(\vec{F} = -\frac{K}{r^2} \vec{e}_r \quad E_p = -\frac{K}{r})$$

$\vec{F}_{m_0 \rightarrow m}$ seule force qui W , conservative

⇒ conservation de E_m

$$E_m(t) = E_m(t=0)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} m v^2 - \frac{G m m_0}{r} = \frac{1}{2} m v_0^2 - \frac{G m m_0}{r_0}$$

Pour $r \rightarrow +\infty$ $\frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m v_0^2 - \frac{G m m_0}{r_0}$
pour que v existe

$$v_0^2 \geq \frac{2 G m_0}{r_0}$$

$$v_0 \geq \sqrt{\frac{2 G m_0}{r_0}}$$

$$v_0 \geq v_l, E_m = 0$$

traj parabolique

Si $v_0 > v_l, E_m > 0$

traj hyperbolique

Remarque : Effet de fronde gravitationnelle

Pour un satellite de la terre, on va utiliser une orbite passant à proximité d'une planète de façon à utiliser son champ attracteur pour modifier sa trajectoire et économiser de l'énergie.

par ex: passer près de la lune pour aller sur mars.

3.) Etude d'un mouvement circulaire

Hypothèses : Satellite en mouvement circulaire autour de O (m_0). On montre que :

Vitesse circulaire : $v_c = \sqrt{\frac{Gm_0}{r}}$ Période : $\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{Gm_0}$ Energie mécanique : $E_m = -\frac{Gm_0m}{2r} = \frac{E_p}{2} = -E_c$

Pour une orbite elliptique, on admet la généralisation de T et E_m en remplaçant r par a.

Syst [$\pi(m)$] Ref supp galiléen

centré sur O

Soumis à $\vec{F} = -G \frac{m m_0}{r^2} \vec{e}_r$

Hyp: Traj circulaire. O Fixe ($m_0 \gg m$)

LFD: $\vec{OM} = r \vec{e}_r$ (polaire)

$$\vec{v} = r \dot{\theta} \vec{e}_\theta = v \vec{e}_\theta$$

$$\vec{a} = r \ddot{\theta} \vec{e}_\theta - r \dot{\theta}^2 \vec{e}_r = \frac{dv}{dt} \vec{e}_\theta - \frac{v^2}{r} \vec{e}_r$$

$$\vec{F} = m \vec{a}$$

sur (\vec{e}_r): $G \frac{m m_0}{r^2} = \frac{v^2}{r}$

$$\Rightarrow r = \frac{G m_0 m}{v^2} \quad \text{ou} \quad v = \sqrt{\frac{G m_0}{r}}$$

sur (\vec{e}_θ): $\frac{dv}{dt} = 0 \Rightarrow v = \text{cste}$

donc $r = \text{cste}$

Période de révolution $T = \frac{2\pi r}{v}$

$$T = 2\pi r \sqrt{\frac{r}{G m_0}}$$

$$T^2 = \frac{4\pi^2 r^3}{G m_0} \Rightarrow \frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{G m_0} = \text{cste}$$

[Kmg: $\ddot{\theta} = 0 \Rightarrow \dot{\theta} = \text{cste}$

$$-r \dot{\theta}^2 = -\frac{G m_0}{r^2} \Rightarrow \dot{\theta} = \sqrt{\frac{G m_0}{r^3}}$$

$$v = r \dot{\theta} = \sqrt{\frac{G m_0}{r}}$$

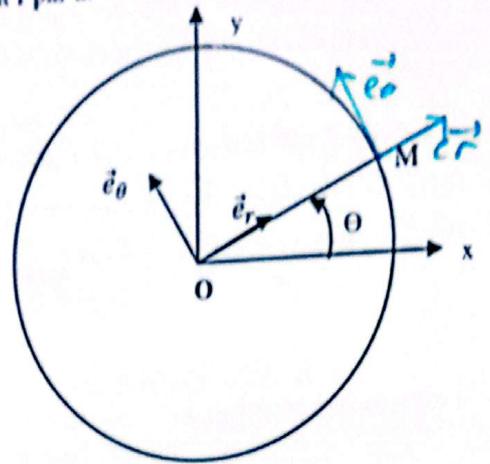
$$T = \frac{2\pi}{\dot{\theta}} = \frac{2\pi}{\dot{\theta}}$$

(1) E_c $E_c = \frac{1}{2} m v_c^2 = \frac{G m_0 m}{2r}$

' E_p $E_p = -\frac{G m_0 m}{r}$

E_m $E_m = \frac{G m_0 m}{2r} - \frac{G m_0 m}{r}$

$$= -\frac{G m_0 m}{2r} = \frac{E_p}{2} = -E_c$$



Kmg: Pour 1 trajectoire elliptique on admet la généralisation:

$$r \rightarrow a: \frac{T^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{G m_0} \quad \text{3}^{\text{e}} \text{ loi de Kepler}$$

$$E_m = -\frac{G m_0 m}{2a}$$

⚠ La vitesse n'est pas cste (2^e loi de Kepler)

4) Satellites terrestres

a) Généralités

Système = (satellite M(m) évoluant dans le champ de gravitation de la terre de centre O et de masse m_T)
 Référentiel géocentrique supposé galiléen, lié au centre de la terre O, les axes pointant vers trois étoiles fixes.

\vec{g} est le champ de pesanteur.

$g_0 = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$ est l'accélération de la pesanteur au voisinage du sol, à une latitude $\lambda = 45^\circ$.

L'accélération de la pesanteur au niveau du sol est donnée par $g_0 = \frac{GM_T}{R_T^2}$ Le rayon de la terre vaut $R_T = 6380 \text{ km}$.

Première vitesse cosmique : $v_{c1} = \sqrt{g_0 R_T}$ pour un satellite en orbite circulaire rasante. $v_{c1} \approx 8 \text{ km.s}^{-1}$

Deuxième vitesse cosmique : $v_{c2} = \sqrt{2g_0 R_T}$ pour un satellite lancé du sol. $v_{c2} \approx 11 \text{ km.s}^{-1}$

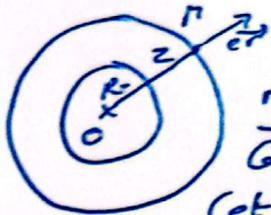
$$\rightarrow GM_T = g_0 R_T^2$$

$$g_0 = \frac{GM_T}{R_T^2}$$

Syst [M(m)] Ref géocentrique

Soumis à $\vec{F}_{M \rightarrow m} = -\frac{GM_T m}{r^2} \vec{e}_r$

$\vec{F}_{M \rightarrow m} = m \vec{G}$ où $\vec{G} = -\frac{GM_T}{r^2} \vec{e}_r$
 champ de gravitation terrestre



$$r = R_T + z$$

\vec{G} dépend de l'altitude (et un peu de la latitude).

En pratique: On compare \vec{G} avec le champ de pesanteur \vec{g}

(\vec{g} fait intervenir les forces d'inertie liées à la rotation de la terre).

$$\vec{g} \simeq \vec{G} = -\frac{GM_T}{r^2} \vec{e}_r \text{ où } r = R_T + z$$

Au niveau du sol $z=0 \Rightarrow r=R_T$

$$\Rightarrow \vec{g}_0 = -\frac{GM_T}{R_T^2} \vec{e}_r \Rightarrow \|\vec{g}_0\| = \frac{GM_T}{R_T^2}$$

$$\|\vec{g}_0\| = g_0 \Rightarrow g_0 R_T^2 = GM_T$$

En résumé Le poids se compare avec la force d'interaction gravitationnelle

$$\vec{P} = m \vec{g} \quad \vec{F}_{M \rightarrow m} = -\frac{GM_T m}{r^2} \vec{e}_r$$

À la surface de terre $r = R_T$

$$g = g_0$$

en norme: $M g_0 = \frac{GM_T M}{R_T^2}$

$$\Rightarrow GM_T = g_0 R_T^2$$

Vitesse circulaire

$$v_c = \sqrt{\frac{GM_T}{r}} = \sqrt{\frac{g_0 R_T^2}{r}}$$

Satellite en orbite rasante $r = R_T$

$$v_c = \sqrt{\frac{g_0 R_T^2}{R_T}}$$

$$v_{c1} = \sqrt{g_0 R_T} = 7,93 \cdot 10^3 \text{ m.s}^{-1} \approx 8 \text{ km.s}^{-1}$$

Première vitesse cosmique ($r = R_T$ v_{c1})

Vitesse de libération

$$v_{el} = \sqrt{\frac{2GM_T}{r}} = \sqrt{\frac{2g_0 R_T^2}{R_T}}$$

$$\Rightarrow v_{el} = \sqrt{2g_0 R_T} = v_{c2}$$

Deuxième vitesse cosmique

$$v_{c2} = 11,2 \cdot 10^3 \text{ m.s}^{-1} \approx 11 \text{ km.s}^{-1}$$

Vitesse initiale à donner au satellite qui était sur terre, pour qu'il parvienne à $r = \infty$

Rug: Ariane V (été 2023)

(Ariane VI été 2024)

2 min après décollage $v \approx 2,2 \text{ km.s}^{-1}$

10 min après décollage $v \approx 8 \text{ km.s}^{-1} \approx v_{max}$

Utiliser une base de lancement, proche de l'équateur, pour utiliser la vitesse additionnelle liée à la rotation de la terre (500 m.s^{-1}) \Rightarrow Kourou en Guyane (Lancement sur l'Est)

CB exo 1 TD