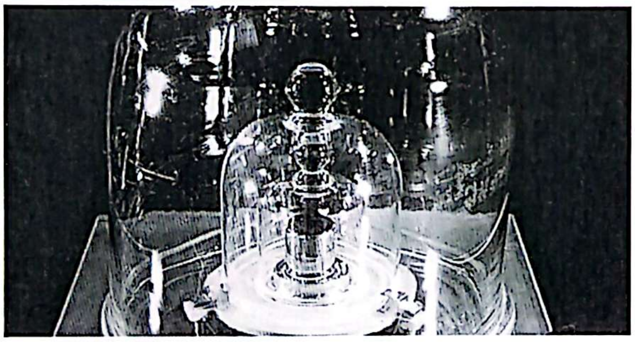
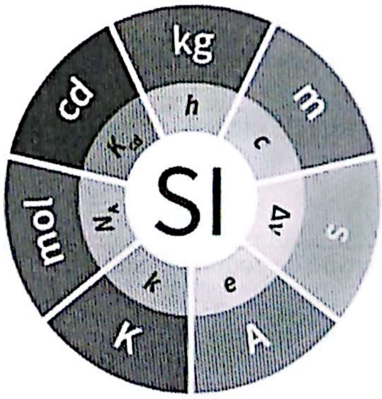
GM. Les grandeurs mesurables.

https://www.bipm.org/fr/measurement-units

Le Système international d'unités (reconnu au niveau international sous l'abréviation **SI**) est le système pratique d'unités de mesure recommandées. À compter du 20 mai 2019, toutes les unités du SI sont définies à partir de constantes de la nature, ce qui permet d'assurer la stabilité du SI dans le futur et ouvre la voie à l'utilisation de nouvelles technologies, y compris celles quantiques, pour mettre en pratique les définitions.



Ancien étalon du kilogramme



Les 7 unités du Système international

En novembre 2018, la Conférence générale des poids et mesure (CGPM) a voté la nouvelle définition de l'unité de masse. Non plus fondée sur un artefact matériel, elle est désormais définie à partir de la constante de Planck, constante de la mécanique quantique, h. En 2017, les scientifiques du LNE, du Cnam et de l'Observatoire de Paris, ainsi que d'autres laboratoires à travers le monde, ont mesuré cette constante fondamentale avec une précision sans précédent. Ils ont ouvert ainsi la voie à une définition désormais immatérielle du kilogramme.

https://www.lne.fr/fr/comprendre/systeme-international-unites/kilogramme

I Définitions.

XX

- Grandeur : Propriété d'un phénomène ou d'un corps pouvant être déterminée quantitativement par l'expérience.
- Unité d'une grandeur : grandeur finie, prise comme terme de comparaison avec des grandeurs de même espèce. La mesure résulte de la comparaison de la grandeur à l'unité.

Exemple : grandeur : la masse d'un cylindre
unité : le kilogramme
mesure x : masse $m = x \times 1$ kg

II Le système international d'unités.

XXXX

1.) Les unités fondamentales

Elles sont au nombre de 7 correspondants à 7 grandeurs de base, ou grandeurs fondamentales.
La dimension d'une grandeur donne sa nature. Elle est notée [grandeur].
Si la grandeur est un nombre, on dit que la grandeur est sans dimension ou de dimension 1.
On a alors [grandeur] = 1.

XXX X

Grandeur fondamentale	Unité S.I. : nom (symbole)	Dimension
Longueur ℓ	mètre (m)	$L = [\ell]$
Masse m	kilogramme (kg)	$M = [m]$
Temps	seconde (s)	T
Température (thermodynamique)	Kelvin (K)	Θ (non normalisé)
Quantité de matière	mole (mol)	N (non normalisé) $N = 1$
Intensité de courant électrique	Ampère (A)	I
Intensité lumineuse	Candela (Cd)	I_ϕ (non normalisé)

Ces unités sont définies de façon absolue à partir de considérations liées à l'univers.

Exemples :

- La seconde est la durée d'un certain nombre de périodes de la radiation correspondant à la transition entre deux niveaux de l'atome de Césium.
- Le mètre est égal à la distance parcourue par la lumière dans le vide pendant une durée de 1/c seconde.
- La quantité de matière d'un système représente un nombre d'entités élémentaires spécifiées. Sa valeur est définie en fixant la valeur numérique du nombre d'Avogadro $\mathcal{N}_A$ quand elle est exprimée en mol^{-1}.

7 Constantes fondamentales (pas à connaître)	Valeur approximatives
Vitesse de la lumière (vide) c	3.10^8 $m.s^{-1}$
Constante d'Avogadro $\mathcal{N}_A$	$6{,}022\ 10^{23}$ mol^{-1}
Charge élémentaire e	$1{,}6\ 10^{-19}$ C
Constante de Planck h	$6{,}63\ 10^{-34}$ J.s
Constante de Boltzmann k (ou k_B)	$1{,}38\ 10^{-23}$ $J.K^{-1}$
Fréquence de la transition hyperfine du césium $\Delta\nu_{Cs}$	9.10^9 Hz
Efficacité lumineuse d'un rayonnement monochromatique K_{cd}	683 $lm.W^{-1}$

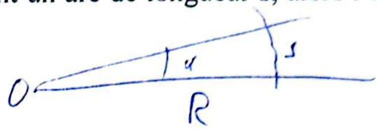
CamScanner

Autre constantes	Valeur
Constante de gravitation $\mathcal{G}$	$6{,}7\ 10^{-11}\ m^3.kg^{-1}.s^{-2}$
Constante molaire des gaz parfaits R	$8{,}314\ J.K^{-1}.mol^{-1}$

Deux unités supplémentaires sont utilisées pour les angles. Ce sont des unités sans dimension.

- angle plan entre deux demi-droites :

Sur un cercle de centre O, de rayon R, les demi-droites découpent un arc de longueur s, alors l'angle est défini par $\alpha = \frac{s}{R}$, indépendant de R.



- angle solide : hors programme en sup (angle dans l'espace).

Grandeur supplémentaire	Unité S.I.	Dimension
Angle plan	radian (rad)	sans
Angle solide	stéradian (sr)	sans

2.) Les unités dérivées

Elles sont définies à partir de relations entre les unités fondamentales.

- Vitesse $\boxed{v = \frac{d}{\tau}}$ → distance, → durée

formule donnant la définition de la vitesse.

Unité de la vitesse :

$$u_v = \frac{U_d}{U_\tau} = \frac{m}{s} = m \cdot s^{-1}$$

2e loi de Newton :

$F = ma$ $\quad U_F = U_m \cdot U_a$

$$\boxed{U_F = kg \cdot m \cdot s^{-2}}$$

- Accélérat° : $a = \frac{v}{\tau}$ → vitesse, → durée $\quad U_a = \frac{U_v}{U_\tau} = m \cdot s^{-2}$

Equation aux dimensions :

Relation symbolique donnant le lien entre une grandeur et les grandeurs fondamentales.

ex: dimension de F

$[F] = [ma] = [m][a]$

$[m] = M$ et $U_a = m \cdot s^{-2}$ $\quad [a] = L\,T^{-2}$

$[F] = M\,L\,T^{-2}$

CamScanner

Grandeur dérivée	Unité S.I.	Dimension
Surface $S = l^2$	m^2	L^2
Volume $V = S \times l$	m^3	L^3
Masse volumique $\mu = \frac{m}{V}$	$kg \cdot m^{-3}$	$M L^{-3}$
Vitesse $v = \frac{d}{t}$	$m \cdot s^{-1}$	$L T^{-1}$
Accélération $a = \frac{v}{t}$	$m \cdot s^{-2}$	$L T^{-2}$
Fréquence $f = \frac{1}{T}$	Hertz ($Hz = s^{-1}$)	T^{-1}
Vitesse angulaire $\omega = \frac{2\pi}{T}$ (pulsat°)	$rad \cdot s^{-1}$	$\alpha T^{-1} = T^{-1}$
Force $F = m.a$	Newton : $N = kg \cdot m \cdot s^{-2}$	$M L T^{-2}$
Travail, énergie $E_c = \frac{1}{2} m v^2$	Joule $J = kg \cdot m^2 \cdot s^{-2}$	$M L^2 T^{-2}$
Puissance $P = \frac{E}{t}$	Watt $W = kg \cdot m^2 \cdot s^{-3}$ $= J \cdot s^{-1}$	$M L^2 \cdot T^{-3}$
Moment d'une force $M = F \times d$	$kg \cdot m^2 \cdot s^{-2}$ $= N \cdot m \, (= J)$	$M L^2 T^{-2}$
Pression $p = \frac{F}{S}$	Pascal : $Pa = kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-2}$	$M \cdot L^{-1} T^{-2}$
Quantité d'électricité $Q = I \times t$	$A \cdot s = C$ (Coulomb)	$I \cdot T$
Potentiel électrique (ou tension) $U = \frac{P}{I}$	Volt $V = W \cdot A^{-1}$ $= kg \cdot m^2 \cdot A^{-1} \cdot s^{-3}$	$= P \cdot Q^{-1}$ ou $= M L^2 T^{-2} I^{-1} =$
Résistance électrique $U = R \times I$, $R = \frac{U}{I}$	Ohm $\Omega = \frac{V}{A} = \frac{W \cdot A^{-1}}{A}$ $= W \cdot A^{-2}$ $= kg \cdot m^2 \cdot A^{-2} \cdot s^{-3}$	$M L^2 T^{-2} I^{-2}$

(Farad) F $A^2 \cdot s^4 \cdot kg^{-1} m^{-2}$

Capacité électrique $C = \frac{Q}{U} = \frac{I \times 2}{R \cdot I}$	(Farad) $F = A^2 \cdot s^4 \cdot kg^{-1} m^{-2}$	! $I^2 T^4 M^{-1} L^{-2}$
Champ magnétique $B = \frac{f}{qV}$	$kg \cdot A^{-1} \cdot s^{-2}$ $= T$ (Tesla)	$M \cdot I^{-1} \cdot T^{-2}$

Un système d'unités est défini par le choix :

- d'unités fondamentales.
- de relations de définitions des unités dérivées

3.) Multiples et sous-multiples

Ils sont utilisés afin de s'adapter aux grandeurs. On peut s'en passer en utilisant la notation scientifique

Multiples			Sous-multiples		
10^{12}	téra	T	10^{-1}	deci	d
10^{9}	giga	G	10^{-2}	centi	c
10^{6}	méga	M	10^{-3}	milli	m
10^{3}	kilo	k	10^{-6}	micro	μ
10^{2}	hecto	h	10^{-9}	nano	n
10^{1}	déca	da	10^{-12}	pico	p

4.) Unités particulières

Unités ni multiples ni sous-multiples des unités du système international.

ex : litre $1 L = 1 dm^3$

atmosphère $1 atm = 101\,325 Pa$
$\simeq 10^5 Pa$

III Applications

1.) Recherche de l'unité d'une grandeur

ex: Loi de Coulomb

force d'interaction entre deux charges fixes

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{|q_1||q_2|}{r^2}$$

Unité de ε_0 :

U_{ε_0} .

$$\Leftrightarrow \varepsilon_0 = \frac{1}{4\pi F} \cdot \frac{|q_1||q_2|}{r^2}$$

$$U_{\varepsilon_0} = \frac{(U_q)^2}{U_F \times (U_r)^2}$$

intensité $I = \frac{dq}{dt} \Leftrightarrow U_q = U_I \times U_t = A \cdot s$

force $F = ma \Rightarrow U_F = kg \cdot m \cdot s^{-2}$

$$U_{\varepsilon_0} = \frac{(A \cdot s)^2}{kg \cdot m \cdot s^{-2} \times m^2} = \underbrace{A^2 \cdot s^4 \cdot kg^{-1} \cdot m^{-3}}_{\text{en fct des unités fondamentales.}}$$

dimension de ε_0 : $[\varepsilon_0] = I^2 T^4 M^{-1} L^{-3}$

CamScanner

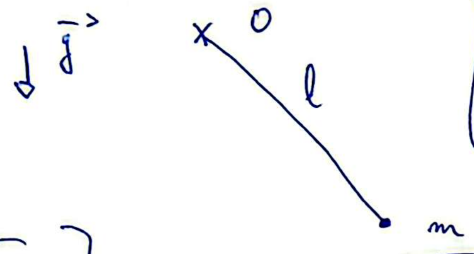
2.) Vérification de l'homogénéité d'une relation

Définition : Une relation traduisant une loi physique est homogène quand les deux membres de la relation possèdent la même unité ou ont la même dimension.

Propriétés : - Une relation est fausse si elle n'est pas homogène, mais une relation homogène n'est pas forcément juste.

- Pour une somme $z = x + y$, les trois termes doivent être homogènes. Si x et y ne sont pas homogènes, la relation est fausse.

exemple :



période des oscillations

$$\boxed{T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}}$$

$$\left[2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}\right] = [2\pi] \times \sqrt{\frac{[l]}{[g]}} \qquad [2\pi] = 1$$

$P = m \cdot g$

$F = m \cdot a$

$\Rightarrow [P] = [F]$, $[g] = [a]$

$$\sqrt{\frac{[l]}{[g]}} = \sqrt{\frac{[l]}{[a]}} = \sqrt{\frac{L}{LT^{-2}}} = \sqrt{T^2} = T$$

Donc la relation est homogène.

3.) Nombre de chiffres significatifs

Définition : On appelle chiffres significatifs tous les chiffres dont on est sûr, et le premier chiffre incertain (se mettre en notation scientifique).

ex : $371,1 = \overbrace{3,71}^{\text{sur}}\overset{\text{incertain}}{1} \times 10^2$ Donc est comprise entre $3,710 \cdot 10^2$ et $3,712 \cdot 10^2$

$\boxed{\text{4 chiffres significatifs}}$

Propriétés :

1. Après addition ou soustraction, le résultat ne doit pas avoir plus de décimales que le nombre qui en comporte le moins.

   Exemple : $\underset{\text{1 dec.}}{220,2} + \underset{\text{2 dec}}{1,11} = 221,31 \simeq 221,3$

2. Après multiplication ou division, le résultat ne doit pas avoir plus de chiffres significatifs que la valeur la moins précise.

   Exemple : $36,54 \times 58,4 = 2,1339 \times 10^3$
   $\simeq 2,13 \cdot 10^3$

3. Un nombre entier naturel est considéré comme possédant un nombre illimité de chiffres significatifs.

Remarque :

Lorsqu'un calcul nécessite une suite d'opérations, elles sont faites en utilisant les données avec tous leurs chiffres significatifs.

La détermination du nombre de chiffres significatifs du résultat final s'effectue à la fin de toutes les opérations.

CamScanner