

PROGRAMMES 3 et 4.

PROGRAMME 3 : du 29/09 au 03/10

Reprise dans le chapitre 1

Fonctions puissances, bijectivité, théorème de la bijection. Racines $n^{\text{èmes}}$. Méthodes pour prouver des inégalités. Inégalités classiques sur exp, ln et sin ($\forall x \in \mathbb{R}, |\sin x| \leq |x|$).

Reprise de la trigonométrie

Rappel : Les formules d'addition pour cos, sin, tan sont à connaître par cœur. Les cas particuliers : $\sin(2x)$ et $\tan(2x)$ sont aussi à connaître par cœur.

Pour éviter les erreurs, les différentes formules à partir de $\cos(2x)$ sont à retrouver très rapidement (à partir de $\cos(x+x) = \dots$).

Les formules transformant produit en sommes ou sommes en produits sont à savoir retrouver.

Raisonnement et calculs

- ★ Rudiments de logique : Assertions. Opérations (négation, conjonction, disjonction, implication, équivalence). Condition nécessaire, suffisante. Quantificateurs.
- ★ Modes de raisonnement : raisonnement par contraposition, par l'absurde, par équivalence, par analyse-synthèse, par récurrence (simple, double, forte).

Un énoncé au choix à demander

Lorsque l'on énonce un résultat, bien définir tout ce dont on a besoin.

- | | |
|--|--|
| ☐ Définition de la bijectivité d'une application | ☐ En s'aidant du cercle trigo, donner $\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$, $\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$, $\cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$, $\sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$ |
| ☐ Définition de x^α et propriétés classiques | ☐ Définition de l'implication, négation d'une implication |
| ☐ Croissances comparées (formes générales avec des puissances α et β) | ☐ Principe du raisonnement par contraposée |
| ☐ Inégalités classiques sur exp, ln, sin | ☐ Principe de récurrence (à un terme, à deux termes, forte) |
| ☐ 3 formules trigo (parmi celles à apprendre par cœur) | |

Démonstrations

- ☐ Pour tout réel x strictement positif, $\ln x \leq x - 1$.
- ☐ $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$.
- ☐ Toute fonction de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ se décompose de manière unique comme somme d'une fonction paire et d'une fonction impaire.

PROGRAMME 4 : du 06/10 au 10/10

Reprise du début raisonnement et calculs et fin du chapitre

- ★ Factorielle. Coefficients binomiaux. Notation $\binom{n}{p}$. Relation $\binom{n}{p} = \binom{n}{n-p}$.
Formule du triangle de Pascal.
- ★ Somme d'une famille finie de nombres réels. Notation $\sum_{i=1}^n a_i$.
Sommes télescopiques, exemples de changements d'indices.
Calcul de $\sum_{k=0}^n k$, $\sum_{k=0}^n k^2$, $\sum_{k=0}^n k^3$, $\sum_{k=0}^n q^k$, $\sum_{k=p}^n q^k$ où $q \in \mathbb{R}$.
Factorisation de $a^n - b^n$ pour $n \in \mathbb{N}^*$ et a, b réels.
Formule du binôme de Newton dans $\mathbb{R}$.
Produits télescopiques. Produit de deux sommes finies.
- ★ Sommes doubles. Sommes triangulaires.
- ★ Produit d'une famille finie de nombres complexes. Notation $\prod_{i=1}^n a_i$.
Produits télescopiques. Produit de deux sommes finies.

Un énoncé au choix à demander

Lorsque l'on énonce un résultat, bien définir tout ce dont on a besoin.

- | | |
|---|--|
| ☐ Définition de l'implication, négation d'une implication | ☐ $\sum_{k=0}^n q^k$ où $n \in \mathbb{N}, q \in \mathbb{R}$ et |
| ☐ Principe du raisonnement par contraposée | $\sum_{k=p}^n q^k$ pour $0 \leq p \leq n$ |
| ☐ Principe de récurrence (à un terme, à deux termes, forte) | ☐ Factorisation de $a^n - b^n, a^3 - b^3, a^3 + b^3$ |
| ☐ Définition de $\binom{n}{p}$ et formule du triangle de Pascal | ☐ Formule du binôme de Newton |
| ☐ Sommes usuelles : $\sum_{k=0}^n k, \sum_{k=0}^n k^2, \sum_{k=0}^n k^3$ où $n \in \mathbb{N}$ | ☐ Écrire de deux manières $\sum_{1 \leq i \leq j \leq n} a_{i,j}$ |

Démonstrations

- ☐ Toute fonction de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ se décompose de manière unique comme somme d'une fonction paire et d'une fonction impaire.
- ☐ Exercice fait en TD : Retrouver $\sum_{k=1}^n k^2$ sans récurrence.
- ☐ Formule du binôme de Newton.