

Résumé de cours SE2. Circuits du premier ordre en régime transitoire

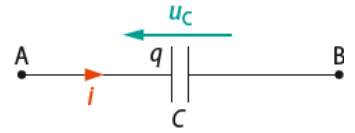
Condensateur idéal.

En convention récepteur, la tension et l'intensité sont liés par la loi :

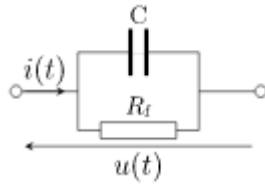
$$i = C \frac{du_C}{dt} \text{ où } C \text{ est la capacité du condensateur. } u_C = \frac{q}{C}$$

L'énergie du condensateur idéal $\mathcal{E}_C = \frac{1}{2} C u_C^2$ est une fonction continue du temps, donc u_C aussi.

En régime continu, il équivaut à un interrupteur ouvert.



Condensateur réel :



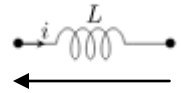
Les condensateurs parfaits s'associent comme des conductances

Bobine idéale.

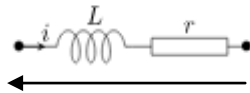
En convention récepteur, la tension et l'intensité sont liés par la loi : $u_L = L \frac{di}{dt}$ où L est

l'inductance propre de la bobine. L'énergie de la bobine $\mathcal{E}_L = \frac{1}{2} L i^2$ est une fonction continue du temps, donc i aussi.

En régime continu, elle équivaut à un fil.



Bobine réelle :



Les bobines idéales s'associent comme des résistances

Méthode :

1. Ecrire une équation de maille, qui permette de trouver une équation différentielle sur la grandeur qui nous intéresse (u_C pour C , i pour L).
2. Résolution de l'équation : solution complète = solution libre + solution forcée.
3. Détermination des constantes, en utilisant la continuité du courant dans une bobine et de la tension aux bornes d'un condensateur.

Attention, les autres grandeurs ne sont pas forcément continues.

Valeurs dans le circuit à $t = 0^+$: On calcule les valeurs à $t = 0^-$ (schéma équivalent du circuit en régime continu), puis on regarde quelles sont les grandeurs qui sont des fonctions continues du temps.

Valeurs dans le circuit à $t \infty$: On utilise un schéma équivalent du circuit en régime continu.

Bilan de puissance : Equation de maille que l'on multiplie par i .

Bilan sur les énergies : On intègre entre 0 et t .

I Circuit RC série :

1) Régime libre : On ferme K , C étant initialement chargé avec une tension U_0 .

$$\frac{du_C}{dt} + \frac{u_C}{RC} = 0 \quad u_C(t) = A e^{-\frac{t}{RC}} \text{ où } A \text{ est une constante déterminée}$$

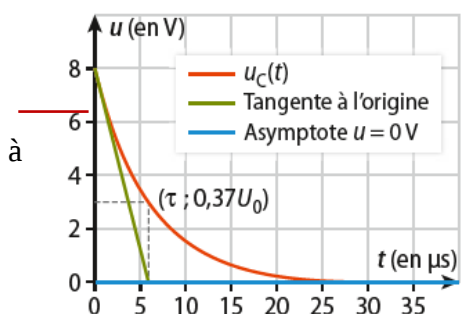
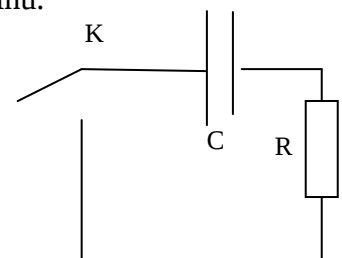
par la continuité de u_C .

Constante de temps $\tau = RC$

Remarque : L'équation de la tangente au point d'abscisse a est obtenue à

$$\text{par partir de : } f'(a) = \frac{y-f(a)}{x-a}$$

Permet de trouver l'équation de la tangente à l'origine.

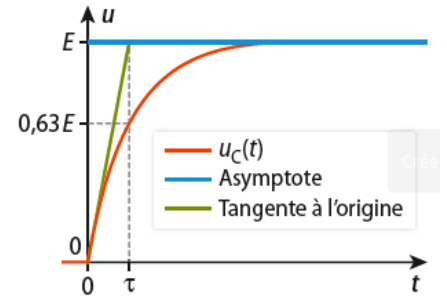
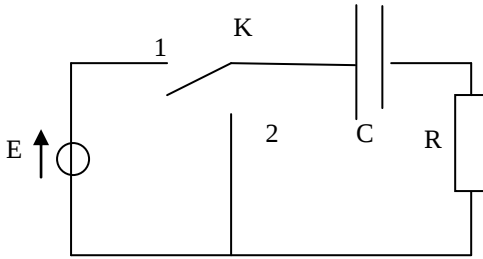


2) Réponse à un échelon de tension : K passe de la position 2 à 1.

$$\frac{du_C}{dt} + \frac{u_C}{RC} = \frac{E}{RC} \quad u_C(t) = u_{C\ell}(t) + u_{Cf} = Ae^{-\frac{t}{RC}} + E.$$

$u_{C\ell}(t)$ est la solution libre (ou solution homogène).

u_{Cf} est la solution forcée (ou solution particulière).

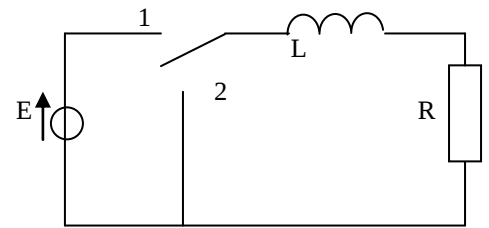


II Circuit RL série :

1) Régime libre : K passe de 1 à 2.

$$\frac{di}{dt} + \frac{R}{L}i = 0 \quad i(t) = Ae^{-\frac{R}{L}t}$$

Constante de temps $\tau = \frac{L}{R}$



2) Réponse à un échelon de tension : K passe de 2 à 1.

$$\frac{di}{dt} + \frac{R}{L}i = \frac{E}{L} \quad i(t) = Ae^{-\frac{R}{L}t} + \frac{E}{R}$$

III Méthode d'Euler : Résolution de l'équation différentielle portant sur la tension aux bornes du condensateur dans un circuit RC, lors de la charge du condensateur :

$$\frac{du}{dt} + \frac{u}{RC} = \frac{E}{RC}, \text{ on a, avec } \tau = RC, \quad \frac{du}{dt} + \frac{u}{\tau} = \frac{E}{\tau}, \text{ soit } \frac{du}{dt} = \frac{E-u}{\tau} \quad (1)$$

$$\text{Or } \frac{du}{dt} = \frac{u_{k+1} - u_k}{h} \quad \text{donc} \quad u_{k+1} = u_k + h * \frac{du}{dt} \quad (2)$$

$$\text{En combinant (1) et (2) :} \quad u_{k+1} = u_k + h * \frac{E - u_k}{\tau}$$