

DS 2 : Électrocinétique, oscillations et chimie - Samedi 15 novembre

PTSI La Martinière Monplaisir

Durée : 4 heures

⇒ Les calculatrices sont interdites ⇐

Veiller à la clarté de la rédaction et à l'homogénéité des équations. Présenter les résultats sous forme littérale avant de faire les applications numériques. Mettre en évidence (encadrer, souligner...) les résultats. La qualité de la rédaction sera prise en compte dans la notation.

Le barème est donné à titre indicatif et pourra être légèrement ajusté au moment de la correction. Les différentes parties sont indépendantes et peuvent être abordées dans l'ordre de votre choix.

I Viseur à frontale fixe

On étudie un viseur à frontale fixe (figure I.1) constitué par :

- un objectif $\mathcal{L}_2$ de centre O_2 , de distance focale $f'_2 = 50 \text{ mm}$;
- un réticule gradué R_{oc} ;
- un oculaire modélisé par une lentille convergente $\mathcal{L}_1$ de centre O_1 et de distance focale $f'_1 = 50 \text{ mm}$.

On règle la lunette afin d'avoir, pour l'objectif, un grandissement transversal $\gamma_{ob} = \left(\frac{A'B'}{AB} \right) = -2$.

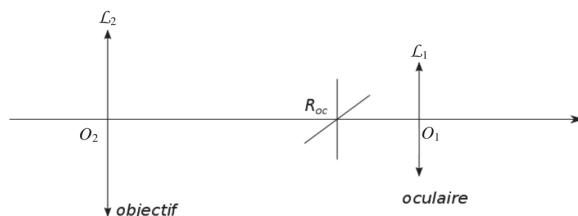


FIGURE I.1 – Schéma d'un viseur à frontale fixe.

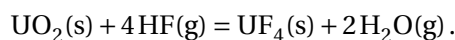
1. Comment doit-on régler l'oculaire par rapport au réticule pour qu'un œil normal placé derrière l'oculaire voit l'image du réticule sans avoir à accommoder ?
2. Préciser la position $\overline{F_2 A}$ de l'objet visé par rapport à l'objectif en fonction de γ_{ob} et de f'_2 . Faire l'application numérique.
3. Déterminer l'encombrement $\overline{O_2 O_1}$ de la lunette en fonction de f'_1 , γ_{ob} et f'_2 . Effectuer l'application numérique.
4. Valider vos résultats par le tracé de l'image d'un objet AB de taille 2cm, sur une construction effectuée sur votre copie à l'échelle 1/2.
5. Citer une application à ce type de viseur.

II Bilan de matière - Cinétique chimique

Données Les gaz sont assimilés à des gaz parfaits (constante des gaz parfaits : $R = 8,3 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$).
 $1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa}$.

II.1 Étude thermodynamique de l'obtention de tétrafluorouranium

Une des étapes de transformation de l'uranium est l'obtention d'un composé fluoré à partir d'uranite. Cette réaction peut se traduire par le bilan suivant :



À l'état initial, on place dans le réacteur initialement vide à 500 °C, HF(g) et UO₂(s) (celui-ci étant introduit en excès par rapport à HF(g)).

La constante d'équilibre vaut environ $5 \cdot 10^2$ à 500°C. On appelle α le rapport entre la quantité de matière de HF(g) qui a réagi et la quantité de matière initiale de HF notée n_0 .

1. Ecrire le tableau d'avancement associé à la réaction et exprimer α en fonction de l'avancement ξ et n_0 .

2. Exprimer le quotient de réaction en fonction des activités, puis des pressions partielles.

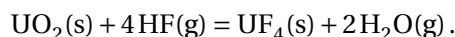
3. Montrer la relation suivante entre la constante d'équilibre K° , la valeur de α à l'équilibre α_{eq} et la pression totale P_T dans l'enceinte :

$$K^\circ = \frac{(\alpha_{eq}(2 - \alpha_{eq}))^2}{16(1 - \alpha_{eq})^4} \cdot \left(\frac{P^\circ}{P_T}\right)^2.$$

4. Écrire en python une fonction Dichotomie d'arguments les bornes de l'intervalle sur lequel on recherche le zéro, ainsi que la précision sur le zéro, et qui retourne la valeur du zéro et le nombre d'itérations nécessaire à son obtention. On supposera que la fonction a déjà été définie avant dans le script et on donnera son expression.

II.2 Étude cinétique de l'obtention du tétrafluorouranium

On étudie dans cette partie l'aspect cinétique de la réaction de formation de UF₄ dont on rappelle l'équation :



On cherche à connaître l'ordre partiel associé à HF. Pour cela, l'uranite UO₂ est introduit en large excès dans un réacteur de volume fixé $V = 1\text{ L}$ où la température vaut 350 °C et la pression est constante et maintenue à 1 bar. Dans ces conditions, la réaction est considérée comme totale.

La vitesse volumique initiale de la réaction ν_0 est mesurée en fonction de la fraction molaire initiale en HF dans la phase gazeuse $x_{\text{HF},g}$ (on considérera que l'on peut assimiler vitesse et vitesse initiale). On obtient l'allure donnée figure II.1.

5. Montrer que la concentration en fluorure d'hydrogène dans la phase gazeuse [HF] est proportionnelle à la fraction molaire en fluorure d'hydrogène dans la phase gazeuse dans les conditions de l'expérience.

6. À partir du graphique II.1, déterminer l'ordre partiel associé à HF(g) et calculer la constante de vitesse apparente k . Indiquer son unité. On ne donnera qu'un seul chiffre sur le résultat.

7. Donner la loi d'Arrhenius.

8. Sachant que la constante de vitesse prend la valeur k_2 pour une autre température T_2 , exprimer l'énergie d'activation en fonction de k , T , k_2 et T_2 .

III Électricité en régime transitoire

III.1 Charge d'un condensateur

Soit le montage de la figure III.1, dans lequel un résistor de résistance R et un condensateur de capacité C sont associés en série. Ce circuit « R, C » peut être relié à un générateur de tension constante, de f.é.m. (force électromotrice) E , selon les modalités suivantes :

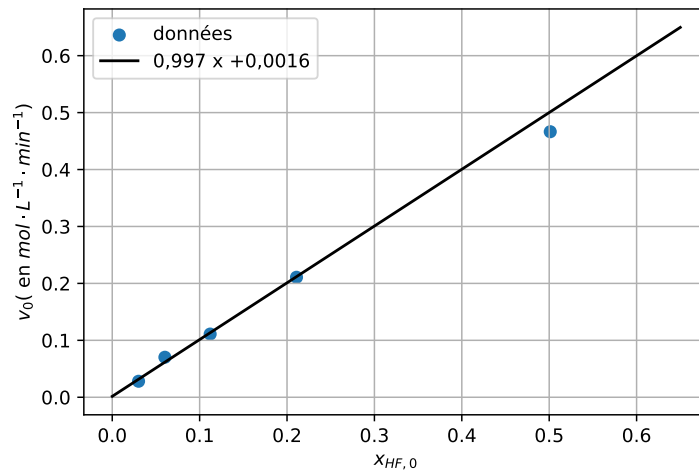


FIGURE II.1 – Vitesse initiale en fonction de la fraction molaire en HF(g) initiale.

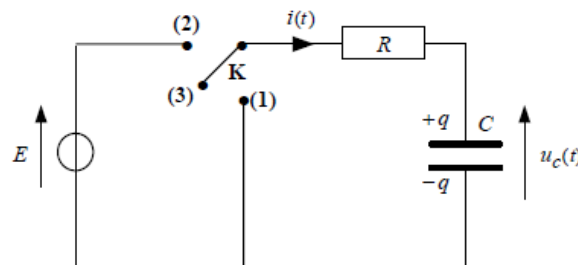


FIGURE III.1 – Circuit RC.

- $t < 0$: interrupteur K en position (1) depuis très longtemps ; • $t > 0$: interrupteur en position (2).

1. Établir, pour $t > 0$, l'équation différentielle vérifiée par $u_c(t)$.
2. Rappeler l'expression, en fonction des données de l'énoncé, de la constante de temps τ du circuit.
3. Déterminer la fonction $u_c(t)$ au cours de la charge du condensateur.
4. Tracer l'allure de la courbe représentative de cette fonction $u_c(t)$.
5. Ecrire en python une fonction `Euler` qui permette de résoudre l'équation différentielle de la question 1. Cette fonction aura pour arguments la durée h entre deux points consécutifs, ainsi que le nombre N de points utilisés et retournera la liste des temps `les_t` et la liste des tensions `les_u`.

III.2 Décharge du condensateur à travers une bobine idéale

Au bout d'un temps très long en position (2) (cf paragraphe précédent), donc en régime permanent (ou établi), l'interrupteur K est déplacé en position (3).

Le second interrupteur K', initialement en position (1'), est alors basculé en position (2') à un instant pris comme nouvelle origine des temps $t = 0$: le condensateur est donc relié à une bobine supposée idéale d'inductance pure L (figure III.2).

Les données de l'énoncé sont L , C et E .

6. Exprimer, en fonction de certaines données de l'énoncé, la charge initiale q_0 du condensateur juste avant de la fermeture de l'interrupteur K'.
7. Établir l'équation différentielle vérifiée par la tension $u_c(t)$ aux bornes du condensateur une fois K' fermé.
8. Rappeler l'expression, en fonction des données de l'énoncé, de la pulsation propre ω_0 du circuit.

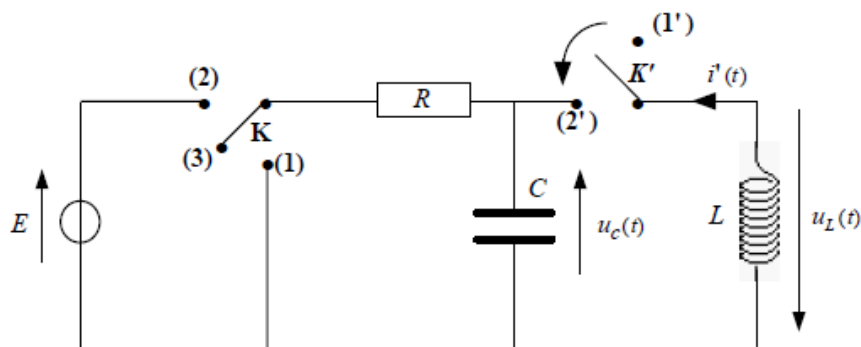


FIGURE III.2 – Circuit RLC.

9. Déterminer l'expression de la tension $u_c(t)$, formule dans laquelle les constantes d'intégration qui apparaissent seront toutes exprimées en fonction des données de l'énoncé.

10. Déterminer les énergies emmagasinées par le condensateur et la bobine à l'instant t . Que peut-on dire sur leur somme ? Le démontrer.

III.3 Oscillations réelles

En réalité, la courbe représentative de la tension $u_c(t)$ est donnée par la figure III.3. L'amortissement constaté est dû à la présence d'une résistance dans la maille « L, C » : la bobine qui était supposée idéale possède en fait une résistance r .

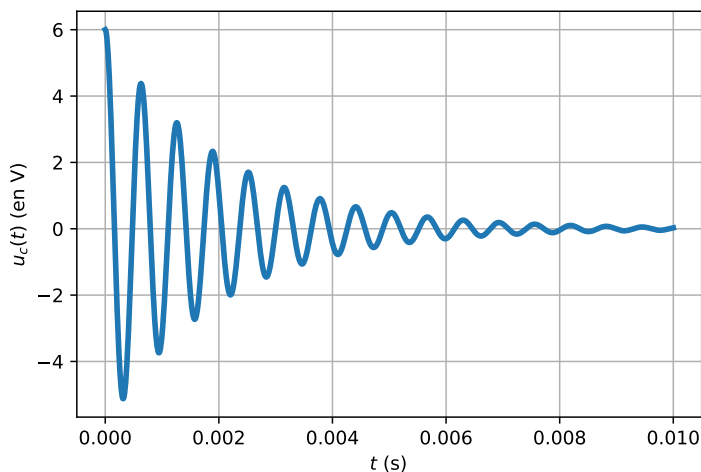


FIGURE III.3 – Évolution de $u_c(t)$.

Les données de l'énoncé sont r , L , C et E .

11. Quel est le nom du régime dans lequel évolue $u_c(t)$?

12. Quel appareil pourrait permettre de visualiser et d'étudier la tension $u_c(t)$? Indiquer les branchements à réaliser sur un schéma du circuit réalisé sur votre copie.

13. Établir la nouvelle équation différentielle vérifiée par la tension $u_c(t)$. La mettre sous forme canonique en faisant apparaître les paramètres Q (facteur de qualité) et ω_0 (pulsation propre) :

$$\ddot{u}_c + \frac{\omega_0}{Q} \dot{u}_c + \omega_0^2 u_c = 0$$

Exprimer ω_0 et Q en fonction des données de l'énoncé.

14. Déterminer l'expression de la tension $u_c(t)$, formule dans laquelle les constantes d'intégration qui apparaissent seront toutes exprimées en fonction des données de l'énoncé.
15. Donner une valeur approximative du facteur de qualité à partir du graphe de la figure III.3. Quelle est sa signification physique ?
16. Donner l'expression de l'énergie $\mathcal{E}$ stockée dans la bobine et le condensateur à un instant t , en utilisant les formes les plus générales des solutions. Déterminer alors $\frac{\mathcal{E}(t) - \mathcal{E}(t+T)}{\mathcal{E}(t)}$ qui représente la variation relative d'énergie par pseudo période T . Que devient son expression dans le cas où $Q \gg 1$?
17. Quelle aurait été l'allure de la courbe représentative de la fonction $u_c(t)$ avec une résistance r très élevée ? Quel est le nom de ce régime ?

IV Détecteur de pas

On s'intéresse à un détecteur de pas capacitif, dont on modélise le comportement mécanique par un ressort vertical de raideur k et de longueur à vide ℓ_0 dont une des extrémités est fixée au sol. À l'autre extrémité du ressort se trouve une masse m qui modélise le plateau du détecteur.

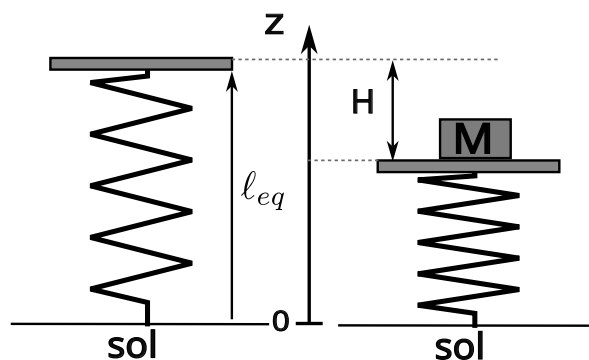


FIGURE IV.1 – À gauche : Schéma de principe du détecteur à l'équilibre. À droite : Lorsqu'une personne marche sur le détecteur, celui s'enfonce d'une profondeur H .

1. Déterminer la longueur à l'équilibre ℓ_{eq} du ressort.
- Lorsqu'une personne de masse M marche sur le détecteur, celui-ci s'enfonce d'une profondeur H par rapport à la longueur à l'équilibre.
2. Déterminer la nouvelle longueur à l'équilibre ℓ'_{eq} en présence de la masse M . Relier H à M .
3. Une fois que la personne a retiré son pied du détecteur, celui-ci se met en mouvement. En supposant que ce mouvement s'opère en l'absence de frottements, déterminer l'équation différentielle à laquelle obéit l'altitude $z(t)$ de la masse m . On fera apparaître une pulsation caractéristique ω_0 .
4. En déduire alors la trajectoire $z(t)$ de la masse m après que la personne a retiré son pied du détecteur. On supposera que celle-ci retire son pied suffisamment vite pour que la vitesse initiale puisse être prise nulle.
5. Exprimer l'énergie mécanique de la masse m en fonction de H , ℓ_{eq} et des données du problème. Cette question est indépendante de la suite du problème.

Le signal produit par le détecteur est une tension électrique qui s'écrit $U = \gamma \langle E_c(t) \rangle$, avec

$$\langle E_c(t) \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T E_c(t) dt$$

la valeur moyenne de l'énergie cinétique E_c sur une période $T = \frac{2\pi}{\omega_0}$.

6. Quelle est l'unité de γ dans le système international ?
7. Calculer le signal produit par le déplacement de la masse déterminé plus haut.

8. Le retour à l'équilibre de la masse m est garanti par l'existence de frottements, qu'on écrit sous la forme $\vec{f} = -\alpha \vec{v}$. Quelle doit-être la valeur minimale de α pour que $z(t)$ ait une allure similaire à celle représentée dans la figure IV.2 ci-dessous ?

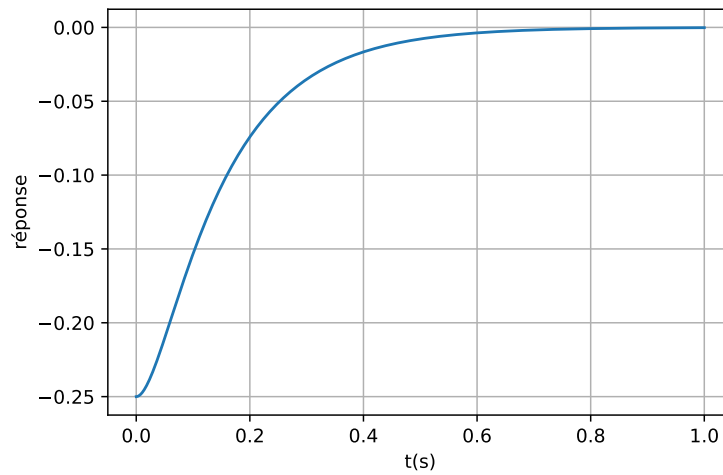


FIGURE IV.2 – Allure du mouvement de la masse m en présence de frottements.