

I Etude d'un filtre	1
1.) Grandeurs caractéristiques d'un signal sinusoïdal	1
2.) Diagramme de Bode du quadripôle	2
II Etude détaillée de filtres du premier ordre	3
1) Circuit RC série sortie sur C	3
2) Circuit RC série sortie sur R	5
III Etude détaillée de filtres du second ordre	7
1) Circuit RLC série sortie sur C	7
2) Circuit RLC série sortie sur R	9

Filtre : opérateur qui permet de sélectionner des signaux utiles, selon leurs fréquences.

Linéaire : ne contient que des dipôles linéaires. La grandeur de sortie a alors la même fréquence que la grandeur d'entrée.



I Etude d'un filtre

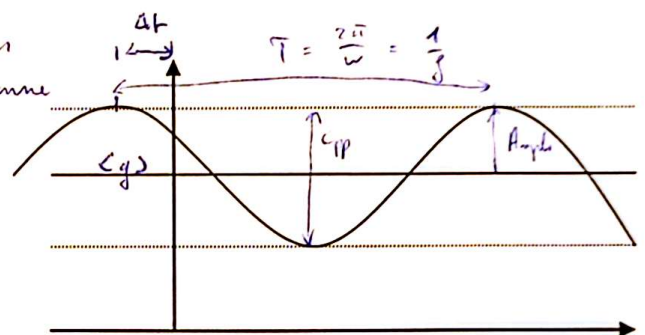
1.) Grandeurs caractéristiques d'un signal sinusoïdal

Grandeur sinusoïdale : $g(t) = G_m \cos(\omega t + \phi) + \langle g \rangle$

où la valeur moyenne de g est $\langle g \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T g(t) dt$

$\phi = \omega \Delta t$ avance de phase

$\langle g \rangle = \text{ajust}$



Pour toute la suite du cours, on prendra $\langle g \rangle = 0$ d'où $g(t) = G_m \cos(\omega t + \phi)$

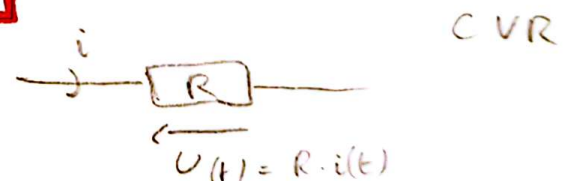
Valeur efficace (ou valeur RMS): valeur du signal continu qui, traversant le même conducteur ohmique, provoque les mêmes pertes Joule moyennes.

$$I_{eff} = \sqrt{\langle i^2(t) \rangle} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2(t) dt}$$

$$U_{eff} = \sqrt{\langle u^2(t) \rangle} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u^2(t) dt}$$

Démo : Conducteur ohmique, en régime continu

Loi d'ohm : $U = R \cdot I$ Puissance reçue : $P = U \cdot I = \frac{U^2}{R} = R \cdot I^2$



Conducteur ohmique, en régime périodique : Loi d'Ohm

Puissance instantanée reçue : $p(t) = u(t) \cdot i(t)$ $u(t) = R \cdot i(t)$ C.V.R.
 $= \frac{u^2(t)}{R} = R \cdot i^2(t)$

Puissance moyenne :

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^T R \cdot i^2(t) dt = \frac{R}{T} \int_0^T i^2(t) dt = R \cdot I_{eff}^2$$

$$P = R \cdot I_{eff}^2$$

$$\text{car } I_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2(t) dt}$$

de même

$$P = \frac{1}{R} \times U_{eff}^2$$

Signal sinusoïdal : $i(t) = I_m \cos(\omega t + \phi_i)$

$u(t) = U_m \cos(\omega t + \phi_u)$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{1}{f} \quad I_{eff} = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$$

$$U_{eff} = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$$

2. démo:

$$i(t) = I_m \cos(\omega t + \varphi_i)$$

$$I_{eff}^2 = \frac{1}{T} \int_0^T i(t)^2 dt$$

$$= \frac{1}{T} \int_0^T I_m^2 \cos^2(\omega t + \varphi_i) dt$$

$$= \frac{I_m^2}{T} \int_0^T \cos^2(\omega t + \varphi_i) dt$$

Or $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$
 $= 2\cos^2 \alpha - 1$
 $\Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{\cos 2\alpha + 1}{2}$

Dans $I_{eff}^2 = \frac{I_m^2}{T} \int_0^T \frac{1 + \cos(2\omega t + 2\varphi_i)}{2} dt$

$$= \frac{I_m^2}{2T} \left[t + \frac{1}{2\omega} \sin(2\omega t + 2\varphi_i) \right]_0^T$$

$$= \frac{I_m^2}{2T} \left(T + \frac{1}{2\omega} \sin(2\omega T + 2\varphi_i) - \frac{1}{2\omega} \sin(2\varphi_i) \right)$$

$$= \frac{I_m^2}{2T} \left(T + \frac{T}{\pi} \sin(4\pi + 2\varphi_i) - \frac{T}{\pi} \sin(2\varphi_i) \right)$$

$$= \frac{I_m^2}{2T} (T) = \frac{I_m^2}{2}$$

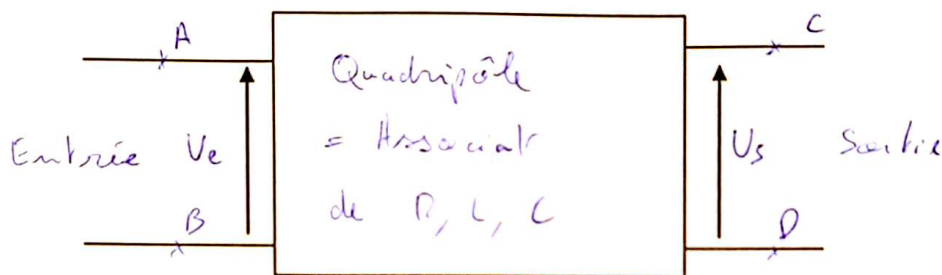
Dans $I_{eff} = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$

$\omega = \frac{2\pi}{T}$

2.) Diagramme de Bode du quadripôle

Quadripôle : relié à l'extérieur par 4 bornes. **Linéaire** : ne contient que des dipôles linéaires.

Passif : ne contient pas de sources indépendantes de tension ou de courant.



Amplification en tension (à vide) ou fonction de transfert du quadripôle :

$$H(j\omega) = \frac{u_s}{u_e} = \frac{U_{sm}}{U_{em}}$$

XXX

Gain en tension du quadripôle :

$$G(\omega) = +20 \log |H|$$

XXX

Diagramme de Bode des amplitudes (ou du gain) : on trace G en fonction de $\log \omega$.

Phase du quadripôle : $\varphi = \arg(H(j\omega))$

Diagramme de Bode des phases : on trace φ en fonction de $\log \omega$.

Une décade est l'ensemble des pulsations comprises entre ω et 10ω .

$$u_e = U_{em} \cos(\omega t + \varphi_e)$$

$$u_e(t) = U_{em} e^{j\omega t} \quad \text{ou} \quad U_{em} = U_{em} e^{j\varphi_e}$$

$$u_s(t) = U_{sm} \cos(\omega t + \varphi_s)$$

$$u_s(t) = U_{sm} e^{j\omega t} \quad \text{ou} \quad U_{sm} = U_{sm} e^{j\varphi_s}$$

$$H = \frac{u_s}{u_e} = \frac{U_{sm}}{U_{em}} = \frac{U_{sm} e^{j\varphi_s}}{U_{em} e^{j\varphi_e}} = \frac{U_{sm}}{U_{em}} e^{j(\varphi_s - \varphi_e)}$$

$$|H| = \frac{U_{sm}}{U_{em}}$$

Rapport des amplitudes

$$\varphi = \arg(H) = \varphi_s - \varphi_e$$

Avance de phase de $u_s(t) / u_e(t)$

gain $G = 20 \log \left(\frac{U_{sm}}{U_{em}} \right)$
 en dB

Tracer le diagramme de Bode
 = Tracer les 2 graphes : G et φ en
 fonction de $\log \omega$

II Etude détaillée de filtres du premier ordre

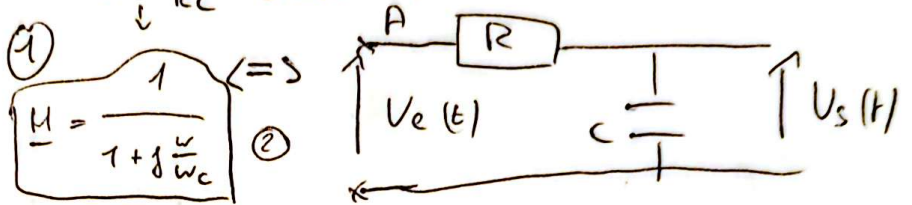
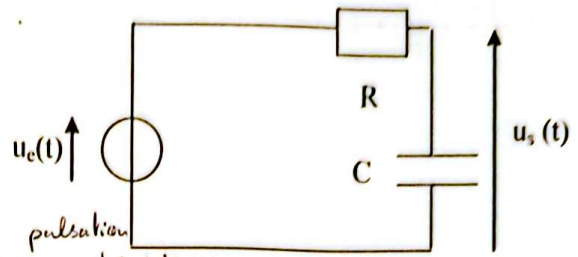
1) Circuit RC série sortie sur C.

a) Etude préliminaire.

$$\underline{H} = \frac{U_s}{U_e} = \frac{Z_c}{Z_R + Z_c} \quad \text{point diviseur de tension}$$

$$= \frac{\frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{1}{1 + jRC\omega} = \underline{H}$$

$\omega_c = \frac{1}{RC}$ pulsation caractéristique.



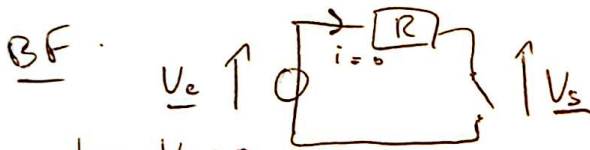
Rq1. Equa diff :

$$\textcircled{1} \rightarrow U_s (1 + jRC\omega) = U_e$$

$$\Rightarrow U_s + RC \frac{dU_s}{dt} = U_e$$

$$\text{Re}(\cdot) \Rightarrow U_s + RC \frac{dU_s}{dt} = U_e$$

Rq2 Schéma éq :



$i=0$ donc $U_s = U_e$

$$\text{donc } U_s = U_e \rightarrow \underline{H} = 1 \quad \varphi = \arg(\underline{H}) = 0$$

$$|\underline{H}| = 1 \quad G = 20 \log |\underline{H}| = 0$$

$$\text{HF: } U_e \uparrow \quad i \rightarrow 0 \quad U_s = 0 \quad \underline{H} = 0 \quad G \rightarrow -\infty$$

φ indéterminée

b) Etude fréquentielle méthode avec équivalents complexes

$$\text{BF: } \omega \rightarrow 0 \quad \omega \ll \omega_c \quad \frac{\omega}{\omega_c} \ll 1$$

$$\omega = 2\pi f \quad f \rightarrow 0 \quad 1 + j\frac{\omega}{\omega_c} \approx 1 \quad \text{on néglige } \frac{\omega}{\omega_c} \text{ devant 1}$$

On traite les complexes c- des polynômes.
polynôme $\approx$ terme de + bas degrés qd $x \rightarrow 0$
- - - - - + haut degrés qd $x \rightarrow +\infty$

$$\textcircled{2} \rightarrow \underline{H} \approx \frac{1}{1} = 1 \quad |\underline{H}| \approx 1$$

$$G = 20 \log |\underline{H}| \approx 0 \quad \underline{y} = 0 \quad \text{Asymptote BF pour le gain}$$

$$\varphi = \arg(\underline{H}) \approx 0 \quad \underline{y} \varphi = 0$$

$L >$ Asymptote BF pour la phase

$$\text{HF: } f \rightarrow +\infty; \omega \rightarrow +\infty \quad \omega \gg \omega_c \quad \frac{\omega}{\omega_c} \gg 1$$

$$1 + j\frac{\omega}{\omega_c} \approx j\frac{\omega}{\omega_c}$$

$$\textcircled{2} \Rightarrow \underline{H} \approx \frac{1}{j\frac{\omega}{\omega_c}} \quad \textcircled{3} \quad \frac{U_s}{U_e} \approx \frac{1}{j\frac{\omega}{\omega_c}}$$

$$\Rightarrow U_s \approx \frac{U_e}{j\frac{\omega}{\omega_c}}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\omega_c} \frac{dU_s}{dt} = U_e$$

$$\Rightarrow U_s = \omega_c \int U_e(t) dt$$

$$\textcircled{3} \quad |\underline{H}| \approx \frac{\omega_c}{\omega} \quad G = 20 \log \left(\frac{\omega_c}{\omega} \right)$$

$$= 20 \log \omega_c - 20 \log \omega$$

$$y = 20 (\log \omega_c - \log \omega) : \text{Asymptote HF sur le gain}$$

On trace y en fonction de $\log \omega$: Droite de pente -20 passant par $(\omega = \omega_c, y = 0)$.

Pente : Pour 1 décade

$$y(10\omega) - y(\omega) = 20 \log(\omega_c) - 20 \log(10\omega) - 20 \log(\omega_c) + 20 \log(\omega)$$

$$= -20 \log \left(\frac{10\omega}{\omega} \right) = -20 \log 10$$

$$\text{pente: } -20 \text{ dB/décade.}$$

$$\textcircled{3} \rightarrow \varphi \approx \arg \left(\frac{1}{j\frac{\omega}{\omega_c}} \right) \approx -\arg \left(j\frac{\omega}{\omega_c} \right) \approx -\frac{\pi}{2}$$

$$\underline{y} \varphi = -\frac{\pi}{2} \quad \text{Asymptote pour la phase}$$

pt particulier $\omega = \omega_c \Rightarrow \textcircled{2} \quad \underline{H} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$$|\underline{H}| = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad G = 20 \log \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right) = -10 \log(2)$$

$$G = -3 \text{ dB}$$

$$\varphi = \arg \left(\frac{1}{1+j} \right) = -\arg(1+j) = -\frac{\pi}{4} = \varphi$$

c) Analyse des diagrammes

11.4 : Echelle semi-logarith.

BF : $G \approx 0$ $\varphi \approx 0$ $|H| \approx 1$

$\rightarrow U_{sm} \approx U_{em}$ } Le signal n'est pas modifié à basse fréquence

$\Rightarrow$ Filtre passe-bas : laisse passer le signal à basse fréquence

HF : $G \rightarrow +\infty$ $|H| \rightarrow 0$ $U_{sm} \ll U_{em}$

$\varphi \rightarrow -\frac{\pi}{2}$ $\varphi_s - \varphi_e \approx -\frac{\pi}{2}$

Le signal est atténué à HF, U_s est en quadrature retard / U_e et est intégrée.

Bande passante à -3 dB :

Intervalle de pulsation t_q $|H| \geq \frac{U_{max}}{\sqrt{2}}$

$= 20 \log(U_{max})$

$\Rightarrow 20 \log |H| \geq 20 \log(U_{max}) - 20 \log(\sqrt{2}) \Rightarrow G \geq G_{max} - 3 \text{ dB}$ car $G_{max} = 20 \log(U_{max})$

Ici $U_{max} = 1$

$\Rightarrow G_{max} = 0$

BP $\omega \in]0, \omega_c]$

$\omega_c = \frac{1}{RC}$ pulsation de coupure.

'bande passante.

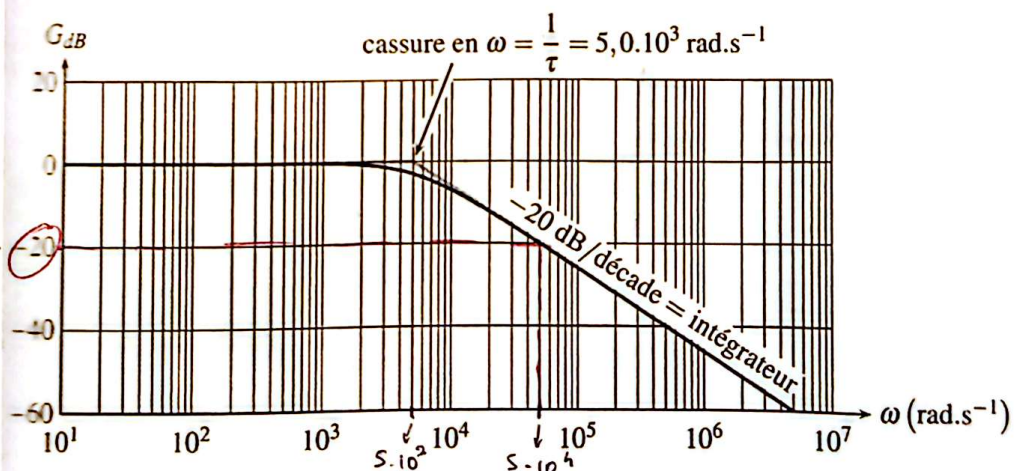


Figure 11.4 - Gain d'un passe-bas du premier ordre dans le cas où $\tau = 2,0 \cdot 10^{-4} \text{ s}$ (les asymptotes sont en gris).

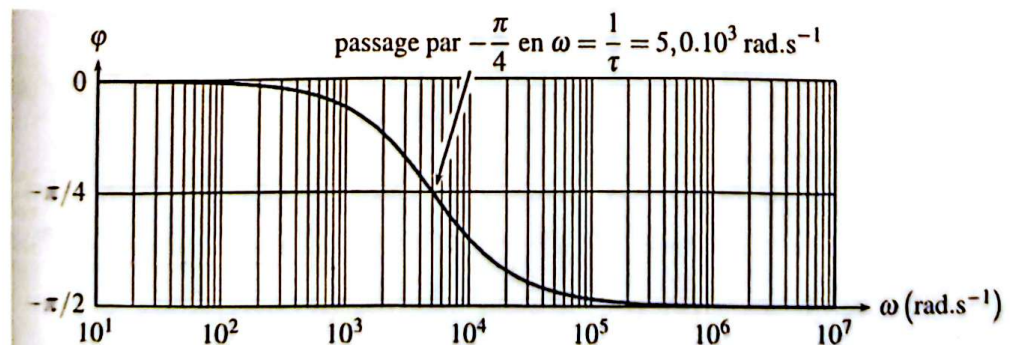
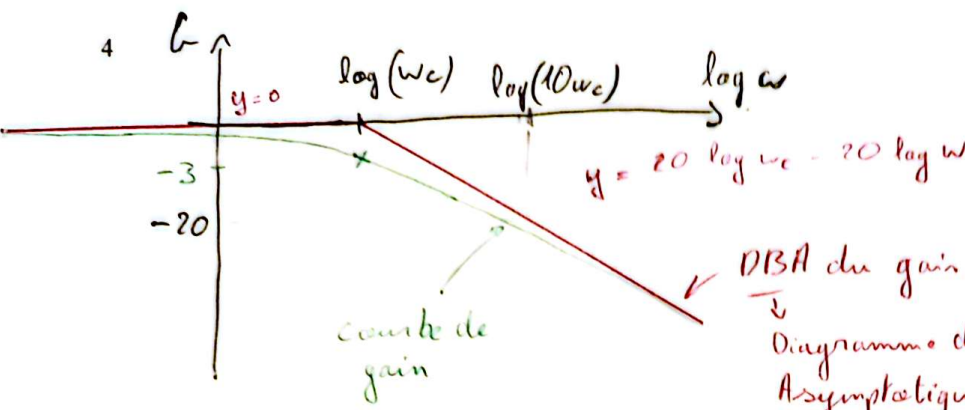


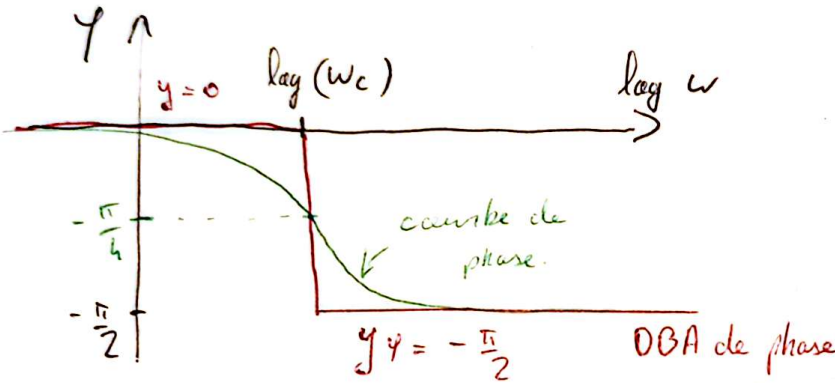
Figure 11.5 - Phase d'un passe-bas du premier ordre dans le cas où $\tau = 2,0 \cdot 10^{-4} \text{ s}$.



DBA du gain

Diagramme de Bode Asymptotique.

courbe de gain



DBA de phase

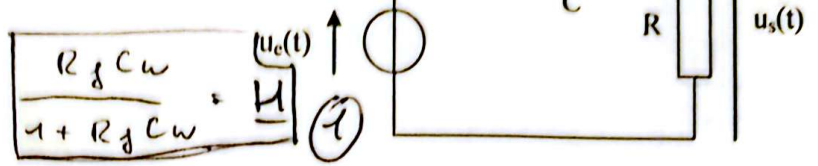
$\varphi = -\frac{\pi}{2}$

courbe de phase

2) Circuit RC série sortie sur R.

a) Etude préliminaire

$$\underline{H} = \frac{U_s}{U_e} = \frac{Z_R}{Z_C + Z_R} = \frac{R}{\frac{1}{j\omega C} + R}$$



$$\frac{R j \omega C \omega}{1 + R j \omega C} = \underline{H} \quad (1)$$

$$\omega_c = \frac{1}{RC} \quad (2) \quad \frac{j \omega \omega_c}{1 + j \omega \omega_c} = \underline{H}$$

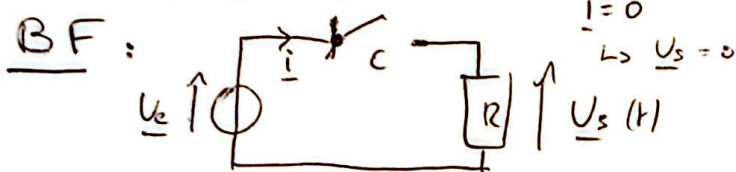
Rq 1 Equa diff :

$$(1) \rightarrow U_s (1 + R j \omega C) = U_e R j \omega C$$

$$\Rightarrow U_s + RC \frac{dU_s}{dt} = RC \frac{dU_e}{dt}$$

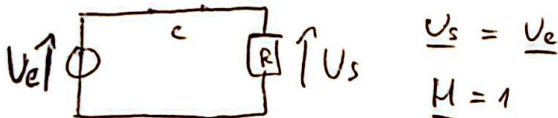
$$\text{Re}(\cdot) \Rightarrow U_s + RC \frac{dU_s}{dt} = RC \frac{dU_e}{dt}$$

Rq 2 Schéma équivalent



$$\underline{H} = 0 \quad G \rightarrow -\infty \quad \varphi \text{ indéterminé}$$

HF :



$$G = 0 \quad \varphi = 0$$

b) Etude fréquentielle

$$\text{BF } \omega \rightarrow 0 \quad \omega \ll \omega_c \quad \frac{\omega}{\omega_c} \ll 1$$

$$1 + j \frac{\omega}{\omega_c} \approx 1 \quad (2) \rightarrow \underline{H} \approx j \frac{\omega}{\omega_c}$$

$$\underline{H} \approx j \frac{\omega}{\omega_c} \quad (3) \quad |\underline{H}| = \frac{\omega}{\omega_c} \quad G = 20 \log(|\underline{H}|) = 20 \log \omega - 20 \log \omega_c$$

$$\gamma = 20 \log \omega - 20 \log \omega_c :$$

Asymptote BF sur le gain

$$\varphi = \frac{\pi}{2} \quad \varphi = \frac{\pi}{2}, \text{ Asymptote BF sur la phase}$$

$$\text{HF} : \omega \rightarrow +\infty \quad \omega \gg \omega_c \quad \frac{\omega}{\omega_c} \gg 1$$

$$1 + j \frac{\omega}{\omega_c} \approx j \frac{\omega}{\omega_c} \quad (2) \rightarrow \underline{H} \approx \frac{j \omega_c}{j \omega} = 1$$

(filtre passe haut)

$$|\underline{H}| = 1 \quad G = 20 \log(|\underline{H}|) \approx 0$$

$\gamma = 0$ Asymptote HF sur le gain

$\varphi = \arg(\underline{H}) \approx 0 \quad \gamma \varphi = 0$ Asymptote sur la phase.

* BF

$$\underline{H} = \frac{U_s}{U_e} \approx j \frac{\omega}{\omega_c} \Rightarrow U_s \approx j \frac{\omega}{\omega_c} U_e$$

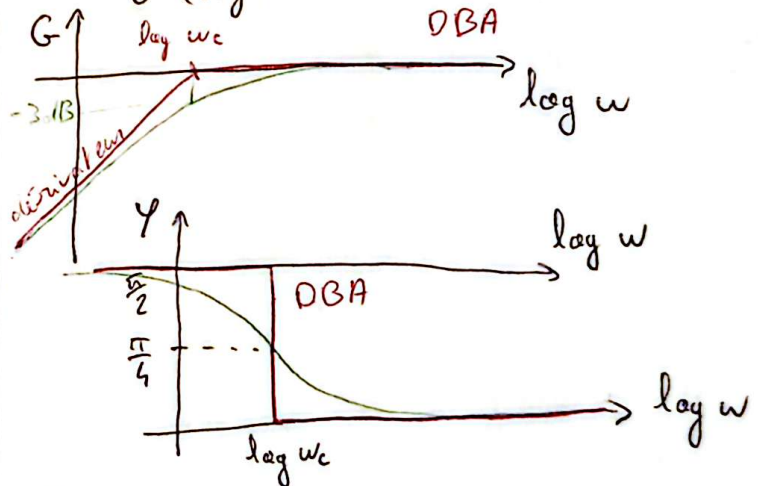
$$\Rightarrow \underline{U_s} \approx \frac{1}{\omega_c} \frac{dU_e}{dt} \quad \text{filtre dérivateur à BF}$$

point particulier $\omega = \omega_c$

$$(2) \quad \underline{H} = \frac{j \frac{\omega}{\omega_c}}{1 + j \frac{\omega}{\omega_c}} = \frac{j}{1 + j} \quad |\underline{H}| = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$G = 20 \log\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = -10 \log(2) \approx -3 \text{ dB}$$

$$\varphi = \arg\left(\frac{j}{1 + j}\right) = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4}$$



c) Analyse des courbes

• Le filtre atténue (et dérive) les BF

• — laisse passer les HF

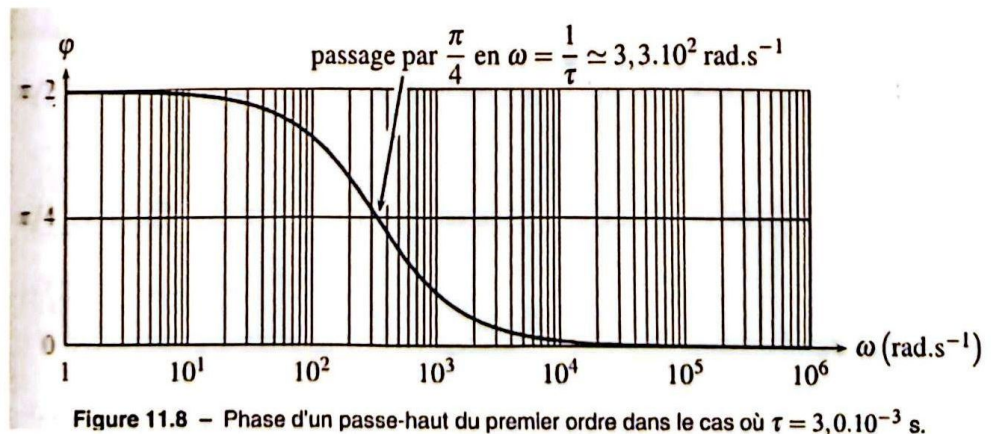
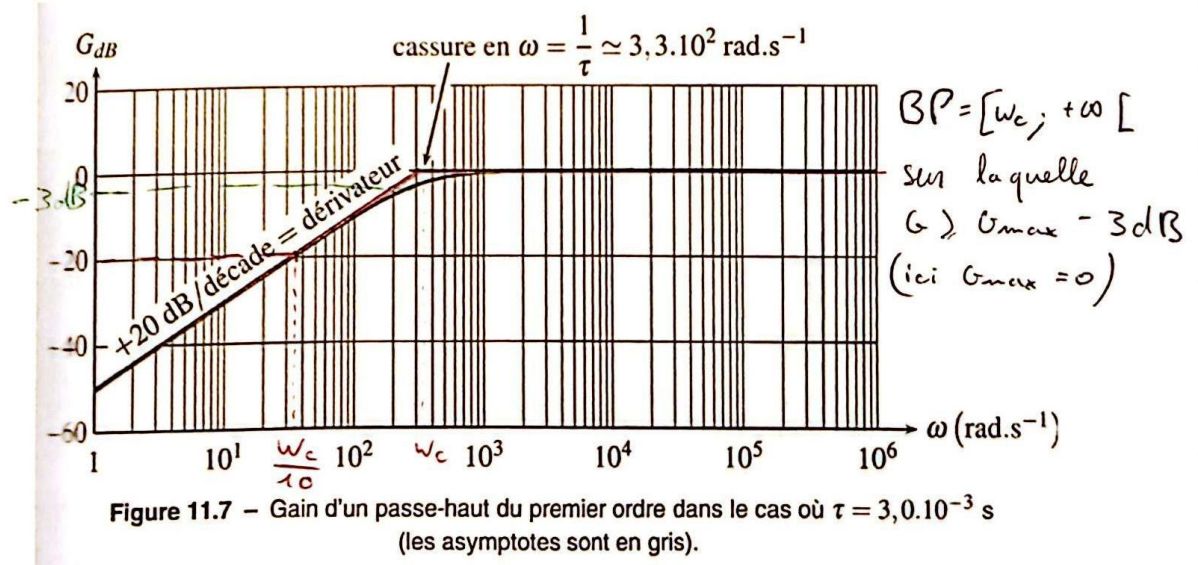
$\rightarrow$ c'est 1 filtre passe haut.

6 Ry Notation de Laplace

$$p = j\omega \quad \tau = \frac{1}{\omega_c}$$

$$\underline{H} = \frac{\tau p}{1 + \tau p}$$

ω_c



III Etude détaillée de filtres du second ordre

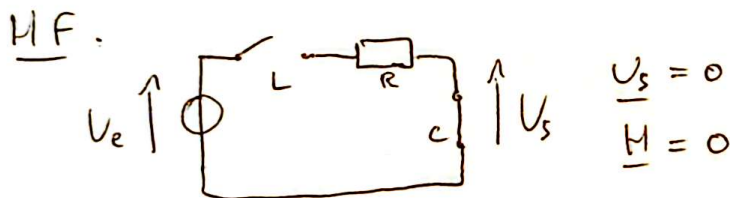
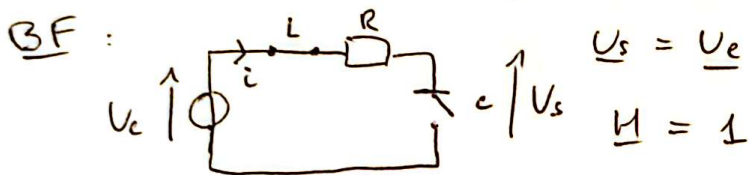
1) Circuit RLC série sortie sur C.

a) Etude préliminaire.

$$\underline{H} = \frac{U_s}{U_e} = \frac{Z_c}{Z_L + Z_R + Z_c} = \frac{\frac{1}{j\omega C}}{j\omega L + R + \frac{1}{j\omega C}}$$

$$\underline{H} = \frac{1}{1 + Rj\omega C - LC\omega^2} \quad (1)$$

Rq 1 Schémas équ.



filtre passe bas.

Rq 2 Equa diff :

$$\textcircled{1} \rightarrow \frac{U_s}{U_e} = \frac{1}{1 + j^2 LC\omega^2 + RCj\omega}$$

$$\Rightarrow U_s (1 + j^2 \omega^2 LC + RCj\omega) = U_e$$

$$\Rightarrow U_s + LC \frac{d^2 U_s}{dt^2} + RC \frac{dU_s}{dt} = U_e$$

$$\Rightarrow \frac{d^2 U_s}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dU_s}{dt} + \frac{1}{LC} U_s = \frac{1}{LC} U_e$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad \frac{\omega_0}{Q} = \frac{R}{L} \Rightarrow Q = \frac{\omega_0 L}{R}$$

$$Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} \quad \left[Q = \frac{\omega_0^2 L}{\omega_0 R} = \frac{1}{RC\omega_0} \right]$$

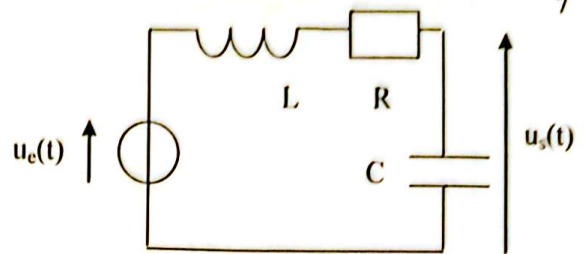
$$\textcircled{1} \Rightarrow \underline{H} = \frac{1}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + jRL\omega_0 \cdot \frac{\omega}{\omega_0}}$$

$$= \frac{1}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + j \frac{\omega}{Q\omega_0}}$$

$$x = \frac{\omega}{\omega_0}$$

$$f(x) = (1-x^2)^2 + \frac{x^2}{Q^2} \Rightarrow x_{cr} = \sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2}} < 1$$

existe ssi $Q \geq \frac{1}{\sqrt{2}}$



$$\underline{H} = \frac{1}{1 - x^2 + j \frac{x}{Q}} \quad (2)$$

b) Etude fréquentielle

BF $\omega \rightarrow 0 \quad x \rightarrow 0$

$$(1 - x^2 + j \frac{x}{Q}) \rightarrow 1 \quad \underline{H} \approx 1$$

$$|\underline{H}| \approx 1 \quad G = 20 \log(|\underline{H}|) \approx 0$$

$$\arg(\underline{H}) \approx 1 \quad \varphi \approx 0$$

$y = 0$ Asymptote BF du gain et de la phase.

HF $\omega \rightarrow +\infty \quad x \rightarrow +\infty \quad x \gg 1$ (3)

$$(1 - x^2 + j \frac{x}{Q}) \rightarrow -x^2 \quad \underline{H} \approx -\frac{1}{x^2}$$

$$|\underline{H}| \approx \frac{1}{x^2} \quad G = 20 \log(|\underline{H}|) \rightarrow -40 \log(x)$$

$y = -40 \log(x)$ Asymptote HF sur le gain

$$\varphi \approx \arg\left(-\frac{1}{x^2}\right) \approx \pm \pi$$

$$Rq \textcircled{3} \rightarrow \underline{H} = \frac{U_s}{U_e} \approx \frac{1}{j^2 x^2} \Rightarrow j^2 \frac{\omega^2}{\omega_0^2} U_s \approx U_e$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\omega_0^2} \frac{d^2 U_s}{dt^2} \approx U_e$$

On intègre 2 fois $\Rightarrow$ filtre double intégrateur

Point particulier $x = 1$

$$\textcircled{2} \rightarrow \underline{H} = \frac{1}{1 - 1 + j \frac{1}{Q}} = \frac{Q}{j} = -jQ = \underline{L}$$

$$|\underline{H}| = Q \quad G = 20 \log Q$$

$$\varphi = \arg(\underline{H}) = -\frac{\pi}{2}$$

Rq : Etude d'un extremum

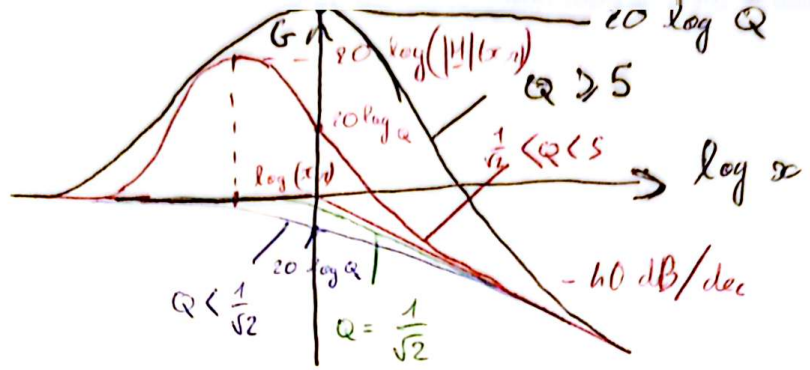
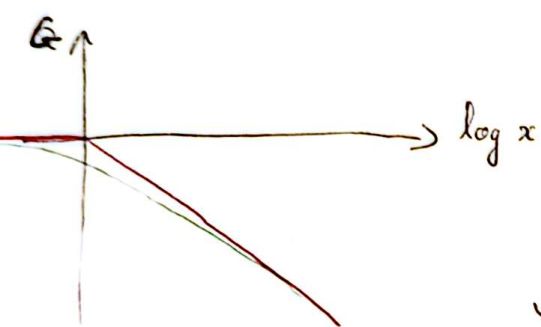
$$\textcircled{2} \Rightarrow |\underline{H}| = \frac{1}{\sqrt{(1-x^2)^2 + \frac{x^2}{Q^2}}} = \frac{1}{\sqrt{f(x)}}$$

$$f(x) = (1-x^2)^2 + \frac{x^2}{Q^2} \Rightarrow x_{cr} = \sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2}} < 1$$

existe ssi $Q \geq \frac{1}{\sqrt{2}}$

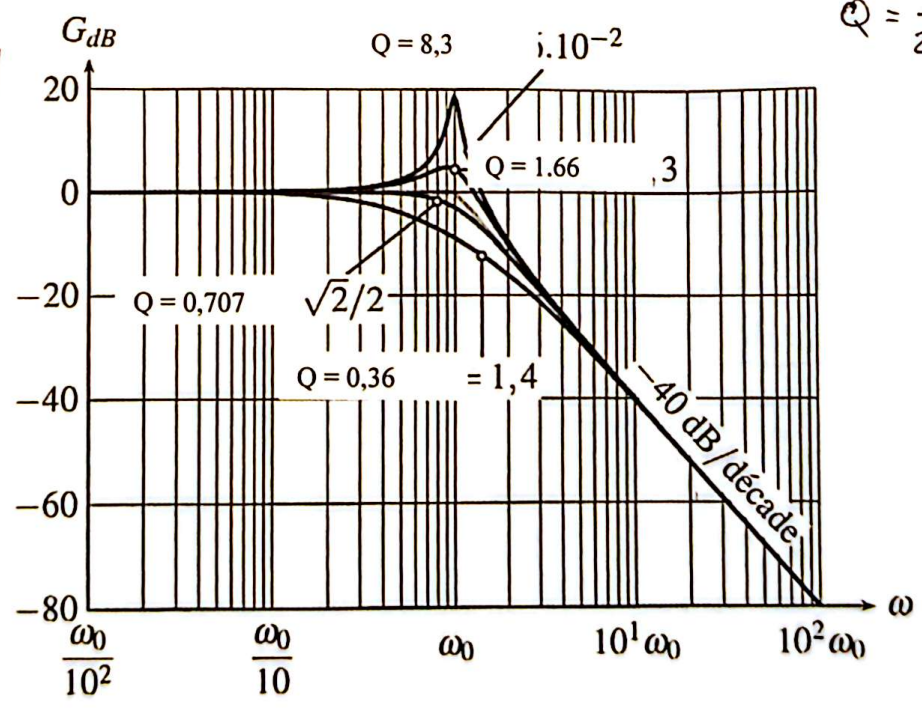
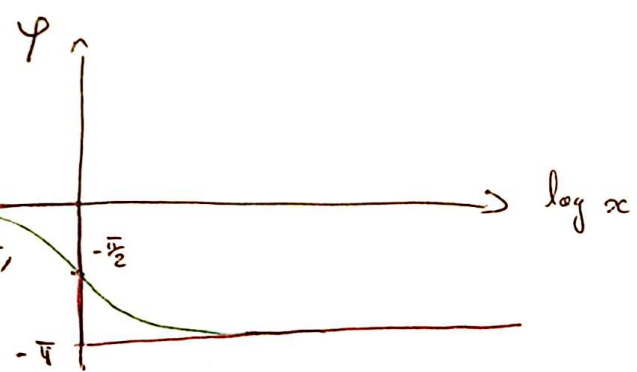
$$H(x_{cr}) = \frac{2Q^2}{\sqrt{4Q^4 - 1}}$$

Si Q grand $\omega_r \rightarrow 1$
 $H(\omega) \rightarrow Q$



c) Analyse des courbes

- le filtre laisse passer les BF, atténue et déphase les HF avec 2 intégrat
- amplifie autour de ω_0 pour $Q > \frac{1}{\sqrt{2}}$ (localement) (résonance)



$$Q = \frac{1}{2\xi}$$

Figure 11.16 – Gain d'un passe-bas du deuxième ordre (les asymptotes sont

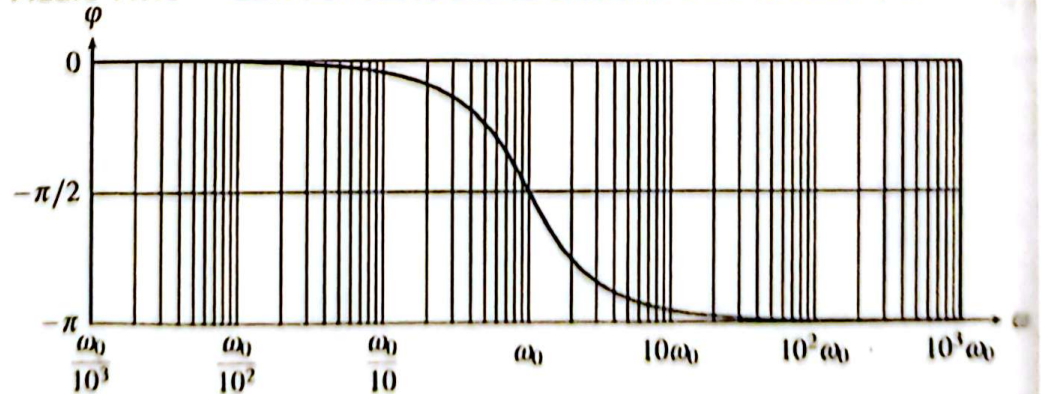
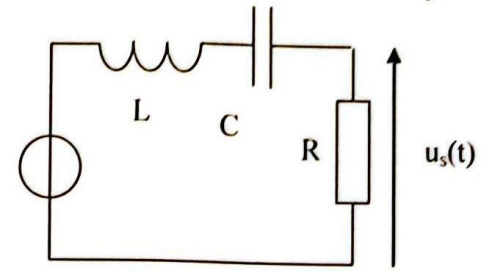


Figure 11.15 – Phase d'un passe-bas du deuxième ordre $Q = 0,707$

2) Circuit RLC série sortie sur R.

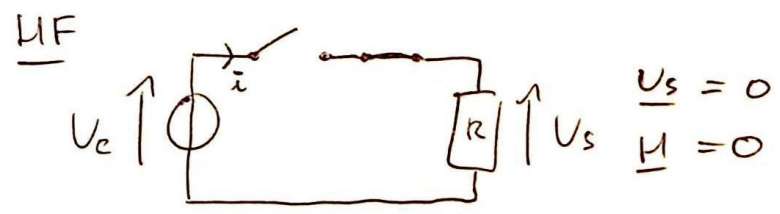
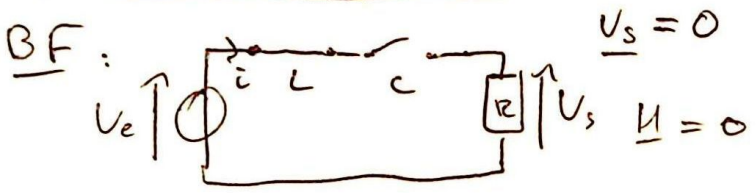
a) Etude préliminaire

$$\underline{H} = \frac{\underline{U}_s}{\underline{U}_e} = \frac{\underline{Z}_R}{\underline{Z}_L + \underline{Z}_C + \underline{Z}_R} = \frac{R}{R + jL\omega + \frac{1}{jC\omega}} = \frac{1}{1 + j\left(\frac{L}{R}\omega - \frac{1}{RC\omega}\right)} \underline{u}_e(t)$$



$$\underline{H} = \frac{RjC\omega}{1 + RjC\omega + LCj^2\omega^2} \quad (1)$$

Rq 1 Schémas équivalents



Rq 2 Equa diff

$$(1) \rightarrow \frac{\underline{U}_s}{\underline{U}_e} = \frac{RjC\omega}{RjC\omega + 1 + LCj^2\omega^2}$$

$$\Rightarrow \underline{U}_s (1 + RCj\omega + LCj^2\omega^2) = RCj\omega \underline{U}_e$$

$$\Rightarrow \underline{U}_s + RC \frac{d\underline{U}_s}{dt} + LC \frac{d^2 \underline{U}_s}{dt^2} = RC \frac{d\underline{U}_e}{dt}$$

$$\Rightarrow \frac{d^2 \underline{U}_s}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{d\underline{U}_s}{dt} + \frac{1}{LC} \underline{U}_s = \frac{R}{L} \frac{d\underline{U}_e}{dt}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} ; \frac{\omega_0}{Q} = \frac{R}{L} \Leftrightarrow Q = \frac{L\omega_0}{R}$$

$$\Leftrightarrow Q = \frac{1}{RC\omega_0} ; Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$$

$$(2) \rightarrow \underline{H} = \frac{1}{1 + j\left(\frac{L}{R}\omega - \frac{1}{RC\omega}\right)} = \frac{1}{1 + j\left(Qx - Q\frac{1}{x}\right)}$$

$x = \frac{\omega}{\omega_0}$

$$\underline{H} = \frac{1}{1 + jQ\left(x - \frac{1}{x}\right)} \quad (3)$$

b) Etude fréquentielle

BF $\omega \rightarrow 0 \quad x \rightarrow 0 \quad \left(x - \frac{1}{x}\right) \approx -\frac{1}{x}$
 $1 + jQ\left(-\frac{1}{x}\right) \approx jQ\left(-\frac{1}{x}\right)$

$$\underline{H} \approx \frac{-x}{jQ} = j\frac{x}{Q}$$

$$|\underline{H}| \approx \frac{x}{Q}$$

$$G = 20 \log x - 20 \log Q$$

$$\gamma = \arg(\underline{H}) = \frac{\pi}{2}$$

$\gamma_0 = \frac{\pi}{2}$: Asymptote BF sur la phase

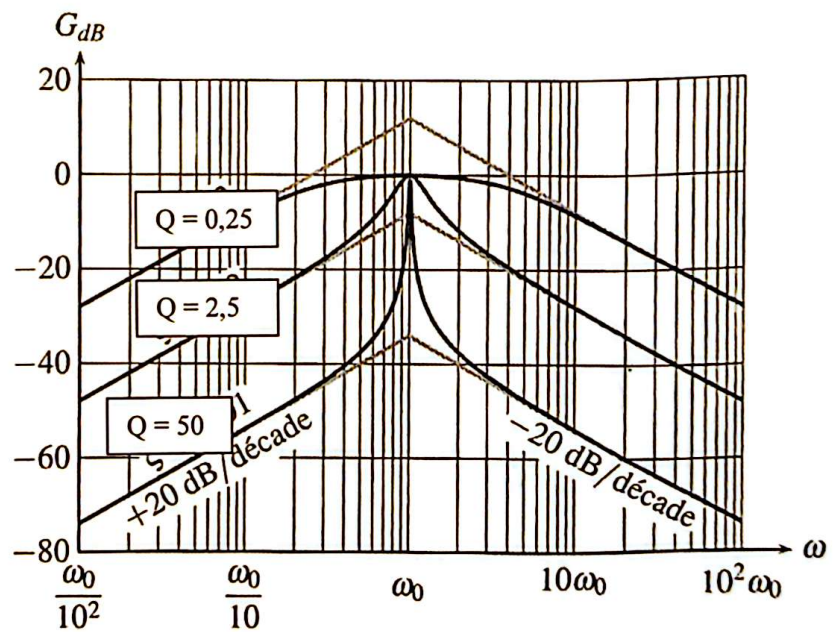


Figure 11.18 – Gain d'un passe-bande du deuxième ordre (les expressions asymptotiques sont en gris).

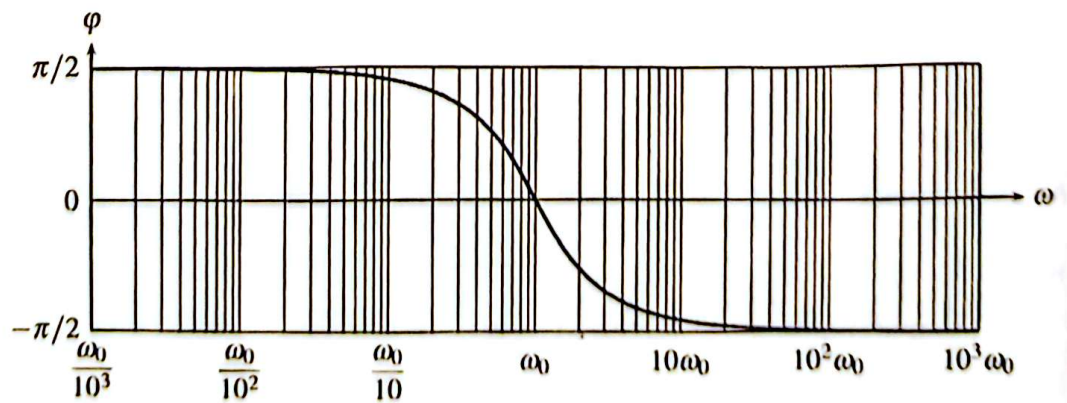


Figure 11.19 – Phase d'un passe-bande du deuxième ordre $Q = 0.707$