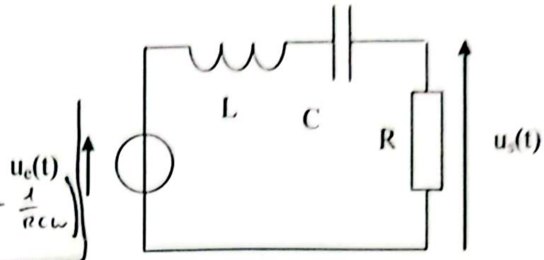
2) Circuit RLC série sortie sur R.

a) Etude préliminaire

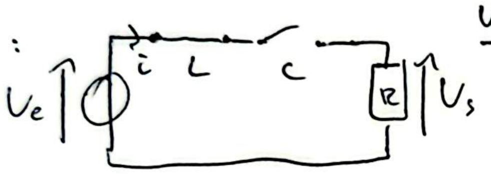


$$\underline{H} = \frac{\underline{U_s}}{\underline{U_e}} = \frac{\underline{Z}_R}{\underline{Z}_L + \underline{Z}_C + \underline{Z}_R} = \frac{R}{R + jL\omega + \frac{1}{jC\omega}} = \frac{1}{1 + j\left(\frac{L}{R}\omega - \frac{1}{RC\omega}\right)} \quad (2)$$

$$\boxed{\underline{H} = \frac{RjC\omega}{1 + RjC\omega + LCj^2\omega^2}} \quad (1)$$

Rq 1 Schémas équivalents

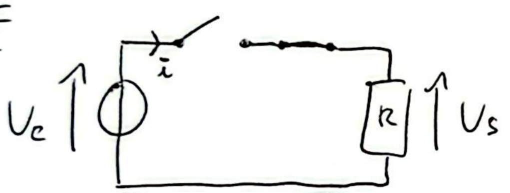
BF :



$V_s = 0$

$\underline{H} = 0$

HF



$V_s = 0$

$\underline{H} = 0$

Rq 2 Equa diff

$$(1) \rightarrow \frac{\underline{U_s}}{\underline{U_e}} = \frac{RjC\omega}{RjC\omega + 1 + LCj^2\omega^2}$$

$$\Rightarrow \underline{U_s}\left(1 + RCj\omega + LCj^2\omega^2\right) = RCj\omega\, \underline{U_e}$$

$$\Rightarrow U_s + RC\frac{dU_s}{dt} + LC\frac{d^2U_s}{dt^2} = RC\frac{dU_e}{dt}$$

$$\Rightarrow \frac{d^2U_s}{dt^2} + \frac{R}{L}\frac{dU_s}{dt} + \frac{1}{LC}U_s = \frac{R}{L}\frac{dU_e}{dt}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad ; \quad \frac{\omega_0}{Q} = \frac{R}{L} \Leftrightarrow Q = \frac{L\omega_0}{R}$$

$$\Leftrightarrow Q = \frac{1}{RC\omega_0} \quad ; \quad Q = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}$$

$$(2) \rightarrow \underline{H} = \frac{1}{1 + j\left(\frac{L}{R}\omega - \frac{1}{RC\omega}\right)} = \frac{1}{1 + j\left(Qx - Q\frac{1}{x}\right)}$$

$x = \frac{\omega}{\omega_0}$

$$\boxed{\underline{H} = \frac{1}{1 + jQ\left(x - \frac{1}{x}\right)}} \quad (3)$$

b) Etude fréquentielle

BF $\omega \to 0$ $x \to 0$ $\left(x - \frac{1}{x}\right) \simeq -\frac{1}{x}$

$1 + jQ\left(-\frac{1}{x}\right) \simeq jQ\left(-\frac{1}{x}\right)$

$$\underline{H} \simeq \frac{-x}{jQ} = j\frac{x}{Q}$$

$|\underline{H}| \simeq \frac{x}{Q}$ $\quad G = 20\log x - 20\log Q$

$\varphi = \arg(\underline{H}) = \frac{\pi}{2}$

$y_\varphi = \frac{\pi}{2}$: Asymptote BF sur la phase

Rq :

$$\underline{H} = \frac{\underline{U_s}}{\underline{U_e}} \simeq j\frac{\omega}{Q\omega_0} \rightarrow U_s \simeq \frac{1}{Q\omega_0}\frac{dU_e}{dt}$$

Dérivateur à BF :

HF : $\omega \to +\infty$ $x \to +\infty$

$x \gg \frac{1}{x}$ $\quad x \gg 1$ $\quad 1 + jQ\left(x - \frac{1}{x}\right) \simeq jQx$

$$\underline{H} \simeq \frac{1}{jQx} \simeq \frac{-j}{Qx}$$

$|\underline{H}| = \frac{1}{Qx}$ $\quad G = -20\log(x) - 20\log(Q)$

$\varphi = \arg(\underline{H}) = -\frac{\pi}{2}$ $\quad y = -\frac{\pi}{2}$: Asymptote HF sur ~~sur~~ la phase.

Rq :

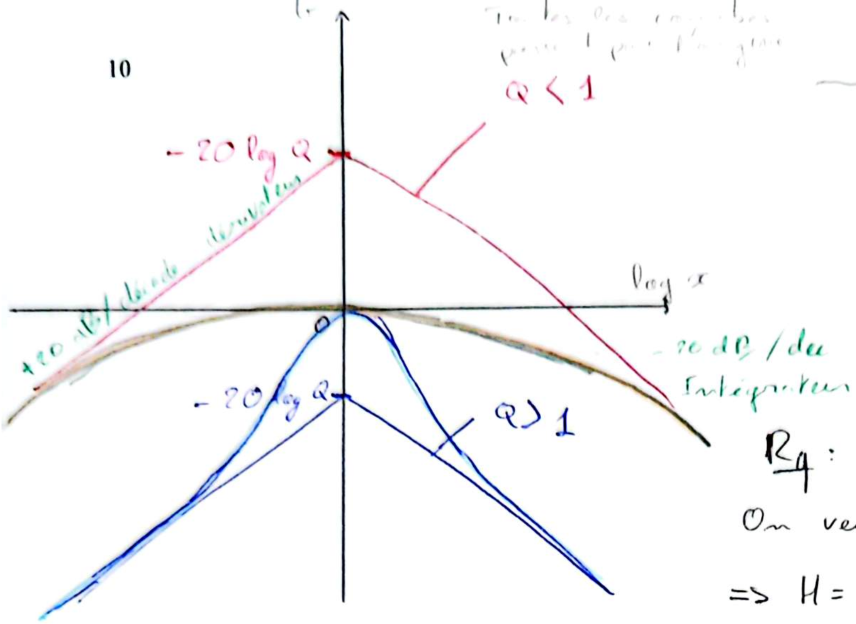
$$\underline{H} = \frac{\underline{U_s}}{\underline{U_e}} \simeq \frac{1}{jQx} \rightarrow \underline{U_s} = \frac{\omega_0}{j\omega Q}\underline{U_e}$$

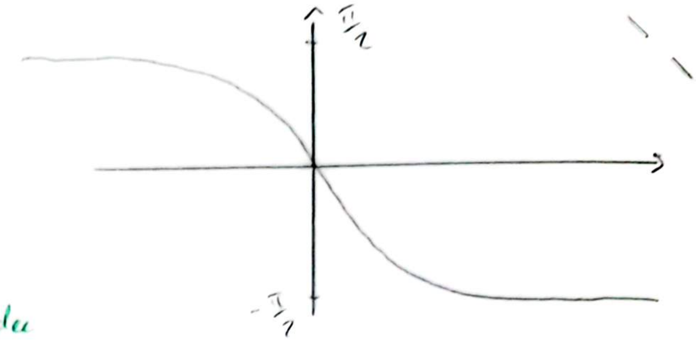
Intégrateur à HF $= \frac{\omega_0}{Q}\int U_e\, dt$

Point particulier :

$x = 1$ $\quad \underline{H} = \frac{1}{1 + jQ(1-1)} = 1$

$|\underline{H}| = 1$ $\quad G = 20\log(1) = 0$ $\quad \varphi = 0$





c) <u>Analyse des courbes.</u>

filtre passe bande, laisse passer les pulsat autour de ω_0, atténue les HF et BF.
Le filtre est d'autant plus sélectif que Q est grand ie que Δx est petit

$\underline{R_q}$: Bande passante.

On veut $H \geqslant \frac{H_{max}}{\sqrt{2}}$. Pulsat de coupure $G = G_{max} - 3dB$

$\Rightarrow H = \frac{H_{max}}{\sqrt{2}}$ or $H_{max} = 1$

$$\rightarrow |\underline{H}| = \frac{1}{\sqrt{1 + Q^2\left(x - \frac{1}{x}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \rightarrow 2 = 1 + Q^2\left(x - \frac{1}{x}\right)^2$$

$$\rightarrow x - \frac{1}{x} = \pm \frac{1}{Q^2}$$

$$\dots \rightarrow \frac{\Delta\omega}{\omega_0} = \frac{1}{Q}$$

$Q \nearrow \Delta x \searrow$

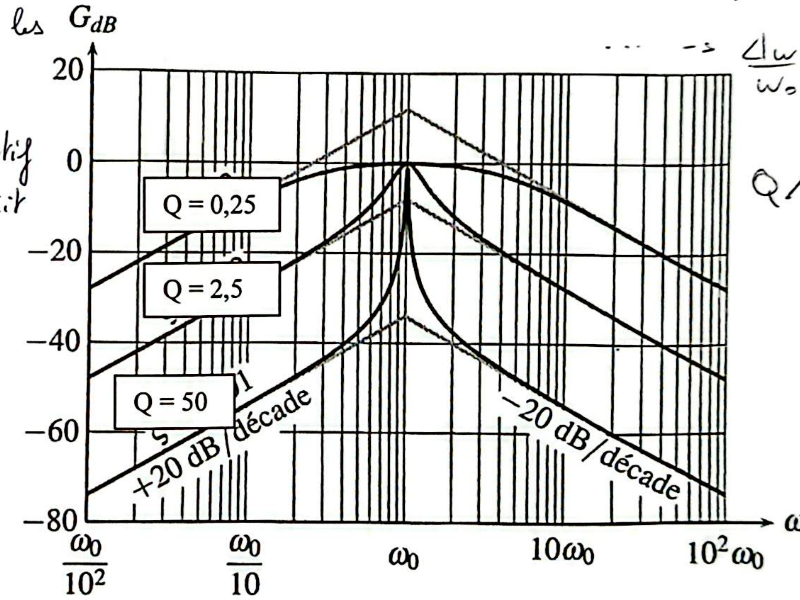


Figure 11.18 – Gain d'un passe-bande du deuxième ordre (les expressions aymptotiques sont en gris).

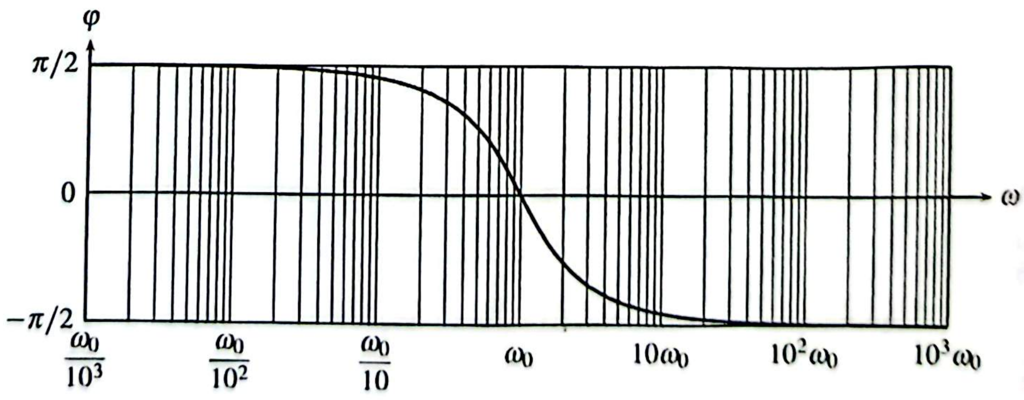


Figure 11.19 – Phase d'un passe-bande du deuxième ordre Q = 0,707

CamScanner