

TP de mécanique. Oscillateur mécanique.

1 Description de l'appareil :

L'oscillateur étudié (schéma ci-contre) est constitué d'une plaque métallique reliée à trois ressorts.

Un aimant double, d'entrefer réglable, permet un freinage plus ou moins important par courants de Foucault.

L'excitation se fait grâce à un petit moteur, relié au ressort du bas par un fil. Le réglage de la fréquence est possible grâce à un potentiomètre.

Pour les mesures, on peut récupérer trois signaux électriques :

- Excitateur : signal proportionnel à l'amplitude de l'oscillation imposée par le moteur.
- Résonateur : signal provenant d'un capteur de déplacement (capteur inductif) et proportionnel à l'élongation.
- Vitesse : signal proportionnel à la vitesse obtenu par dérivation du signal précédent.



Remarques : Sur l'oscilloscope :

- on mettra les deux voies en CA et on utilisera le mode défilement (menu Horizontal)
- on peut utiliser Waveform pour lisser la courbe

2 But et possibilités :

L'appareil permet d'observer les régimes transitoires (surtout pseudo-périodiques) et les régimes forcés. Parmi les mesures possibles, notons :

- Décroissement logarithmique et mesure d'un facteur de qualité en régime pseudo-périodique.
- Courbes de résonances en vitesse et en élongation.

3 Mesure de la période propre du mobile :

On envoie le signal d'élongation (Résonateur) sur un oscilloscope numérique et on fait afficher la fréquence.

On écarte au maximum les pièces polaires de l'aimant. On écarte le mobile de sa position initiale et on le lâche.

On obtient alors une mesure de fréquence et de période propres :

Mesurer la période T_0 et la fréquence f_0 .

C'est une mesure relativement fiable, qui pourra être retrouvée par la suite lors de la modélisation des régimes pseudo-périodiques.

4 Etude des régimes transitoires :

4.1 Généralités :

L'observation de régimes apériodiques est difficile car il faut un entrefer très petit (fort champ magnétique pour frottement important) et l'on est confronté à deux problèmes :

- Régime très court donc peu de résolution sur enregistrement.
- Entrefer très étroit d'où un risque de contact entre le mobile et l'aimant, avec pour conséquence un frottement solide et/ou un choc.

On étudie donc essentiellement des régimes pseudo-périodiques (prélude à l'étude d'un régime forcé). En effet, pour chaque réglage de l'aimant, il sera possible de comparer les facteurs de qualité obtenus sur le régime transitoire et sur la courbe de résonance associée (c.f § 5 et 6)

4.2 Rappel des expressions :

L'équation différentielle des oscillations libres est :
$$x'' + \frac{\omega_0}{Q} x' + \omega_0^2 x = 0.$$

En ce qui concerne le régime pseudo-périodique :
$$x(t) = A \exp\left(-\frac{\omega_0}{2Q} t\right) \cos(\Omega t + \Phi)$$

avec la pseudo-pulsation égale à
$$\Omega = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}}$$

Or, si le facteur de qualité est supérieur à 4 ou 5, on peut confondre Ω et ω_0 , ainsi que la pseudo-période et la période propre soit $T \approx T_0$.

Décroissement logarithmique :
$$\delta = \frac{1}{n} \ln \left(\frac{x(t)}{x(t+nT)} \right) = \frac{\omega_0 T}{2Q}.$$

Dans le cas d'un facteur de qualité supérieur à 4 ou 5, $T \approx T_0$ et $\omega_0 T \approx \omega_0 T_0 = 2\pi$

et le décroissement logarithmique est :
$$\delta = \frac{\pi}{Q}.$$
 Mesurer δ est un bon moyen de déterminer Q .

4.3 Mesures :

On s'intéresse au transitoire d'élongations pour un entrefer de 2,4 cm (cas 1). L'oscilloscope est branché sur la voie élongation.

Il faut utiliser l'oscilloscope en mode défilement (Menu Horizontal) plutôt qu'en mode normal. En effet, les périodes de ces phénomènes sont petites (contrairement aux périodes des phénomènes électriques courants). En mode normal, l'oscilloscope attend d'avoir fait l'acquisition des 4000 points avant d'afficher l'image, alors qu'en mode défilement il affiche le signal en temps réel comme un oscilloscope analogique.

Pour effectuer les mesures, on utilisera les fonctions de l'oscilloscope (mesures de T et f , curseurs).

Grâce aux curseurs, mesurer l'amplitude de la première oscillation et de la plus lointaine mesurable (c'est-à-dire d'amplitude suffisante) et déterminer δ . En déduire Q .

Mesurer aussi la pseudo-période et s'assurer qu'en général, vu les facteurs de qualité, on retrouve $T \approx T_0$.

On ne modifie pas l'entrefer pour l'instant, car il est difficile de le régler avec précision. On étudie les courbes d'élongation et de vitesse, puis on fera l'étude d'un deuxième cas d'entrefer dans la partie 7.

5 Courbes d'élongation en fonction de la fréquence :

5.1 Rappel théorique :

La courbe d'élongation en fonction de la pulsation est :

$$x(\omega) = \frac{F_0}{m} \frac{1}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \left(\frac{\omega\omega_0}{Q}\right)^2}}$$

où F_0 est la force excitatrice et m la masse du mobile.

En fait, on va plutôt mesurer une fonction de transfert H (rapport de l'élongation sur l'excitation) soit en fonction de la fréquence :

$$H = \frac{H_0}{\sqrt{\left(1 - \left(\frac{f}{f_0}\right)^2\right)^2 + \left(\frac{f}{f_0 Q}\right)^2}}$$

Dans le cas où $Q > \frac{1}{\sqrt{2}}$, il y a résonance à la fréquence

$$f_r = f_0 \sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2}}$$

Cette fréquence est quasiment égale à f_0 si Q est supérieur à quelques unités.

Le retard de phase Φ de l'élongation par rapport à l'excitation est donné par :

$$\tan \Phi = \frac{1}{Q \left(\frac{f_0}{f} - \frac{f}{f_0} \right)} \quad \text{avec } \boxed{\sin \Phi > 0}.$$

5.2 Relevés expérimentaux des courbes d'élongation :

Le couple du moteur et donc le signal mesuré de l'excitation ne sont pas constants avec la fréquence. Pour s'affranchir de ce problème, on trace la fonction de transfert $H = \frac{V_{\text{Elongation}}}{V_{\text{Excitation}}}$.

De plus, il existe une tension de décalage due aux capteurs : les mesures ont été faites en couplage CA sur les deux voies (comme les signaux sont d'assez basse fréquence, il est nécessaire que les deux voies soient en couplage CA, pour que l'influence du couplage soit la même. Ceci est surtout important pour la mesure du déphasage).

Relever les valeurs de $V_{\text{élongation}}$ et de $V_{\text{excitation}}$, les rentrer sur le tableur de Régressi

et calculer de $H = \frac{V_{\text{Elongation}}}{V_{\text{Excitation}}}$. Tracer H en fonction de f .

f (Hz)	Tous les 0,5 entre 1,5 et 4,5 ; plus une mesure à f_0
Vpp excitateur	
Vpp résonateur (élongation)	

On peut estimer que les déterminations précédentes de f_0 sont bonnes. On essaiera donc une modélisation avec recherche de H_0 et Q .

Donner les estimations de H_0 et Q obtenues.

6 Courbes de résonance de vitesse :

6.1 Rappels théoriques :

La courbe de vitesse en fonction de la pulsation est :

$$v(\omega) = \frac{F_0}{h} \frac{1}{\sqrt{1 + Q^2 \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)^2}}$$

où F_0 est la force excitatrice et h le coefficient de frottement visqueux .

A l'image ce qui a été fait pour l'élongation, on va plutôt mesurer une fonction de transfert H (rapport de la vitesse sur l'excitation) soit en fonction de la fréquence :

$$H(\omega) = \frac{H_0}{\sqrt{1 + Q^2 \left(\frac{f}{f_0} - \frac{f_0}{f} \right)^2}}$$

6.2 Mesures :

Comme pour l'élongation, on trace la fonction de transfert $H = \frac{V_{Vitesse}}{V_{Excitation}}$ en fonction de la fréquence, en utilisant Regressi.

f (Hz)	Tous les 0,5 entre 1,5 et 4,5 ; plus une mesure à f_0
Vpp excitateur	
Vpp vitesse	

En déduire une estimation de Q et H_0 .

Remarque : La modélisation réalisée sous Regressi, comme dans le cas de l'élongation ne recherche que deux paramètres inconnus : à savoir H_0 et Q , la valeur de f_0 étant donnée.

7 Etude d'un deuxième entrefer 1,2 cm (cas 2) :

On refait toutes les mesures à partir de la partie 5 pour une nouvelle valeur d'entrefer, donc une nouvelle valeur du facteur de qualité associée.