Signaux Physiques SP1 Propagation d'un signal

Un mascaret dans la baie de Morecambe, au Royaume-Uni.

*Le **mascaret** est un phénomène naturel très spectaculaire qui se produit sur une centaine de fleuves, rivières et baies dans le monde. Ce phénomène de brusque surélévation de l'eau d'un fleuve ou d'un estuaire est provoqué par l'onde de la marée montante lors des grandes marées. Il se produit dans l'embouchure et le cours inférieur de certains fleuves lorsque leur courant est contrarié par le flux de la marée montante. Imperceptible la plupart du temps, il se manifeste au moment des nouvelles et pleines lunes. Les mascarets les plus spectaculaires s'observent aux embouchures du Qiantang (Chine), du Hooghly en Inde et de l'Amazone au Brésil.*

I Les différents signaux

1.) Nature des signaux

On appelle onde un phénomène physique dans lequel une perturbation locale se déplace dans l'espace sans qu'il y ait déplacement de matière en moyenne. Toute grandeur physique, nulle dans l'état de repos et apparaissant avec la perturbation, est appelée signal physique transporté par l'onde.

Ondes longitudinales ou ondes de compression :

La perturbation locale se fait dans la direction de propagation. le long d'un ressort

https://phyanim.sciences.univ-nantes.fr/Ondes/general/onde_longitudinale.php

Ondes transversales ou ondes de cisaillement :

La perturbation locale se fait perpendiculairement à la direction de propagation. le long d'une corde

https://phyanim.sciences.univ-nantes.fr/Ondes/general/onde_transversale.php

Type d'onde	Milieu de propagation	Signaux physiques
Ondes élastiques	solide	Déplacement transversal ou longitudinal (séisme)
Ondes sonores	fluide	Surpression acoustique, vitesse (longitudinale) $p = P - P_{atm}$
Ondes électromagnétiques	Vide	Champ électrique, champ magnétique (lumière du soleil)
Ondes de courant	Câble de transmission	Tension électrique, intensité électrique.
Ondes gravitationnelles	Vide	Déformation de l'espace

https://phyanim.sciences.univ-nantes.fr/Ondes/cuve_ondes/propagation_onde_circulaire.php

Exemple de la cuve à ondes :

Ondes circulaires, autour du point d'émission O

Altitude du capteur (bouée sur un mat fixe)

* dépend de l'instant t, et de la distance entre le point M, et le point O

=> fonction de 2 var $z(t, OM)$

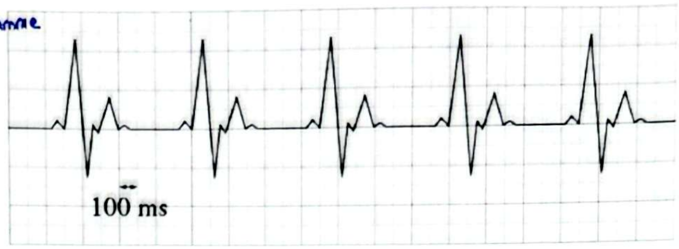
Signal : $s(t,x)$ qui se propage suivant 1 seule dir (Ox)

2.) Signaux périodiques

électrocardiogramme

→ caractérisé par sa période $T = 700ms$

$f = \frac{1}{T} = 1,4Hz$



Signal acoustique

* La fréquence correspond à la hauteur du son : un son grave a une fréquence basse, un son aigu une fréquence élevée.
Le domaine audible, intervalle des fréquences perçues par l'oreille humaine, s'étende de 20 Hz à 20 kHz.

Signal électromagnétique

TPelec : $f = 50Hz$ secteur $f = 5GHz$ wifi   Tp elec $10Hz < f < 10MHz$

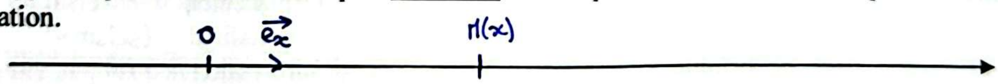
II Ondes progressives

1.) Définition

* Onde progressive à une dimension : Onde qui ne se propage que dans une seule direction.
Caractérisée par une fonction s(x,t) représentant le signal physique.
Exemple : Pour une corde vibrante, s représente le déplacement dans la direction perpendiculaire à la corde.

Célérité c: Vitesse de propagation de l'onde dans le milieu considéré. $c \geq 0$

Hypothèse : L'onde est émise par la source au point O.
- On suppose que le milieu n'est pas dispersif : L'onde se propage sans déformation dans la direction des **x>0.**
- On suppose que le milieu n'est pas absorbant : L'amplitude de l'onde n'est pas atténuée lors de sa **propagation.**



Première expression : On place des capteurs enregistreurs à différents endroits. (= bouées sur des mâts fixes)
https://phyanim.sciences.univ-nantes.fr/Ondes/general/evolution_temporelle.php

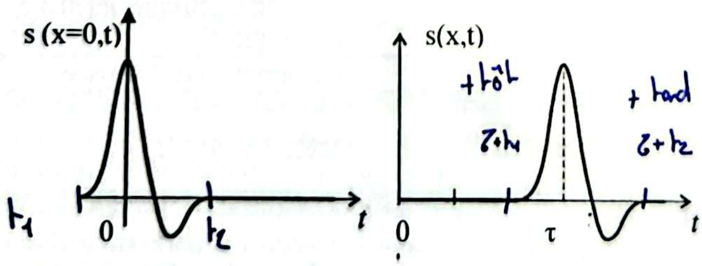


Figure 2.12 – Onde se propageant sans atténuation ni déformation dans le sens positif de (Ox), en deux points différents.

τ est le retard = temps de propagation du signal (sommet de la vague) entre O et x

$\boxed{\tau = \frac{x}{c}}$ (τ en s, x en m, c en $m.s^{-1}$)

propagation sans déformation, ni atténuation : Le signal en x, à l'instant t, est le même signal que x = 0, à l'instant $t - \tau$

$s(x,t) = s(x=0, t-\tau)$
$= s(x=0, t - \frac{x}{c})$
$= f(t - \frac{x}{c})$

Les 2 variables t et x sont liées

<u>Deuxième expression :</u> On prend des photographies à différents instants.
https://phyanim.sciences.univ-nantes.fr/Ondes/general/retard.php

d est la distance parcouru par l'onde durant t. $\boxed{d = c \times t}$
m   m.s⁻¹   s

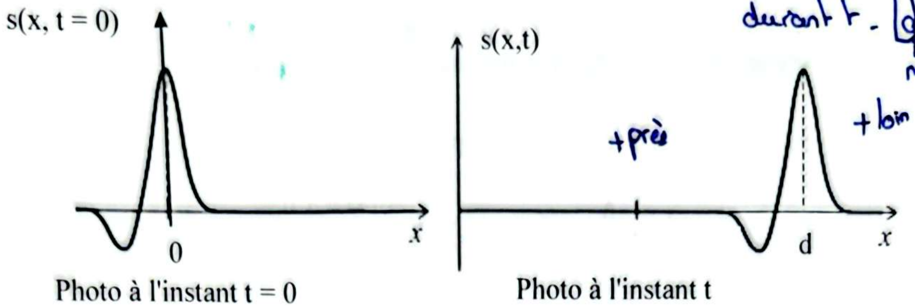


Figure 2.13 – Onde se propageant sans atténuation ni déformation dans le sens positif de (Ox), à deux instants différents.

<u>si déformation sans attenuation :</u>

$s(x,t) = s(x-d, t=0)$

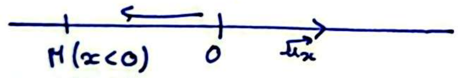
le signal en x à t est celui qui était en $x-d$ à $t=0$

$\Rightarrow s(x,t) = s(x-ct, t=0) = F(x-ct)$

En l'absence d'atténuation ou de déformation, une onde progressive, se propageant à la vitesse c dans la direction (Ox) suivant $+\vec{u}_x$ s'écrit : $s(x,t) = f\left(t - \frac{x}{c}\right) = F(x - ct)$

<u>Rq 1</u> : Attention f et F ne sont pas identiques
f fnct du temps et F fnct de la position
$\Rightarrow$ <u>forme du signal inversé</u>

<u>Rq2</u> : Pour un signal se propageant suivant $(-\vec{u}_x)$



$s(x,t) = s(x=0, t-\tau)$ où $\tau = -\frac{x}{c} > 0$ retard ⚠

$\Rightarrow s(x,t) = s(x=0, t+\frac{x}{c}) = g(t+\frac{x}{c})$

• $s(x,t) = s(x-d, t=0)$
où $d = -ct < 0$

$\Rightarrow s(x,t) = s(x+ct, t=0) = G(x+ct)$

⚠ g fonction du temps
G fonction de la distance

<u>Rq 3</u> : $s(x,t) = f(t-\frac{x}{c}) = F(x-ct)$

• $t=0$: $F(x) = f(-\frac{x}{c})$

$x=0$: $f(t) = F(-ct)$

2.) Onde progressive sinusoïdale

Onde sinusoïdale (ou harmonique) : Le signal mesuré en tout point est une fonction sinusoïdale du temps.

** f et g sont sinusoïdales : $\boxed{f(t) = f_0 \cos(\omega t) \text{ et } g(t) = g_0 \cos(\omega t)}$ où f_0 et g_0 sont les amplitudes et ω la pulsation.

$$\boxed{\text{Pour une onde se propageant suivant les } x > 0 : s(x,t) = f\left(t - \frac{x}{c}\right) = f_0 \cos\left[\omega\left(t - \frac{x}{c}\right)\right] = f_0 \cos(\omega t - kx)}$$

La vitesse de l'onde progressive sinusoïdale c est aussi appelée vitesse de phase.
Dans un milieu non dispersif, cette vitesse est indépendante de la pulsation ω.

** Vecteur d'onde $\vec{k} = k\vec{u}_x$ de direction et sens ceux de la propagation. $k = \frac{\omega}{c}$ (rad.s⁻¹ ; m.s⁻¹ ; rad.m⁻¹)

$\vec{u_x}$: $s(x,t) = f_0 \cos\left[\omega\left(t - \frac{x}{c}\right)\right]$

$= f_0 \cos\left(\omega t - \frac{\omega x}{c}\right)$ et $k = \frac{\omega}{c}$: $f_0 \cos(\omega t - kx) = f_0 \cos(kx - \omega t)$

rad.s⁻¹ ; temps

1er cas on fixe x (figure 9a)

$s(x,t) = f_0 \cos(\omega t + \varphi)$ où $\varphi = -kx = cst$

$T = \frac{2\pi}{\omega}$ Période (temporelle) $f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$ Fréquence

s(x,t) à x fixé

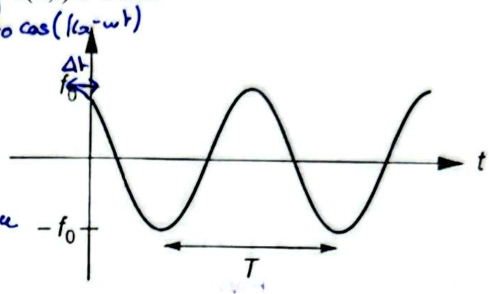


Figure 9a

Rq : $s(x,t) = f_0 \cos\left[\omega\left(t + \frac{\varphi}{\omega}\right)\right]$

On a $\Delta t = \frac{\varphi}{\omega} \Rightarrow \boxed{\varphi = \omega \Delta t = \frac{2\pi \Delta t}{T}}$

φ avance de phase : (si $\Delta t = 0$, $\varphi = 0$, on retrouve $s(x,t) = f_0 \cos(\omega t)$)

*** **2e cas** : figure (9b) pour t fixe

$s(x,t) = f_0 \cos(kx + \varphi')$ où $\varphi' = -\omega t = cst$

m ; $\boxed{\lambda = \frac{2\pi}{k}}$ rad ; rad.m⁻¹ Période spatiale ou longueur d'onde

Fréquence spatiale ou nombre d'onde : $\boxed{\sigma = \frac{1}{\lambda}}$

s(x,t) à t fixé

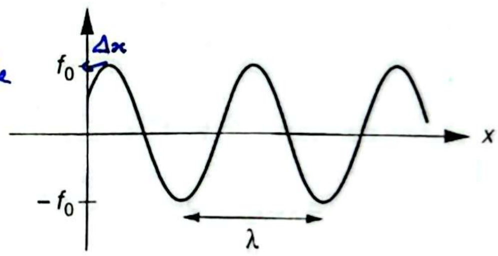


Figure 9b

Rq : $s(x,t) = f_0 \cos\left(k\left(x + \frac{\varphi'}{k}\right)\right)$

où $\frac{\varphi'}{k} = \Delta x \Rightarrow \boxed{\varphi' = \Delta x k = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta x}$

Remarque importante : $\lambda = \frac{2\pi}{k}$ et $k = \frac{\omega}{c}$

$\Rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{\omega} \times c$ or $\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \boxed{\lambda = T \times c}$

La longueur d'onde est la distance parcourue par l'onde durant une période

L'onde possède une double périodicité temporelle et spatiale

*** Pour une onde se propageant suivant les x<0 $s(x,t) = g\left(t+\frac{x}{c}\right) = g_0\cos\left[\omega\left(t+\frac{x}{c}\right)\right] = g_0\cos(\omega t + kx)$

où $g(t) = g_0\cos(\omega t)$

Vecteur d'onde : de direction et sens le sens de propagation de l'onde

Pour l'onde se propageant suivant $-\vec{u_x}$

$\boxed{\vec{k} = -k\vec{u_x} \quad \text{où } k = \frac{\omega}{c} > 0}$ $(\|\vec{k}\| = k = \frac{\omega}{c})$

Remarque 1 : Les ondes peuvent avoir une phase à l'origine : φ_0

Pour une onde se propageant suivant les x > 0 : $s(x,t) = f_0\cos\left[\omega\left(t-\frac{x}{c}\right)+\varphi_0\right] = f_0\cos(\omega t - kx + \varphi_0)$

Pour une onde se propageant suivant les x<0 $s(x,t) = g_0\cos\left[\omega\left(t+\frac{x}{c}\right)+\varphi_0\right] = g_0\cos(\omega t + kx + \varphi_0)$

Remarque 2 : Deux photos d'une onde sinusoïdale, prises aux instants t_0 et t_1

Supperposition des 2 photos

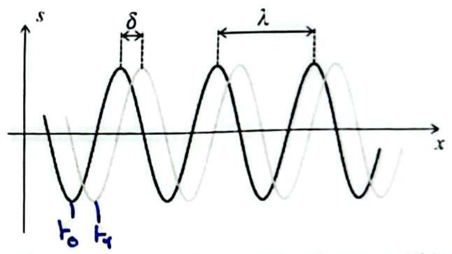


Figure 2.14 – Onde sinusoïdale se propageant dans le sens positif de (Ox) à deux instants t_0 (en gris foncé) et $t_1 > t_0$ (en gris clair).

L'onde se propage suivant $\vec{u_x}$:

Entre les instants t_0 et t_1, chaque point de l'onde s'est déplacé de $\boxed{\delta = c\Delta t = c(t_1 - t_0)}$

m   m.s⁻¹   s

Si $\Delta t = nT$: où T est la periode temporelle

$\delta = c \times \Delta t = c \times nt \Rightarrow \boxed{\delta = n\lambda}$ où λ est la période spatiale

Si n entier : Les deux courbes vont se superposer

Pour 2 capteurs enregistreurs placés en x_1 et x_2 :

$s(x_1,t) = f_0\cos(\omega t - kx_1) = f_0\cos(\omega t + \varphi_1)$ où $\underset{\to cst}{\varphi_1 = -kx_1}$

$s(x_2,t) = f_0\cos(\omega t - kx_2) = f_0\cos(\omega t + \varphi_2)$ où $\underset{\to cst}{\varphi_2 = -kx_2}$

$\varphi_{1/2}$ = Avance de phase de $s(x_1,t)$ par rapport à $s(x_2,t)$

$\varphi_{1/2} = \varphi_1 - \varphi_2 = -kx_1 + kx_2 \Rightarrow \boxed{\varphi_{1/2} = -k(x_1 - x_2)}$

où $k = \frac{2\pi}{\lambda}$

$\Rightarrow \boxed{\varphi_{1/2} = -\frac{2\pi}{\lambda}(x_1 - x_2)}$ (1)

Les deux points $M_1(x_1)$ et $M_2(x_2)$ vibrent en phase

si $\forall t$, $s(x_1,t) = s(x_2,t)$

$\Rightarrow f_0\cos(\omega t + \varphi_1) = f_0\cos(\omega t + \varphi_2)$

$\Rightarrow \varphi_1 = \varphi_2 + 2p\pi$ où $p \in \mathbb{Z}$

$\boxed{\Rightarrow \varphi_{1/2} = \varphi_1 - \varphi_2 = 2p\pi}$

(1) $\Rightarrow \varphi_{1/2} = \frac{2\pi}{\lambda}(x_2 - x_1)$

$\Rightarrow \boxed{x_2 - x_1 = p\lambda}$ où $p \in \mathbb{Z}$

Les deux points $M_1(x_1)$ et $M(x_2)$ vibrent en opposition de phase

si $\forall t$ $s(x_2,t) = -s(x_1,t)$

$\Rightarrow f_0\cos(\omega t + \varphi_2) = f_0\cos(\omega t + \varphi_1 + \pi)$

$\Rightarrow \varphi_2 = \varphi_1 + \pi + 2p\pi$ $p \in \mathbb{Z}$

$\Rightarrow \varphi_1 - \varphi_2 = \pi + 2p\pi \overset{(1)}{=} \frac{2\pi}{\lambda}(x_2 - x_1)$

$\Rightarrow \boxed{x_2 - x_1 = \frac{\lambda}{2} + p\lambda}$ où $p \in \mathbb{Z}$

Rq : La propagation des ondes dans un milieu très peu dense (vide ou gaz) est non dispersif

Conclusion : Milieux dispersifs : La vitesse de propagation d'une onde progressive sinusoïdale dépend de la fréquence : $v_\varphi(\omega) = \frac{\omega}{k}$

***

La propagation des ondes acoustiques dans un fluide est non dispersive, ainsi que celle de l'onde de déformation sur une corde ou d'une onde électrique dans un câble coaxial.
La propagation des ondes à la surface de l'eau est en générale dispersive.
La propagation d'ondes électromagnétiques dans le vide est non dispersive.
Dans un milieu matériel, la vitesse de l'onde dépend de l'indice du milieu : $v_\varphi(\lambda) = \frac{c}{n(\lambda)}$