TD MC1 Cinématique

Exercice n°1 : Distance de sécurité.

Deux automobiles se déplacent sur une portion droite d'autoroute. A un instant pris comme origine des temps, le conducteur de la voiture 1 veut freiner pour ne pas heurter celle située devant lui et évoluant à vitesse constante v_2, lorsqu'il constate que ses freins ne fonctionnent plus. La seule décélération de la voiture provient alors des frottements et on admettra qu'elle est proportionnelle au carré de la vitesse suivant une loi du type : $\vec{a}_1 = -\alpha v_1^2 \vec{e}_x$ où v_1 dépend du temps.

A l'instant t = 0, la voiture 1 a une vitesse v_{10} et est située en x = 0 à une distance d de la voiture 2.

1.) Etablir pour la voiture 1 les expressions de la vitesse v_1 et de la distance x_1 parcourue en fonction du temps.
2.) En déduire la relation entre v_1 et x_1.
3.) Déterminer $x_2(t)$. Etudier les variations de la fonction $X=x_2 - x_1$ en fonction du temps (faire un tableau de variation). En déduire la distance initiale minimale d_{min} pour que la collision soit évitée.
A.N. : $v_{10} = 160$ km.h^{-1}, $v_2 = 90$ km.h^{-1}, $\alpha = 3.10^{-3}$ m^{-1}. Calculer d_{min}.

Exercice n°2 : Satellite.

Un satellite géostationnaire est en mouvement circulaire uniforme autour de la Terre. Il ressent une accélération $a = g_0 \left(\frac{R_T}{r}\right)^2$ où $R_T = 6400$ km est le rayon de la terre, $g_0 = 9,8$ m.s^{-2} et r est le rayon de l'orbite. La période de révolution du satellite est égale à la période de rotation de la terre sur elle-même.

1. Calculer la période T de rotation de la Terre en secondes, puis la vitesse angulaire Ω.
2. Déterminer l'altitude de l'orbite géostationnaire.
3. Déterminer sa vitesse sur sa trajectoire et calculer sa norme.

Exercice n°3 : Manège.

Un enfant se déplace sur un manège en rotation. Vue d'un arbre, sa position est donnée par les coordonnées polaires $r(t)=v_0t$ et $\theta(t)=\omega_0 t$, où v_0 et ω_0 sont des constantes positives.
1) Donner les unités de v_0 et ω_0 dans le système international.
2) Evaluer la vitesse de l'enfant en coordonnées polaires, ainsi que l'accélération.
3) Quelle est la trajectoire de l'enfant dans le référentiel du manège si celui-ci tourne à la vitesse angulaire ω_0 ?
4) Quelle est l'allure de la trajectoire dans le référentiel terrestre ?

Exercice n°4 : Lune.

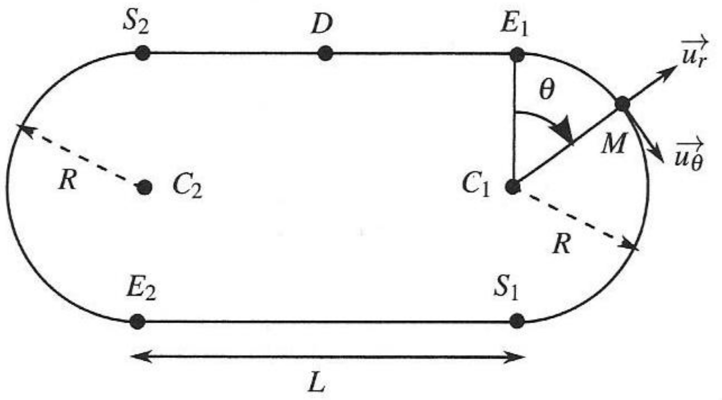
Dans le référentiel géocentrique, la Lune effectue une révolution circulaire centrée sur la Terre en 27,3 jours. La distance du centre de la Terre au centre de la Lune est environ égale à $D_{TL} = 3,84.10^5$ km. Au cours de cette révolution, la Lune montre toujours la même face à la Terre.

1. Décrire le mouvement de la Lune dans le référentiel géocentrique.
2. En déduire la vitesse angulaire $\dot{\theta}_0$ de révolution du centre de la Lune sur sa trajectoire.
3. Déterminer la vitesse et l'accélération du centre de la Lune dans le référentiel géocentrique. Calculer numériquement la norme de la vitesse.
4. Décrire le mouvement de la Lune dans le référentiel sélénocentrique qui a les mêmes axes de référence que le référentiel géocentrique mais pour origine le centre L de la Lune.
5. Déterminer la vitesse angulaire $\dot{\theta}_p$ de rotation de la Lune sur elle-même.

Exercice n°5 : Parcours d'un cycliste sur un vélodrome.

On s'intéresse à un cycliste, considéré comme un point matériel M, qui s'entraîne sur un vélodrome constitué de deux demi-cercles reliés par deux lignes droites.

Données : L = 62 m et R = 20 m. Le cycliste part de D avec une vitesse nulle. $DE_1 = \frac{L}{2}$.



1. Il exerce un effort constant, ce qui se traduit par une accélération constante a_1 jusqu'à l'entrée E_1 du premier virage. Calculer le temps t_{E1} de passage en E_1 ainsi que la vitesse V_{E1} en fonction de a_1 et L.

2. Dans le premier virage, le cycliste a une accélération tangentielle (suivant $\overrightarrow{u_\theta}$) constante et égale à a_1. Déterminer le temps t_{S1} de passage en S_1 ainsi que la vitesse v_{S1} en fonction de a_1, L et R.

3. De même, en considérant l'accélération tangentielle constante tout au long du premier tour et égale à a_1, déterminer les temps t_{E2}, t_{S2} et t_D (après un tour), ainsi que les vitesses correspondantes.

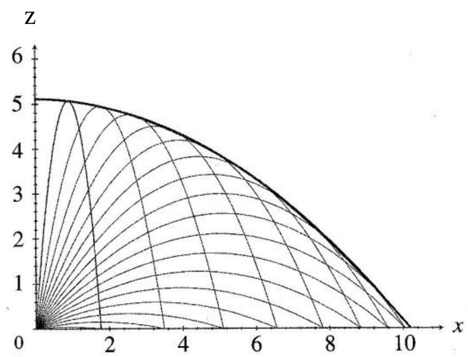
4. La course s'effectue sur quatre tours (1 km) mais on ne s'intéresse donc qu'au premier effectué en t_1 = 18,155 s (Temps du britannique Chris Hoy aux Championnats du monde de 2007).

Déterminer la valeur de l'accélération a_1 ainsi que la vitesse atteinte en D.
La vitesse mesurée sur piste est d'environ 60 $km.h^{-1}$.
Que doit-on modifier dans le modèle pour se rapprocher de la réalité ?

Exercice n°6 : Tir d'un projectile : parabole de sûreté.

Un point matériel M de masse m est lancé en l'air à t=0 dans le champ de pesanteur $\vec{g}$, avec une vitesse $\overrightarrow{v_o}$ faisant un angle θ avec l'horizontale. Le référentiel du laboratoire est supposé galiléen. On néglige tout frottement.

On désire que le point M, lancé à la vitesse $\overrightarrow{v_o}$ atteigne le point M_0 (x_0, z_0). Déterminer les angles θ possibles. On réutilisera directement l'équation de la trajectoire trouvée en cours.
(on pourra poser u=tan θ et trouver l'équation du second degré vérifiée par u.)



Le graphe a été tracé pour une vitesse initiale de 10 $m.s^{-1}$.