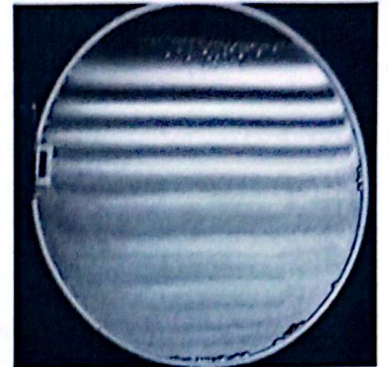


I Interférence entre deux ondes acoustiques ou mécaniques de même fréquence	1
1.) Expérience : Cuve à ondes.....	1
2.) Expérience : Ondes ultrasonores.	2
3.) Calcul de la différence de chemin parcourue	4
II Interférence entre deux ondes lumineuses de même fréquence : Exemple du dispositif des trous d'Young.5	
1.) Calcul de l'intensité.....	5
2.) Notion de chemin optique.....	7

<http://sciencedemonstrations.fas.harvard.edu/presentations/thin-film-interference>

Interférences en lumière blanche sur 1 film d'eau savonneuse. film d'épaisseur variable, on voit que l'interfrange dépend de la longueur d'onde



I Interférence entre deux ondes acoustiques ou mécaniques de même fréquence

1.) Expérience : Cuve à ondes

Les ondes émises par S_1 et S_2 arrivent en phase au point Π .

D'après Sp 1, la différence de chemin parcouru est: $d_2 - d_1 = p\lambda$ $p \in \mathbb{Z}$

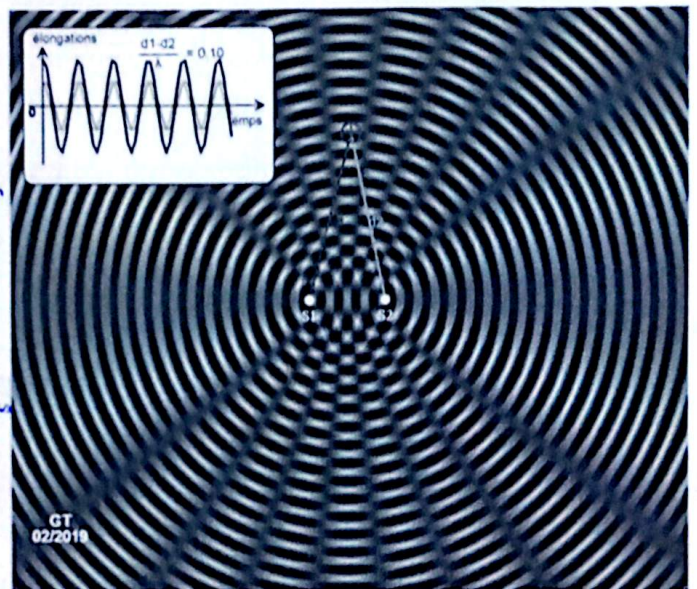
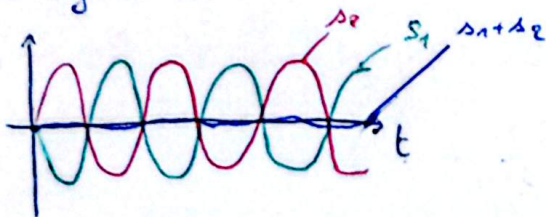
$\Rightarrow$ Hauteurs des vagues maximales car les deux signaux se superposent.
= phénomène d'interférence constructive

Hauteurs de vagues nulles sur les zones planes (branches d'hyperboles).

Les ondes émises par S_1 et S_2 arrivent en opposition de phase en Π'

$$\Rightarrow d_2 - d_1 = \frac{\lambda}{2} + p\lambda \quad p \in \mathbb{Z}$$

Interférences destructives.



http://www.sciences.univ-nantes.fr/sites/genevieve_tulloue/Ondes/cuve_ondes/interference_ondes_circulaires.php

2.) Expérience : Ondes ultrasonores.

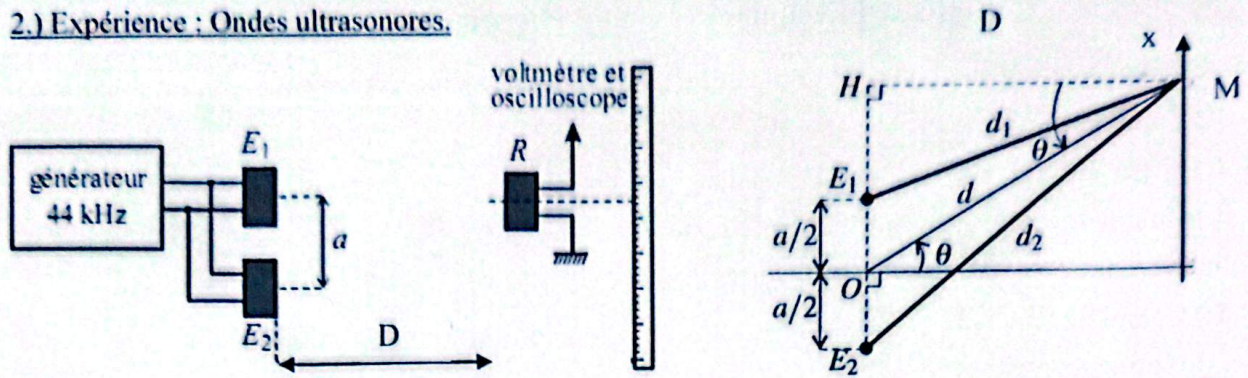


Figure 3.3 – Expérience pour l'observation des interférences d'ondes ultrasonores.

car $\tau_1 = \frac{d_1}{c}$: retard.

$$s_1(t) = A_1 \cos\left(\omega t + \varphi_{10} - \frac{\omega d_1}{c}\right) \text{ et } k = \frac{\omega}{c}$$

D'après SP1 $s_1(t) = A_1 \cos[\omega(t - \tau_1) + \varphi_{10}]$
 $s_1(t) = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1)$ car $\varphi_1 = \varphi_{10} - k d_1$
 de même $s_2(t) = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2)$ car $\varphi_2 = \varphi_{20} - k d_2$

On se place en un point M fixe du champ d'observation :

$$s_1(t) = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1) \text{ où } \varphi_1 = -k d_1 + \varphi_{10}$$

$$s_2(t) = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2) \text{ où } \varphi_2 = -k d_2 + \varphi_{20}$$

Hypothèses :

- Les signaux sont initialement émis en phase. On choisit la même phase : $\varphi_{10} = \varphi_{20} = \varphi_0$
- Les signaux ont même amplitude : $A_1 = A_2 = A_0$

Rappel : $\cos p + \cos q = 2 \cos\left(\frac{p+q}{2}\right) \cos\left(\frac{p-q}{2}\right)$

Signal résultant :

$$\begin{aligned} s(t) &= s_1 + s_2 = A \cos(\omega t + \varphi_1) + A \cos(\omega t + \varphi_2) \\ &= A \left[2 \cos\left(\frac{\omega t + \varphi_1 + \varphi_2}{2}\right) \cos\left(\frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2}\right) \right] \\ &= \underbrace{2 A \cos\left(\omega t + \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2}\right)}_{\text{Amplitude du signal sinusoïdal au pt } \pi} \cos\left(\frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2}\right) \end{aligned}$$

$$A(\pi) = \left| 2 A \cos\left(\frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2}\right) \right|$$

$$s(t) = A(\pi) \cos\left(\omega t + \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2}\right)$$

$$\begin{aligned} \varphi_1 &= \varphi_0 - k d_1 \\ \varphi_2 &= \varphi_0 - k d_2 \end{aligned} \rightarrow \varphi_1 - \varphi_2 = -k(d_1 - d_2) \quad k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$\left| \varphi_1 - \varphi_2 \right| = \frac{2\pi}{\lambda} (d_1 - d_2)$$

$\varphi_1 - \varphi_2$ est l'avance de phase du signal émis par E1 / signal émis par E2 au pt π

L'amplitude $A(\pi)$ est max au pt π

$$\text{si } \left| \cos\left(\frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2}\right) \right| = 1 \Rightarrow \cos\left(\frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2}\right) = \pm 1$$

$$\Rightarrow \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2} = p\pi \quad p \in \mathbb{Z}$$

$$\Rightarrow \varphi_1 - \varphi_2 = 2p\pi$$

Signaux en phase, interférences constructives

$$A_{\max} = 2 A_0$$

L'amplitude $A(r)$ est min au pt r

si $\cos\left(\frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2}\right) = 0$

$$\Rightarrow \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2} = \frac{\pi}{2} + p\pi$$

$$\Rightarrow \varphi_1 - \varphi_2 = \pi + 2p\pi$$

Signaux en opposition de phase,
interférences destructives.

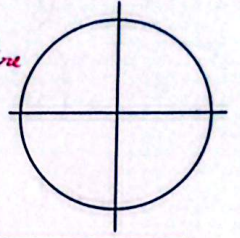
$$\varphi_1 - \varphi_2 = -\frac{2\pi}{\lambda} (d_1 - d_2) = \frac{2\pi}{\lambda} (d_2 - d_1)$$

IC : $\varphi_1 - \varphi_2 = 2p\pi = \frac{2\pi}{\lambda} (d_2 - d_1)$
 $\Rightarrow d_2 - d_1 = \lambda p \quad p \in \mathbb{Z}$

ID : $\varphi_1 - \varphi_2 = \pi + 2p\pi = \frac{2\pi}{\lambda} (d_2 - d_1)$

$$\Rightarrow d_2 - d_1 = \frac{\lambda}{2} + \lambda p \quad p \in \mathbb{Z}$$

Calcul à connaître



L'amplitude de l'onde résultante au point M est $A(M) = \left| 2A_0 \cos\left(\frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2}\right) \right|$

où $\varphi_1 - \varphi_2 = -k(d_1 - d_2) = -\frac{2\pi}{\lambda} (d_1 - d_2)$

Interférences constructives (amplitude maximale) si les signaux sont en phase :

$$\varphi_1 - \varphi_2 = 2p\pi \quad \text{soit} \quad d_2 - d_1 = p\lambda$$

Interférences destructives (amplitude minimale) si les signaux sont en opposition de phase :

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \pi + 2p\pi \quad \text{soit} \quad d_2 - d_1 = \frac{\lambda}{2} + p\lambda$$

p entier relatif appelé ordre d'interférence

http://www.sciences.univ-nantes.fr/sites/genevieve_tulloue/Ondes/general/somme.php

Remarque : Pour deux ondes d'amplitude différente, la formule des interférences permet de calculer l'amplitude résultante : $A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2)$ (1)

• Ondes en phase $\varphi_1 - \varphi_2 = 2p\pi$

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \rightarrow A^2 &= A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(2p\pi) \\ &= A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \end{aligned}$$

$$A^2 = (A_1 + A_2)^2$$

$$A_{\text{max}} = A_1 + A_2$$

• Ondes en opp de phase $\varphi_1 - \varphi_2 = \pi + 2p\pi$

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \rightarrow A^2 &= A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\pi + 2p\pi) \\ &= A_1^2 + A_2^2 - 2A_1A_2 \end{aligned}$$

$$A^2 = (A_1 - A_2)^2$$

$$A_{\text{min}} = |A_1 - A_2|$$

Rq Δ. Pour retrouver $\varphi_1 - \varphi_2 = -\frac{2\pi}{\lambda} (d_1 - d_2)$

$$\begin{aligned} \varphi &= \omega \Delta t = \frac{2\pi}{T} \Delta t = \frac{2\pi \cdot c \Delta t}{cT} = \frac{2\pi \Delta d}{\lambda} \\ &= \frac{2\pi}{\lambda} \Delta d \end{aligned}$$

* dessin : $d_2 > d_1$ Le signal émis par E_2 arrive en retard / E_1

Or φ est l'avance de phase :

$$\varphi_{1/2} = \varphi_1 - \varphi_2 > 0$$

$d_1 - d_2 < 0$ d'où le signe $\ominus$

3.) Calcul de la différence de chemin parcourue

Si $a \ll D$ et $x \ll D$, $d_2 - d_1 \approx \frac{ax}{D}$

Remarque : $(1 + \epsilon)^n \approx 1 + n\epsilon$ pour $\epsilon \ll 1$. (DL)

Démonstration:

A connaître

$$E_1 n^2 = E_1 h^2 + h n^2$$

$$= \left(x - \frac{a}{2}\right)^2 + D^2$$

$$\text{de m} \quad E_2 n^2 = \left(x + \frac{a}{2}\right)^2 + D^2$$

$$d_1 = E_1 n = \left(\left(x - \frac{a}{2}\right)^2 + D^2\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$= \left(D^2 \left(\left(\frac{x - \frac{a}{2}}{D}\right)^2 + 1\right)\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$\Rightarrow D \left[\left(\frac{x - \frac{a}{2}}{D}\right)^2 + 1\right]^{\frac{1}{2}}$$

$$\text{en pose } \epsilon = \left(\frac{x - \frac{a}{2}}{D}\right)^2 \quad \epsilon \ll 1$$

$$(1 + \epsilon)^n \approx 1 + n\epsilon$$

$$d_1 \approx D \left(1 + \frac{1}{2} \left(\frac{x - \frac{a}{2}}{D}\right)^2\right)$$

Rq sans DL : $d_2^2 - d_1^2 = \left(x + \frac{a}{2}\right)^2 - \left(x - \frac{a}{2}\right)^2$

$$= 2xa$$

$$\text{Or } d_2^2 - d_1^2 = (d_2 - d_1)(d_2 + d_1)$$

$$\text{On admet que } d_1 + d_2 \approx 2D$$

$$\Rightarrow (d_2 - d_1) 2D = 2xa$$

$$\Rightarrow \boxed{d_2 - d_1 = \frac{xa}{D}}$$

Démonstration 2 - géométrique + par la cellule

$$E_2 I' = d_2 - d_1 \quad I \text{ et } I' \text{ très proches } \downarrow$$

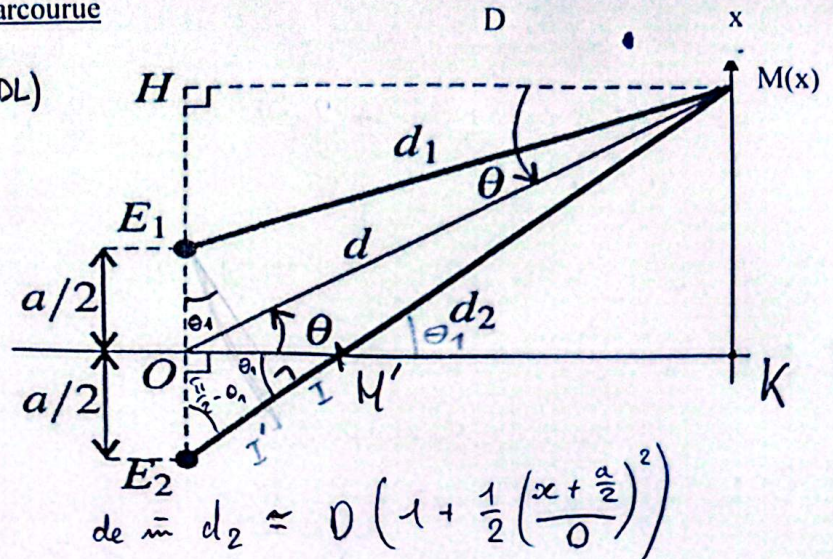
$$E_2 I \approx E_2 I' \approx d_2 - d_1$$

$$\Delta E_1 E_2 I \quad \sin \theta_1 = \frac{E_2 I}{E_1 E_2} \approx \frac{d_2 - d_1}{a}$$

$$\Delta OKP \quad \tan \theta = \frac{KP}{OK} = \frac{x}{D}$$

$$\widehat{E_1 E_2 I} = \frac{\pi}{2} - \theta_1$$

$$\text{Dans } \Delta OE_2 H', \quad \widehat{E_2 H' O} = \theta_1 = \widehat{K H' P}$$



$$\text{de m} \quad d_2 \approx D \left(1 + \frac{1}{2} \left(\frac{x + \frac{a}{2}}{D}\right)^2\right)$$

$$\text{Donc } d_2 - d_1 \approx D \left(1 + \frac{1}{2} \left(\frac{x + \frac{a}{2}}{D}\right)^2 - \left(1 + \frac{1}{2} \left(\frac{x - \frac{a}{2}}{D}\right)^2\right)\right)$$

$$\approx \frac{1}{2} D \left(\left(\frac{x + \frac{a}{2}}{D}\right)^2 - \left(\frac{x - \frac{a}{2}}{D}\right)^2\right)$$

$$\approx \frac{D}{2D^2} \left(x^2 + \frac{a^2}{4} + xa - \left(x^2 + \frac{a^2}{4} - xa\right)\right)$$

$$\approx \frac{1}{2D} (+2xa) \approx + \frac{xa}{D}$$

$$\boxed{d_2 - d_1 = \frac{ax}{D}}$$

si $a \ll D$ et $x \ll D$ $\theta \approx \theta_1$ très petits

$$\sin \theta \approx \tan \theta \approx \theta \Rightarrow \frac{x}{D} \approx \frac{d_2 - d_1}{a}$$

$$\Rightarrow d_2 - d_1 \approx \frac{ax}{D}$$

Interférences constructives $d_2 - d_1 = p\lambda$

$$\Rightarrow \frac{d_2 - d_1}{D} \approx \frac{ax}{D} \approx p\lambda$$

$$\Rightarrow \boxed{x = \frac{pD\lambda}{a}} \quad p \in \mathbb{Z}$$

Interférences destructives

$$d_2 - d_1 = \frac{\lambda}{2} + p\lambda \approx \frac{ax}{D}$$

$$\Rightarrow \boxed{x \approx \frac{\lambda D}{2a} + p \frac{\lambda D}{a}} \quad p \in \mathbb{Z}$$

Interfrange: $i = x_{p_{n+1}} - x_p$

5

$$x \approx p \frac{\lambda D}{a} \Rightarrow \boxed{i = \frac{\lambda D}{a}} \text{ distance entre 2 max ou 2 min.}$$

Rq : Pour observer des interférences, i ne doit pas être trop petit
 $\Rightarrow \lambda$ et $\frac{a}{D}$ doivent être du même ordre de grandeur.

II Interférence entre deux ondes lumineuses de même fréquence : Exemple du dispositif des trous d'Young

1.) Calcul de l'intensité

L'intensité de l'onde lumineuse en un point M, résultant de la superposition de deux ondes d'intensité I_1 et I_2 est donnée par la formule de Fresnel :

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\varphi_1 - \varphi_2) \text{ où } \varphi_1 - \varphi_2 = -\frac{2\pi}{\lambda}(d_1 - d_2)$$

<http://ressources.univ-lemans.fr/AccesLibre/UM/Pedago/physique/02/optiondu/young.html>

https://web-labosims.org/animations/interferences_deuxsources/interferences.html

D

• Pour observer des interférences lumineuses, les sources doivent être synchrones (cohérentes): On utilise 1 seule source lumineuse en S qui éclaire les 2 trous E_1 et E_2 .

• les fréquences observées en optique sont très grde ($\approx 10^{15}$ Hz)

$\Rightarrow$ Détecteurs utilisés (dont l'œil) sont sensibles uniquement à l'intensité lumineuse

$$\boxed{I(r) = K \langle s^2(t) \rangle}$$

K coef de proportionnalité

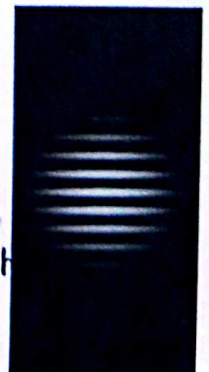
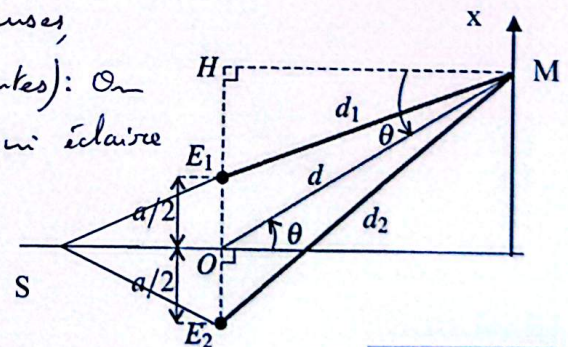
En 1 pt r fixé,

$$s(t) = A \cos(\omega t + \varphi)$$

$$s^2(t) = A^2 \cos^2(\omega t + \varphi)$$

$$\Rightarrow \langle s^2(t) \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T A^2 \cos^2(\omega t + \varphi) dt$$

$$\cos(2a) = 2 \cos^2(a) - 1 \Rightarrow \cos^2(a) = \frac{\cos(2a) + 1}{2}$$



$$\Rightarrow \langle s^2(t) \rangle = \frac{A^2}{2T} \int_0^T (1 + \cos(2\omega t + 2\varphi)) dt$$

$$= \frac{A^2}{2T} \left[t + \frac{\sin(2\omega t + 2\varphi)}{2\omega} \right]_0^T$$

$$\langle s^2(t) \rangle = \frac{A^2}{2} \quad \text{car} \quad \omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \left[\sin(2\omega t + 2\varphi) \right]_0^T = 0$$

$$\boxed{I(n) = \frac{KA^2}{2}} \quad (7)$$

Formule des interférences

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2)$$

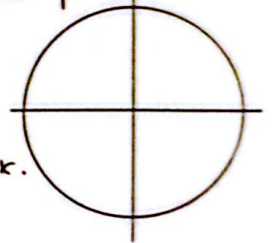
$$\Rightarrow \frac{1}{2} KA^2 = \frac{1}{2} KA_1^2 + \frac{1}{2} KA_2^2 + \frac{1}{2} K2A_1A_2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2)$$

$s_1(t) = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1)$ émise par E_1 , arrivée au point P.

$$I_1 = \frac{KA_1^2}{2} \quad s_2(t) = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2), \text{ émise par } E_2, \text{ arrivée au pt P.}$$

$$I_2 = \frac{KA_2^2}{2} \quad I_1 I_2 = \frac{K^2 A_1^2 A_2^2}{4} \Rightarrow \sqrt{I_1 I_2} = \frac{K}{2} A_1 A_2$$

I résultante des 2 signaux.



$$\Rightarrow \boxed{I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\varphi_1 - \varphi_2)} \quad \text{Formule de Fresnel.}$$

Rq: Pour démontrer la formule des interférences.

$$s(t) = s_1(t) + s_2(t)$$

$$s(t) = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1) + A_2 \cos(\omega t + \varphi_2)$$

ou dvp tout

$$s(t) = A \cos(\omega t) + B \sin(\omega t)$$

$$= A \cos(\omega t + \varphi)$$

Rq 2: Pour $I_1 = I_2 = I_0$

(signaux de même amplitude).

$$I = 2I_0 (1 + \cos(\varphi_1 - \varphi_2))$$

Formule de Fresnel

Maximum d'intensité lumineuse

$$\text{pour } \cos(\varphi_1 - \varphi_2) = +1$$

$$\Rightarrow \varphi_1 - \varphi_2 = 2p\pi \quad p \in \mathbb{Z}$$

$$\text{or } \varphi_1 - \varphi_2 = -\frac{2\pi}{\lambda} (d_1 - d_2)$$

$$\Rightarrow 2p\pi = -\frac{2\pi}{\lambda} (d_1 - d_2)$$

$$\Rightarrow (d_2 - d_1) = p\lambda \quad p \in \mathbb{Z}$$

Interférences constructives

franges brillantes

Pour $a \ll D$ et $x \ll D$ $d_2 - d_1 \approx \frac{ax}{D}$

$$\Rightarrow \frac{ax}{D} \approx p\lambda \Rightarrow \boxed{x = p \frac{\lambda}{a} D} \quad p \in \mathbb{Z}$$

$$I_{\max} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} = (\sqrt{I_1} + \sqrt{I_2})^2$$

Minimum d'intensité lumineuse

Pour $\cos(\varphi_1 - \varphi_2) = -1$

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \pi + p\pi \quad p \in \mathbb{Z} \quad \left| \begin{array}{l} \text{donc} \\ \frac{2\pi}{\lambda} + p\pi = -\frac{2\pi}{\lambda} (d_2 - d_1) \end{array} \right.$$

$$\text{or } \varphi_1 - \varphi_2 = -\frac{2\pi}{\lambda} (d_2 - d_1)$$

2.) Notion de chemin optique

$\delta(M)$ est la différence de chemin optique, c'est-à-dire la différence entre les longueurs totales des trajets suivis par la lumière entre S et M, multipliée par l'indice optique n du milieu traversé.

$$\delta(M) = n(SE_2 + E_2M) - n(SE_1 + E_1M) = n(E_2M - E_1M) = n(d_2 - d_1) \approx n \frac{ax}{D} \text{ si } a \ll D \text{ et } x \ll D$$

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{2\pi}{\lambda_0} \delta(M)$$

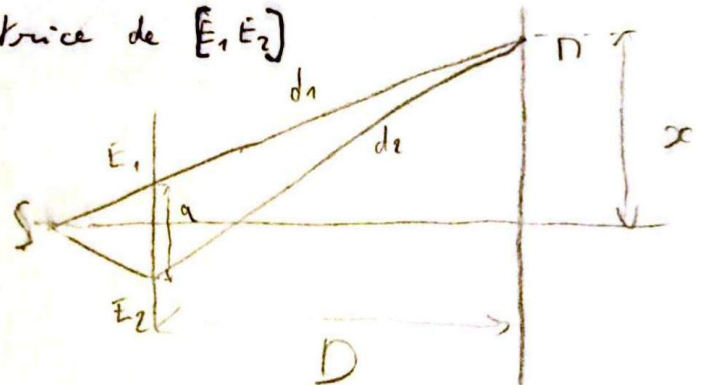
L'interfrange correspond à la distance entre deux franges brillantes successives : $i = \frac{\lambda D}{a}$ où $\lambda = \frac{\lambda_0}{n}$

$SE_1 = SE_2$ car S est sur la médiatrice de $[E_1, E_2]$

Rq : Cas intéressant

On modifie l'indice sur 1 partie du trajet en y ajoutant une lame de verre d'épaisseur e , d'indice n , devant E_2

$\Rightarrow$ on modifie le chemin optique.



$$\varphi_1 - \varphi_2 = -\frac{2\pi}{\lambda} (d_2 - d_1) = \frac{2\pi}{\lambda} (d_2 - d_1)$$

$$\text{d'OG 1 : } \boxed{\lambda = \frac{\lambda_0}{n}} \Rightarrow \varphi_1 - \varphi_2 = 2\pi \frac{n}{\lambda_0} (d_2 - d_1)$$

$$\Rightarrow \boxed{\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{2\pi}{\lambda_0} \delta(n)}$$

longueur d'onde dans le vide

Interfrange :

$$i = x_{p+1} - x_p \quad \text{or } x = p \frac{\lambda D}{a}$$

$$= (p+1) \frac{\lambda D}{a} - p \frac{\lambda D}{a}$$

$$\boxed{i = \frac{\lambda D}{a}}$$

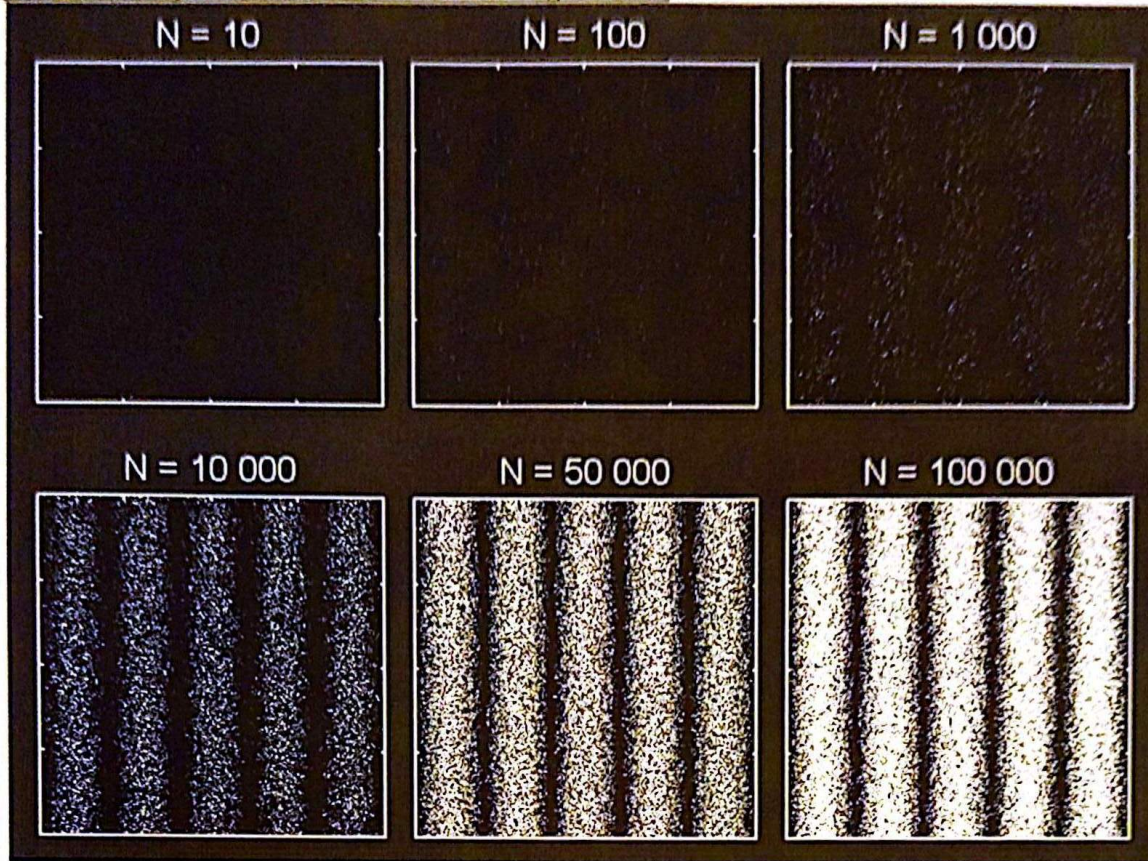
$$\lambda = \frac{\lambda_0}{n} \Rightarrow$$

$$\boxed{i = \frac{\lambda_0 D}{na}}$$

Conclusion : Interférences à un photon

Interférences à photons uniques. De l'expérience des fentes d'Young au choix retardé. V. Jacques-2007

<https://www.youtube.com/watch?v=PaTqZrc5iYk>



<https://toutestquantique.fr/dualite/>

Interférences avec d'autres particules

<https://www.pourlascience.fr/sd/physique/des-interferences-de-molecules-filmees-en-temps-reel-11299.php>