

TD MC6 Mouvement à force centrale

Le rayon de la terre vaut $R_T = 6380$ km. L'accélération de la pesanteur au niveau du sol est $g_0 = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$. La période sidérale est $T_{\text{sid}} = 86\,164$ s (temps mis par la terre pour effectuer une rotation complète sur elle-même). On se place dans le référentiel $\mathcal{R}$ géocentrique supposé galiléen.

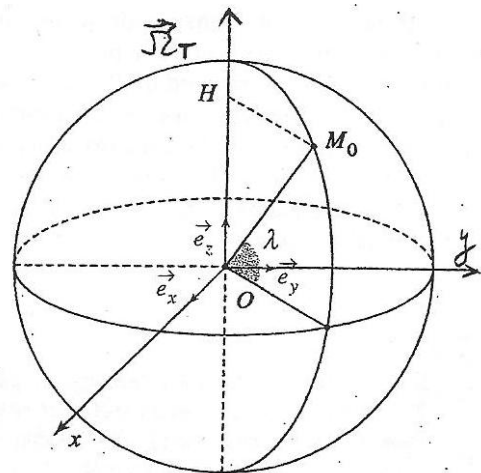
Exercice n°1 : Lancement.

Un satellite M de masse m décrit une orbite circulaire autour de la terre.

- 1.) Déterminer l'expression de la vitesse v_C de M en fonction de g_0 , R_T et de r le rayon de la trajectoire.
- 2.) Déterminer la période du mouvement T.
- 3.) Calculer v_C et T pour un satellite à l'altitude $z = 200$ km.
- 4.) Le satellite est lancé d'un point au sol M_0 de latitude λ . Déterminer l'énergie du satellite sur son orbite, puis l'énergie du satellite au sol. En déduire, en fonction de g_0 , m, R_T , r, λ et Ω_T vitesse angulaire de rotation de la terre, l'énergie nécessaire pour satelliser M.

De quels points du globe terrestre est-il préférable d'effectuer le lancement ?

A.N. : Satellite de masse $m = 1$ tonne lancé de l'équateur à l'altitude $z = 200$ km.



Exercice n°2 : Trajectoires possibles

Un satellite artificiel M, de masse m, est soumis à l'attraction terrestre de centre O. Sa vitesse initiale est $\vec{v}_0$, son rayon polaire initial $\vec{OM}_0 = \vec{r}_0$.

- 1.) Déterminer en fonction de g_0 , R_T et r_0 la vitesse de libération v_ℓ du satellite, c'est-à-dire la vitesse initiale lui permettant de s'affranchir de l'attraction terrestre. A.N. Altitude initiale du satellite $z_0 = 100$ km. Calculer v_ℓ . Quelle est la trajectoire de M lorsque $v_0 < v_\ell$? $v_0 = v_\ell$? $v_0 > v_\ell$?

2.) On appelle apogée le point de la trajectoire pour lequel OM est maximal et périgée le point pour lequel OM est minimal. L'apogée et le périgée sont les seuls points pour lesquels le rayon vecteur est orthogonal à la vitesse sur une ellipse. La vitesse initiale $\vec{v}_0$ est supposée orthogonale au vecteur position initial $\vec{r}_0$.

a) En utilisant les lois de conservation, déterminer, lorsque la trajectoire est une ellipse, le rayon polaire r du point diamétralement opposé au point initial en fonction de r_0 , v_0 , g_0 , R_T .

b) En déduire l'expression de la vitesse v_C du satellite à orbite circulaire. Déterminer l'apogée et le périgée de la trajectoire lorsque $v_0 < v_C$ puis lorsque $v_0 > v_C$.

c) Retrouver l'expression de la vitesse de libération.

Exercice n°3. Changement d'orbite

La terre est supposée à symétrie sphérique, de centre O, de rayon R_T .

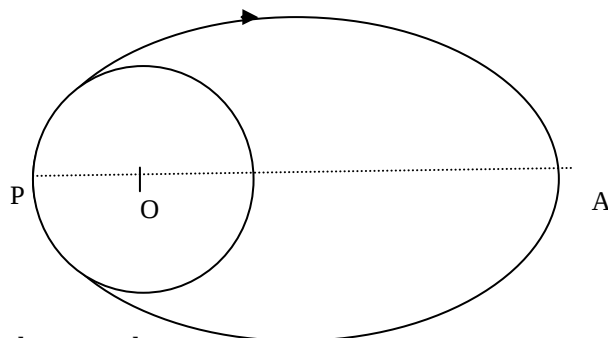
- 1.) Un satellite de masse m décrit une trajectoire circulaire rasante de rayon R_T . Quelles sont les expressions de la vitesse v_0 et de la période T_0 du satellite en orbite terrestre circulaire rasante ? Calculer numériquement v_0 et T_0 .

2) Un satellite géostationnaire décrit une trajectoire circulaire située dans un plan équatorial et semble fixe pour un observateur terrestre. Déterminer le rayon r_1 de l'orbite d'un satellite géostationnaire. Calculer la vitesse v_1 de ce satellite.

3.) On veut faire passer un satellite de l'orbite circulaire rasante de rayon $R_T = OP$ à l'orbite géostationnaire de rayon $r_1 = OA$. Un moteur auxiliaire permet de modifier la vitesse du satellite aux points P et A. Le satellite parcourt alors une demi-ellipse dite de transfert, de périgée P et d'apogée A.

- Déterminer littéralement puis numériquement les vitesses v'_0 et v'_1 du satellite en P et A sur sa trajectoire elliptique.

- Calculer la durée de transfert de P à A.



Exercice n°4 : Météore

Un météore de masse m , négligeable devant la masse M_T de la terre, arrive de l'infini avec la vitesse $\vec{v}_0$ par rapport à la terre. Son paramètre d'impact est $OH = b$. En utilisant les lois de conservation, calculer sa distance $r_{\min}$ de plus courte approche de la Terre, en fonction de v_0 , b , g_0 , R_T .

En déduire la distance $b_{\min}$ nécessaire pour sauver la terre.

