

Devoir surveillé n°4. Electricité. Signaux. Chimie

PTSI. 16 janvier 2026. 1h55.

Les calculatrices, objets connectés ainsi que tous les documents sont interdits.

Veiller à la clarté de la rédaction et à l'homogénéité des équations. Présenter les résultats sous forme littérale avant de faire les applications numériques. Mettre en évidence (encadrer, souligner. . .) les résultats. La qualité de la rédaction sera prise en compte dans la notation.

Le barème est donné à titre indicatif et pourra être légèrement ajusté au moment de la correction.

Les différentes parties sont indépendantes et peuvent être abordées dans l'ordre de votre choix.

Problème n° 1. Ondes gravitationnelles (36%)

Les parties A et B sont indépendantes

Le Ligo (Laser Interferometer Gravitational waves Observatory, *Observatoire d'ondes gravitationnelles par interférométrie laser*) est une expérience de physique de très grande échelle ayant pour but de mesurer le passage d'ondes gravitationnelles. Ligo a mesuré au moins trois passages d'ondes gravitationnelles différents, correspondant chacun à la fusion de deux trous noirs.

On donne la vitesse de la lumière dans le vide : $c = 3.10^8 \text{ m.s}^{-1}$

A. Propagation des ondes gravitationnelles

Les ondes gravitationnelles sont, comme les ondes électromagnétiques, des ondes qui peuvent se propager dans le vide interstellaire à la vitesse de la lumière dans le vide. Le signal physique transporté est une déformation de l'espace-temps qui contracte ou dilate les longueurs au passage de l'onde. Le phénomène à l'origine de l'onde est la présence d'une grande masse qui se déplace (comme un bout de bois ferait des vagues en se déplaçant à la surface d'un lac). On va étudier ici quelques données recueillies lors de la première mesure réalisée GW150914 dont on peut observer certaines des données dans la figure A ci-dessous.

1. Le Ligo est en réalité constitué de deux détecteurs séparés d'une distance $d = 3000 \text{ km}$ (un en Louisiane, l'autre dans l'état de Washington) afin de pouvoir éliminer tout bruit parasite local (passage de camion, légers tremblements de terre, etc...).

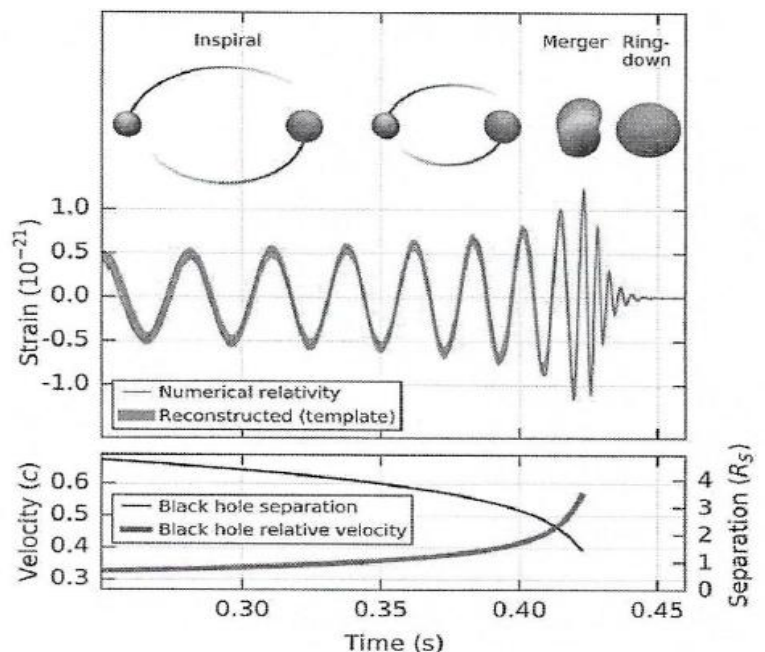
Quel est l'écart temporel maximal entre la détection de l'onde par chaque détecteur ?

2. Le passage de l'onde a duré 0,2 s. Quel est l'étalement spatial (la longueur) de la « vague » de l'onde gravitationnelle ?
3. A la fin du passage de l'onde, la fréquence mesurée était de 150 Hz. Quelle était alors la longueur d'onde correspondante ?

Figure A

– En haut : Signal reçu en fonction du temps, correspondant aux différents instants de la fusion de deux trous noirs, comme indiqué par les schémas au-dessus de la courbe.

– En bas : La courbe en trait épais indique la vitesse relative des deux trous noirs en unités de c (échelle de gauche). La courbe en trait fin indique la distance relative des deux trous noirs en unités du rayon du soleil R_s (échelle de droite)



B. Détection des ondes

A chaque détecteur du Ligo, on trouve un interféromètre de Michelson de grande taille.

Un interféromètre de Michelson est constitué d'une source lumineuse qui envoie une onde électromagnétique sur une lame semi-réfléchissante. La moitié de l'amplitude de l'onde va dans un bras de l'interféromètre et l'autre moitié va dans l'autre. Au bout de chaque bras, un miroir renvoie chaque onde, et elles se recombinaient sur la lame semi-réfléchissante qu'elles traversent.

Le principe de cet interféromètre est donné figure B ci-dessous.

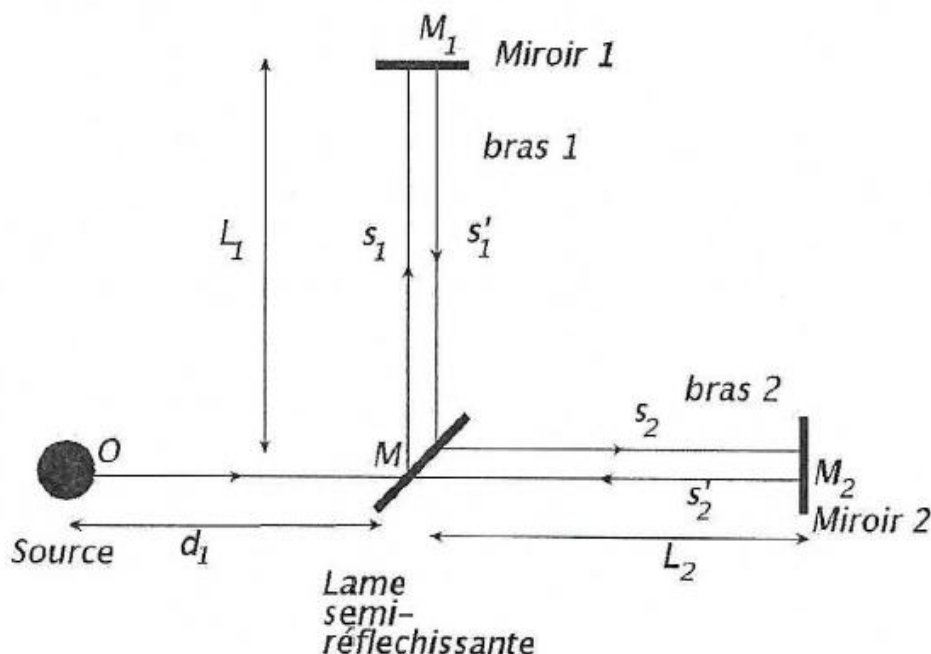


Figure B : Schéma de principe de l'interféromètre de Michelson utilisé dans le dispositif LIGO

On suppose que le signal de l'onde émise par la source s'écrit sous la forme $s(O,t) = A \cos(\omega t)$ et que la distance entre la source et la lame est d_1 .

- Déterminer l'expression du signal de l'onde $s(M,t)$ à l'arrivée sur la lame semi-réfléchissante.

On suppose maintenant que l'onde se sépare en deux dans chaque bras, $s_1(M,t)$ dans le bras 1 et $s_2(M,t)$ dans le bras 2 avec $s_1(M,t) = s_2(M,t) = s(M,t)/2$.

- On appelle L_1 la longueur du bras 1, L_2 la longueur du bras 2 et λ la longueur d'onde de l'onde électromagnétique. Déterminer les expressions des deux signaux correspondants aux deux ondes à l'arrivée sur chacun des deux miroirs : $s_1(M_1,t)$ et $s_2(M_2,t)$.
- On admet que, lors de la réflexion, chaque onde prend un déphasage supplémentaire de π avant de revenir vers la lame semi-réfléchissante. Déterminer les expressions des deux signaux $s_1'(M_1,t)$ et $s_2'(M_2,t)$ après réflexion.
- Que devient l'expression de ces signaux au niveau de la lame semi-réfléchissante en M après le retour : $s_1'(M,t)$ et $s_2'(M,t)$?
- Montrer que le signal résultant de la superposition des deux ondes réfléchies en M $s'(M,t) = s_1'(M,t) + s_2'(M,t)$ est une sinusoïde de pulsation ω dont on donnera l'expression de l'amplitude S_m .
- On suppose qu'avant le passage de l'onde $L_1 = L_2$. Quelle est alors l'amplitude de l'onde $s'(M,t)$? Comment qualifier de telles interférences ?
- Au passage de l'onde, on va supposer que L_1 change en $L'_1 = L_1 + \delta$ alors que L_2 ne change pas. Quelle doit être la valeur minimale de δ pour obtenir des interférences destructives ?
- On définit la grandeur relative $h = \delta/L_1$ dont le graphe expérimental est donné figure A (Strain). Sa valeur maximale est $h = 10^{-21}$. Pour le Ligo $L_1 = 4000$ m. En déduire la valeur de δ mesurée et commenter cette valeur.

Problème n°2. Chimie (24%)

Données

Elément	Hydrogène	Carbone	Oxygène	Soufre
Electronégativité	2,2	2,6	3,4	2,6

La charge élémentaire est $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

Le Debye $1D = \frac{1}{3} \cdot 10^{-29} \text{ C.m}$

Quatre premières lignes de la classification périodique :

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
1	H																	He
2	Li	Be											B	C	N	O	F	Ne
3	Na	Mg											Al	Si	P	S	Cl	Ar
4	K	Ca	Sc	Ti	V	Cr	Mn	Fe	Co	Ni	Cu	Zn	Ga	Ge	As	Se	Br	Kr

1. Donner la structure électronique de C, O, S.
2. Donner la structure de Lewis du monoxyde de carbone CO respectant la règle de l'octet. Les charges formelles sont-elles en accord avec l'électronégativité ?
3. Au vu de la répartition des charges partielles, quelle est l'orientation du moment dipolaire de la molécule ? Est-ce conforme à ce qui est attendu ? Expliquer.
4. Donner la structure de Lewis puis la représentation VSEPR des molécules suivantes : H_2O , H_2S et SO_2 .
5. Expliquer pourquoi l'eau est liquide dans les conditions normales de pression et température alors que le sulfure d'hydrogène ou sulfane (à l'odeur d'œuf pourri) est gazeux.

Problème n°3. Filtres (40%)

Aide au calcul : $\sqrt{3} = 1,7$; $\pi^2 \approx 10$

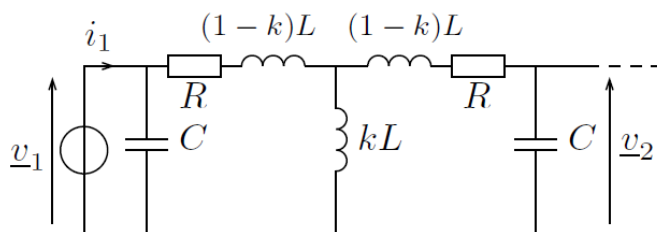
x	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5	5,5	6	6,5	7	7,5	8	8,5	9	9,5
Log(x)	0,00	0,18	0,30	0,40	0,48	0,54	0,60	0,65	0,70	0,74	0,78	0,81	0,85	0,88	0,90	0,93	0,95	0,98

On fournit ci-dessous la fonction de transfert du circuit suivant :

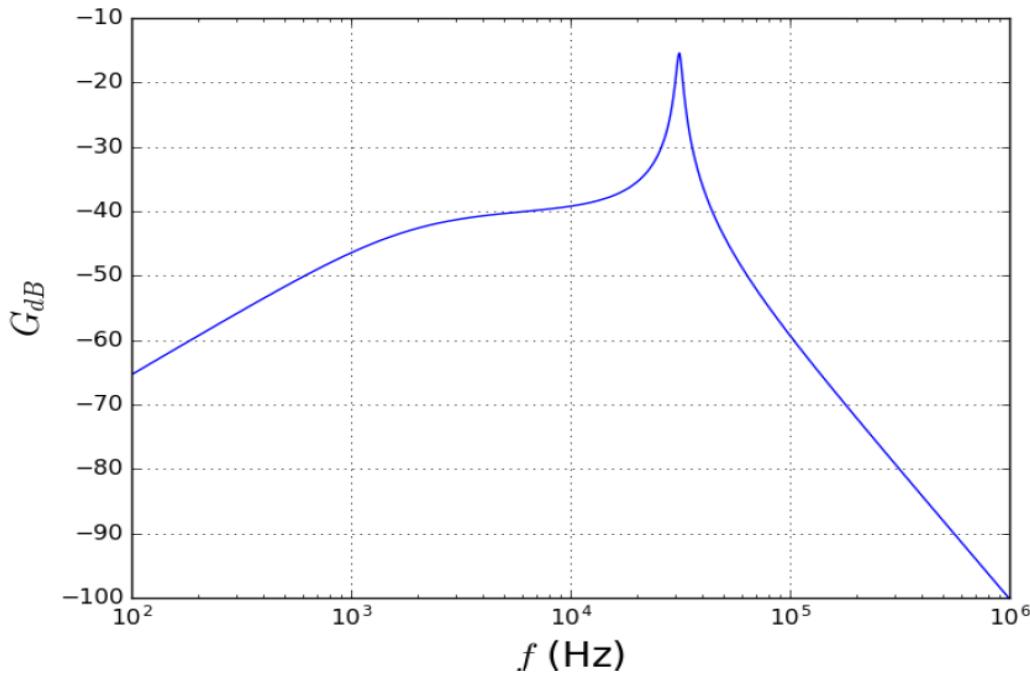
$$\underline{H} = \frac{v_2}{v_1} = \frac{j\omega Lk}{R + j\omega(L + R^2C) - 2\omega^2RLC + j\omega^3CL^2(k^2 - 1)}$$

où ω désigne la pulsation et $j^2 = -1$.

On donne les valeurs numériques des composants : $R = 10 \, \Omega$, $L = 0,9 \text{ mH}$, $C = 30 \text{ nF}$.



1. Donner le schéma équivalent du circuit à basses fréquences, et en déduire la valeur de $\underline{v}_2$. Est-ce cohérent avec l'expression de $\underline{H}$? Faire de même à hautes fréquences.



En utilisant l'expression de la fonction de transfert, on trace, pour une valeur de k arbitraire, le diagramme de Bode de ce système représentant l'évolution du gain en décibels $G_{dB} = 20\log|\underline{H}|$ en fonction de la fréquence (voir figure ci-dessus : diagramme de Bode en gain obtenu avec $k = 0,01$).

- Interpréter les comportements aux basses et hautes fréquences, en comparant les pentes des asymptotes (en dB/décade) mesurées sur le diagramme de Bode et celles déduites de l'expression de $\underline{H}$.

Dans le cadre des hypothèses $k \ll 1$ et $R \ll L\omega$ satisfaites expérimentalement, on peut montrer que la fonction de transfert est approchée par :

$$\underline{H} \simeq \frac{k}{1 + j\omega RC - \omega^2 LC}$$

- Mettre la fonction de transfert simplifiée sous la forme canonique suivante :

$$\underline{H} = \frac{H_0}{1 + \frac{j}{Q} \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right) - \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^2}$$

et identifier les paramètres H_0 , Q et ω_0 en fonction de k , R , L et C .

- Déterminer l'expression de la fréquence de résonance du système f_r en fonction des paramètres du circuit, puis la calculer numériquement. Commenter.
- Déterminer, par lecture sur le graphe et en expliquant votre démarche, la valeur du facteur de qualité Q . Commenter.