

I Sources de champ magnétique..... 2

1.) Topographie du champ magnétique..... 2

2.) Champ magnétique terrestre..... 2

3.) Champ créé par une spire ou un ensemble de spires circulaires..... 3

4.) Propriétés de symétrie et d'invariance de la distribution de courants..... 5

II Moment magnétique..... 6

1.) Boucle de courant plane (ou spire)..... 6

2.) Aimant..... 7

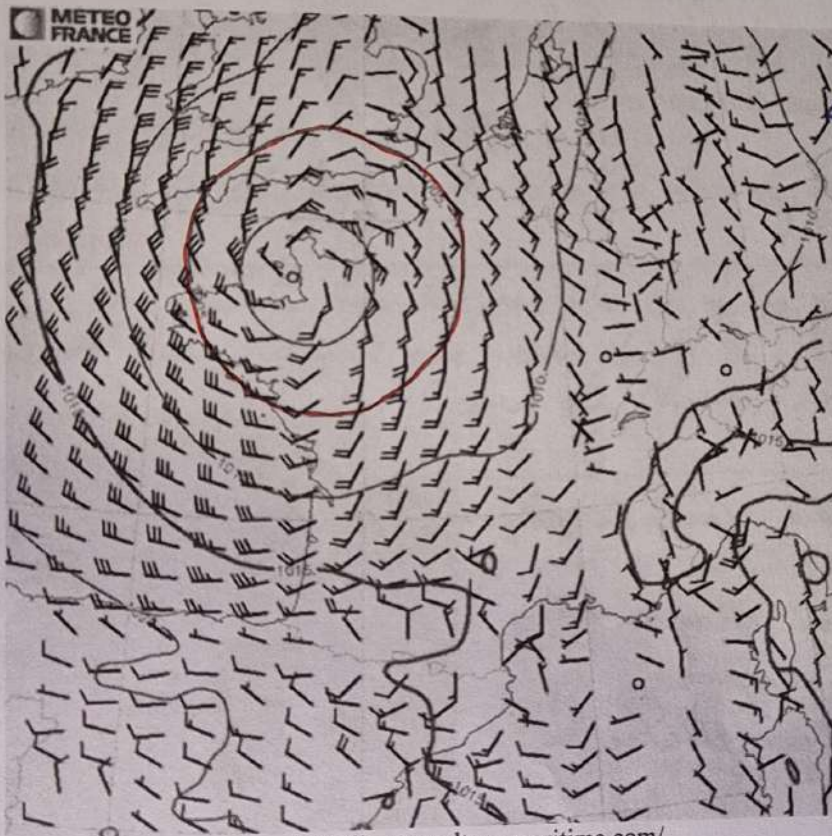
III Actions d'un champ magnétique extérieur..... 7

1.) Rails de Laplace alimentés, plongés dans un champ magnétique extérieur uniforme..... 7

2.) Spire rectangulaire alimentée dans un champ magnétique extérieur uniforme..... 9

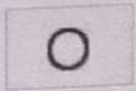
3.) Action d'un champ magnétique extérieur sur un aimant..... 11

4.) Application : Effet moteur d'un champ magnétique tournant..... 11

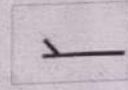


Cercle rouge : isobare :  
 courbe fermée ou  $P = \text{cte}$   
 (courbe équipotentielle)  
 courbe de niveau sur les cartes  
 IGN sur lesquelles l'altitude  
 est constante  
 les courbes équipotentielles sont  
 définies par un champ scalaire  
 (qui n'est pas un vecteur)  
Par ex : champ de pression

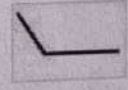
Vent et isobares <http://www.culture-maritime.com/>  
 L'hampe indique la direction d'où vient le vent. Les barbules indiquent la vitesse en nœuds selon le code suivant :



Vent nul



5 nœuds



10 nœuds



50 nœuds

Le champ des vitesses du vent est un champ vectoriel  
 On en trace des lignes de champ / ex  $\vec{B}$

# I Sources de champ magnétique

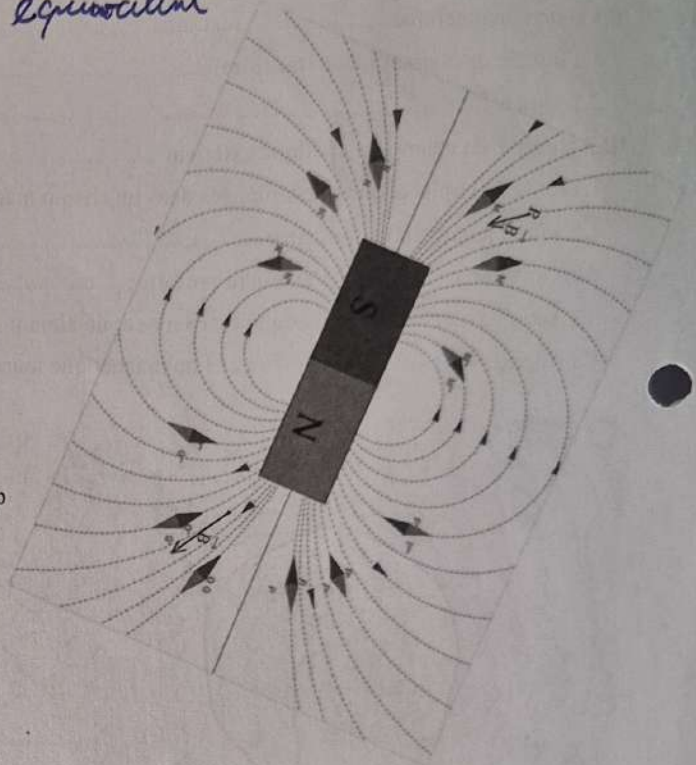
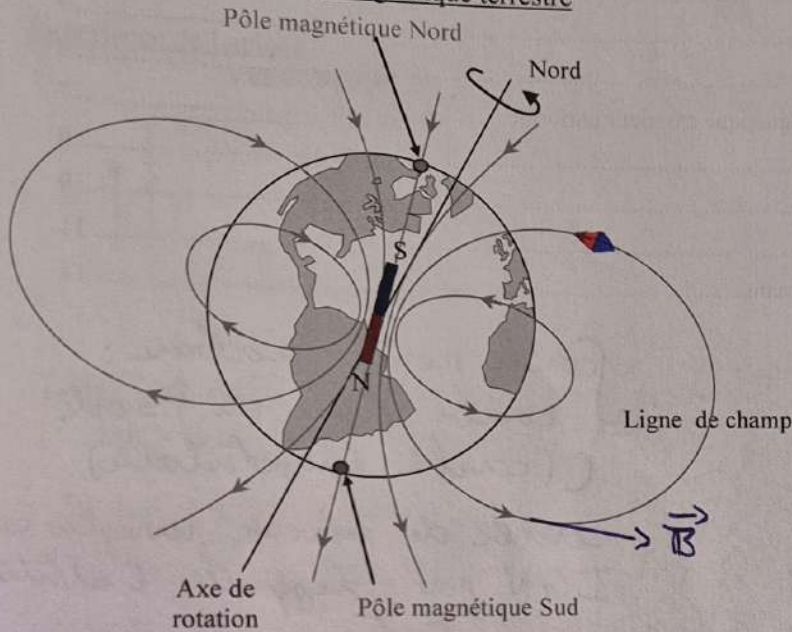
## 1.) Topographie du champ magnétique

Ligne de champ magnétique : Courbe tangente en chacun de ses points au champ magnétique  $\vec{B}$  en ce point, orientée dans le sens du champ  $\vec{B}$ .

Spectre magnétique : Tracé des lignes de champ magnétique.  
 Obtention : - sonde à effet Hall ou "Teslamètre";  
 - petit aimant de boussole ou limaille de fer.

*Le pôle nord magnétique terrestre correspond au pôle sud de l'aimant équivalent*

## 2.) Champ magnétique terrestre

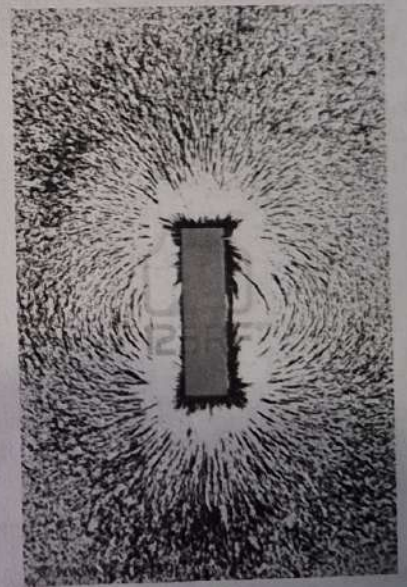


### Ordres de grandeurs :

- Pour la Terre :  $B \approx 5 \cdot 10^{-5} \text{ T}$
- Pour un aimant :  $B \approx 0,1 \text{ à } 1 \text{ T}$
- Pour les IRM :  $B \approx 3 \text{ T}$

*La ligne de champ est orientée dans le sens de  $\vec{B}$*

*Plus la norme du champ est grande plus les lignes de champ sont serrées  
 les lignes de champ sont parallèles si le champ est uniforme*



*unité de  $\vec{B}$  : en Tesla T*

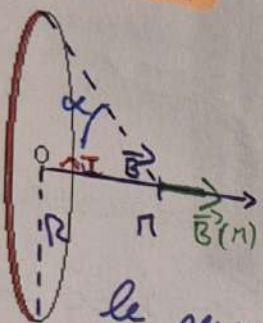
PFD:  $m\vec{a} = q\vec{v} \wedge \vec{B}$

$$[B] = \frac{[ma]}{[qv]} = \frac{[ma]}{[ITv]} = \frac{\text{kg m s}^{-2}}{\text{A s m s}^{-1}} = \text{kg A}^{-1} \text{s}^{-2} = \text{T}$$

3.) Champ créé par une spire ou un ensemble de spires circulaires

Sur l'axe d'une spire,  $\vec{B}(M) = \frac{\mu_0 I}{2R} \sin^3 \alpha \vec{e}_z$

A l'intérieur d'un solénoïde,  $\vec{B} = \mu_0 n I \vec{e}_z$   
 $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H.m}^{-1}$   
 Perméabilité absolue du vide



$\vec{e}_z$ : vecteur unitaire de  $(O, z)$

Orientation de I avec la règle du tire bouchon  
 On tourne dans le sens de I le sens d'avancement donne  $\vec{B}$

Si on change les sens de I,  $\vec{B}$  change aussi

Au centre de la spire (point O):

$\alpha = \frac{\pi}{2}$  Donc  $\vec{B}(0) = \frac{\mu_0 I}{2R} \vec{e}_z$

Le champ est max au centre de la spire

Pour n spires:  $\vec{B}_n(0) = n \vec{B}(0)$

↳ bobine plate épaisseur faible devant le rayon

Doc 2: On oriente les lignes de champs par continuité par rapport au sens de  $\vec{B}$   
 Très proche de I les lignes de champs sont quasi circulaires

Doc 3: Champ  $\vec{B}$  quasi uniforme loin des bords car les lignes de champs sont parallèles

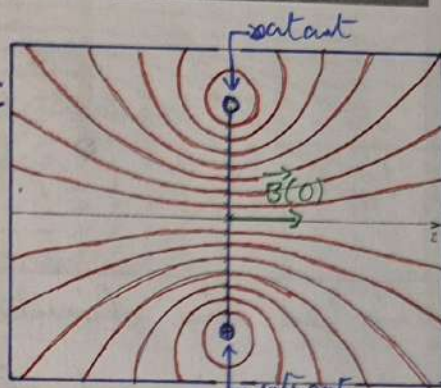
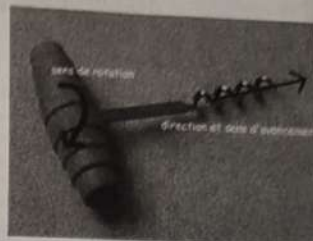
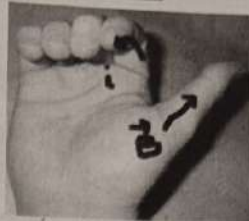
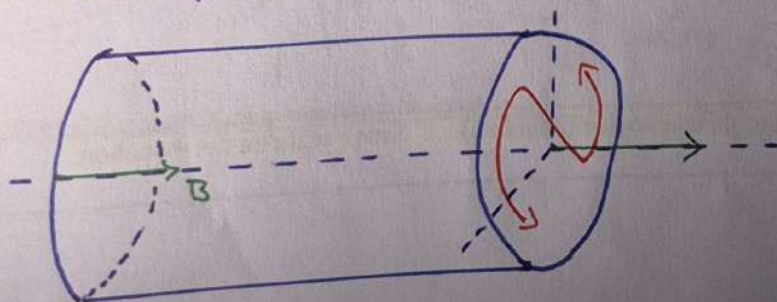
Solénoïde: bobine pour laquelle  $L \gg R$

• A l'intérieur  $\vec{B} = \mu_0 n I \vec{e}_z$  où  $n = \frac{N}{L}$   
 nombre de spire par unité de longueur

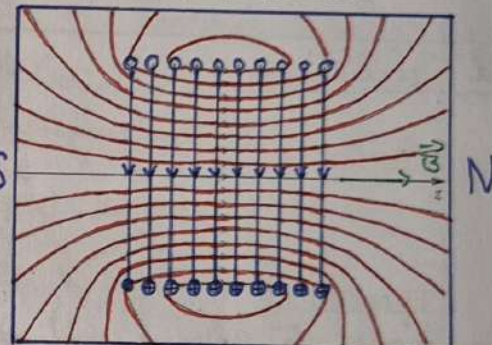
• A l'extérieur,  $\vec{B}$  est quasi nul

• En TP:  $B = 1,6 \times 10^{-3} \text{ T}$

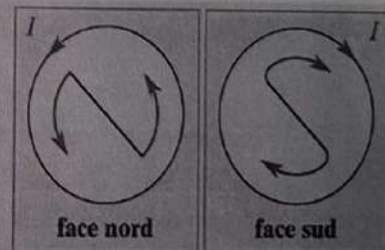
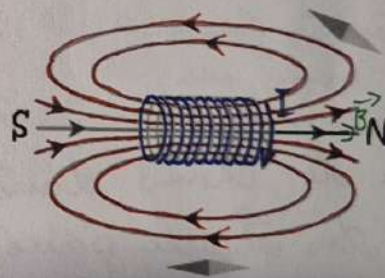
Par analogie on appelle face Nord de la bobine la face par laquelle  $\vec{B}$  est sortant et la face sud l'autre face



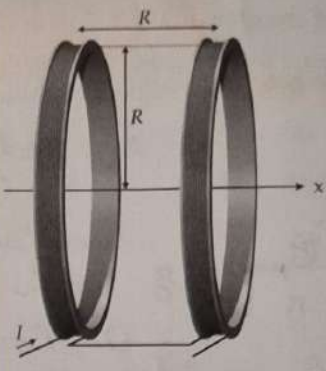
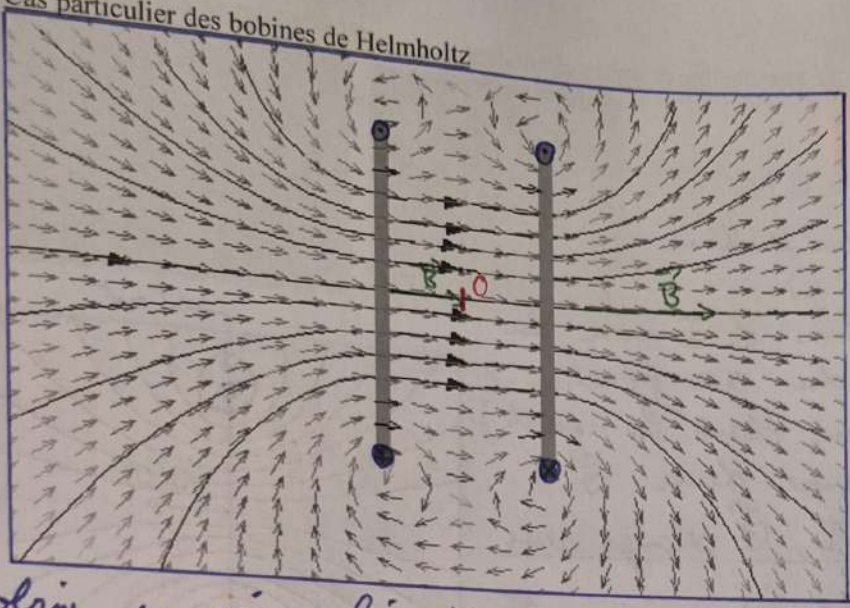
Doc. 2 - Lignes de champ magnétique d'une spire.



Doc. 3 - Lignes de champ magnétique d'un ensemble de dix spires parcourues par des courants identiques.



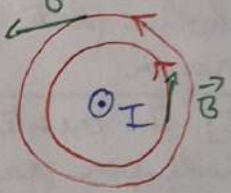
Cas particulier des bobines de Helmholtz



Bobine en série alimentée dans le même sens  $\Rightarrow$  champ quasi uniforme entre les 2 bobines  
 Si les 2 bobines sont alimentées en sens inverse :  $B(0) = 0$

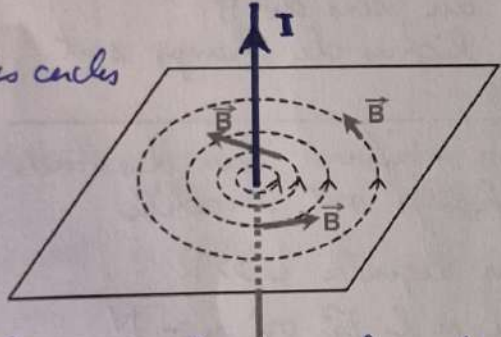
Fil rectiligne

Vue de dessus  $\vec{B}$



Fil rectiligne :

les lignes de champs sont des cercles centrés sur le fil



Règle du tire-bouchon

ligne de champ dans le sens du tire bouchon. On tourne dans le sens de  $\vec{B}$ , le pouce indique I

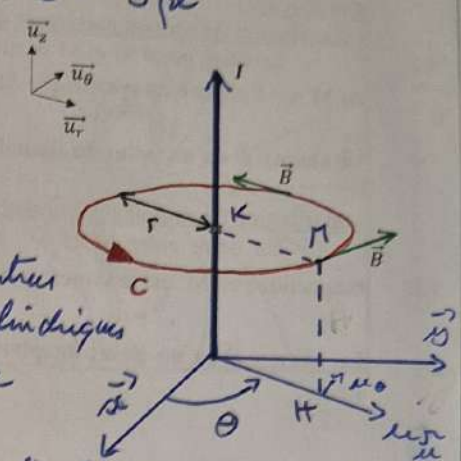
Les lignes de champ tourbillonnent autour de leur source (courants). Sens : règle du tire-bouchon.  
 Les lignes de champ sont en général fermées.

4.) Propriétés de symétrie et d'invariance de la distribution de courants

a) Invariances :

- On place un point M qui regarde la distribution
  - On le déplace par translation le long de la distribution ou par rotation autour d'elle.
- Si le point M voit la même distribution, il y a invariance de la distribution.  
Le champ magnétique au point M ne dépendra pas de la coordonnée qui "produit" l'invariance : C'est le principe de Curie.

CF Spé



Exemple : fil rectiligne infini

lignes de champs circulaires centrées sur le fil → coordonnées cylindriques

$\vec{B}$  au point M dépend des coordonnées de l'espace  $B(R; \theta; z)$

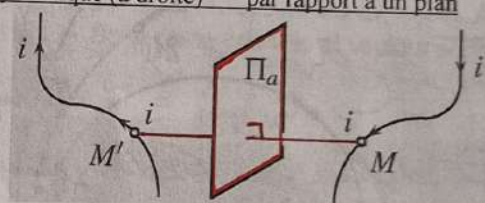
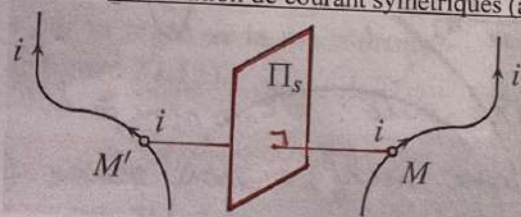
Invariance de la variation des courants, on peut déplacer M parallèlement au fil. Il ne perçoit aucun changement : Invariance par translation ( $Oz$ )

On peut déplacer M sur un cercle autour de  $\vec{B}$  : Invariance par rotation ( $O\theta$ )

Principe de Curie : les invariances de la distribution se retrouvent sur le champ créé. Donc B indépendant de  $\theta$  et  $z$  il ne dépend que de R. On  $B(R) = \text{cte}$  donc  $n = \text{cte}$

b) Symétries et antisymétries :

Distribution de courant symétriques (à gauche) ou antisymétrique (à droite) par rapport à un plan



$i(M) = i(M')$  courants identiques de même sens

$i(M) = -i(M')$  courants identiques de sens opposés

Exemple : spire circulaire

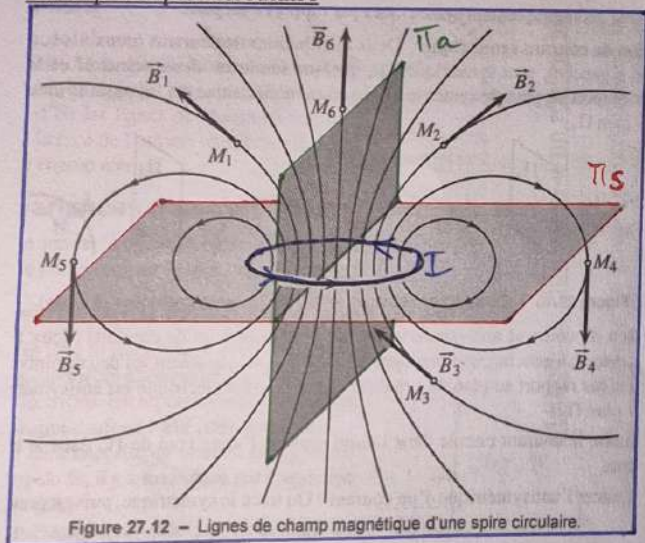


Figure 27.12 - Lignes de champ magnétique d'une spire circulaire.

Le plan vertical est anti symétrique  $M_2$  symétrique à  $M_1 / (\Pi_a)$

En  $M_6 \in (\Pi_a)$   $\vec{B}_6$  est inclus dans ce plan

Le plan horizontal contient la distribution de courant

c'est un plan de symétrie ( $\Pi_s$ )

en  $M_3$  symétrique de  $M_2 / (\Pi_s)$

alors  $\vec{B}_3 = -\vec{B}_2 / (\Pi_s)$

En  $M_4 \in (\Pi_s)$ ,  $\vec{B}_4$  est  $\perp$  à  $(\Pi_s)$

Conclusion :

- distribution de courant présentant un plan de symétrie :

En deux point M et M' symétriques par rapport à un plan de symétrie de la distribution, le champ magnétique en M' est l'opposé du symétrique du champ magnétique en M :  $\vec{B}(M') = -\text{sym}(\vec{B}(M)/\Pi_{\text{sym}})$ .

Le champ  $\vec{B}$  en un point du plan de symétrie  $\Pi_{\text{sym}}$  d'une distribution de courants est orthogonal à ce plan.

- distribution de courants présentant un plan d'anti symétrie :

En deux point M et M' symétriques par rapport à un plan d'antisymétrie de la distribution, le champ magnétique en M' est le symétrique du champ magnétique en M :  $\vec{B}(M') = \text{sym}(\vec{B}(M)/\Pi_{\text{antisym}})$

Le champ  $\vec{B}$  en un point du plan d'antisymétrie  $\Pi_{\text{antisym}}$  d'une distribution de courants est contenu dans ce plan.

II Moment magnétique1.) Boucle de courant plane (ou spire)

Vecteur surface :  $\vec{S} = S\vec{n}$

Surface délimitée par la spire  
 $\vec{n}$  à la surface

Moment magnétique d'une boucle de courant plane, parcourue par un courant I :

$$\vec{M} = I\vec{S} = IS\vec{n}$$

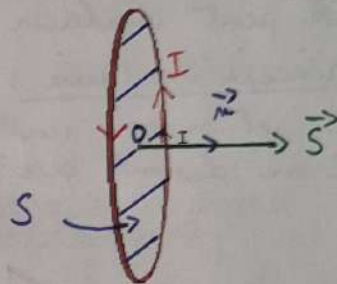
A. m<sup>2</sup> AN: Bobine plate R = 6,5 cm I = 2 A

$$\mathcal{M}_{\text{spire}} = 2,6 \times 10^{-2} \text{ A m}^2$$

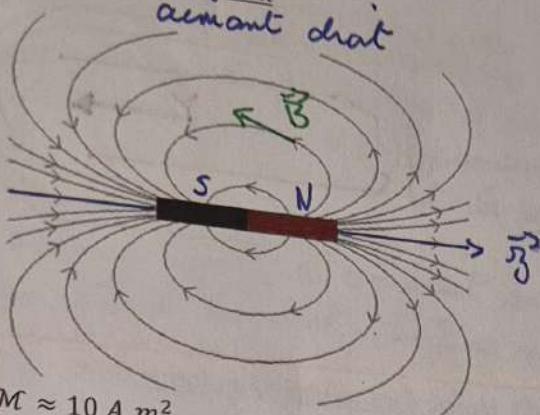
$$\hookrightarrow \mathcal{M}_N \text{ spire} = N \mathcal{M}_{\text{spire}} \rightarrow 100 \text{ spires} : \mathcal{M}_{100 \text{ spires}} = 2,6 \text{ A m}^2$$

Remarque:

On peut définir un vecteur surface sur une surface non plane (spire) où délimitée par un contour qui ne serait pas parcourue par un courant



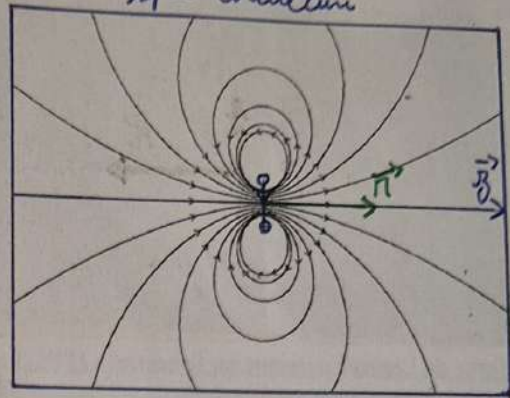
2.) Aimant  
aimant droit



$M \approx 10 \text{ A.m}^2$   
 $M \approx 10^{23} \text{ A.m}^2$

pour un aimant usuel  
pour la terre

spire circulaire

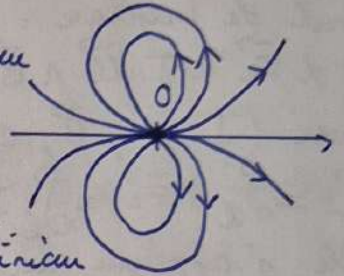


<https://toutestquantique.fr/paramagnetisme-et-ferromagnetisme/>

A très grande distance de 0, les lignes de champs sont identiques

on réduit l'aimant au la spire au point 0

On définit alors par analogie un moment magnétique pour l'aimant qui crée les mêmes lignes de champs  $\vec{B}$  avec la même intensité



Remarque: En spire on verra le moment magnétique volumique appelé aimantation  $\vec{M}$  en matière aimantée de l'ordre de  $10^6 \text{ A.m}^{-1}$   
On multiplie par un volume en  $\text{m}^3$  pour obtenir le moment magnétique

III Actions d'un champ magnétique extérieur

1.) Rails de Laplace alimentés, plongés dans un champ magnétique extérieur uniforme

Résultats expérimentaux: Les aimants et les fils parcourus par des courants s'attirent ou se repoussent suivant le pôle de l'aimant ou le sens du courant. Ils sont sources de champ magnétique  $\vec{B}$ .

Le champ magnétique se manifeste par des forces:

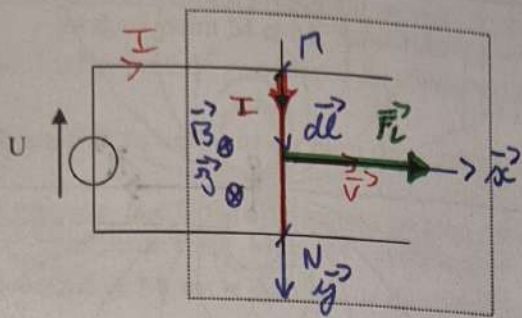
- une particule de masse  $m$ , de charge  $q$ , de vitesse  $\vec{v}$ , soumise à un champ  $\vec{B}$ , subit la force de Lorentz  $\vec{f} = q\vec{v} \wedge \vec{B} + q\vec{E}$  où  $q\vec{E} = 0$
- une portion de circuit de longueur  $dl$  et parcourue par un courant  $I$ , plongée dans un champ, subit la force de Laplace

élémentaire  $d\vec{f}_L = I d\vec{l} \wedge \vec{B}$ . où  $d\vec{l}$  orientée dans le sens de  $I$

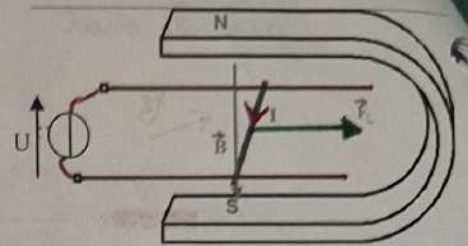
Un circuit de longueur  $l$  subit la force de Laplace  $\vec{f}_L = \oint d\vec{f}_L = \oint I d\vec{l} \wedge \vec{B}$ .

Pour retrouver la force de Laplace élémentaire à partir de la force de Lorentz: on a  $\vec{F} = q\vec{v} \wedge \vec{B}$   $d\vec{l} = \vec{v} dt$  et  $I = \frac{dq}{dt}$   
D'où  $I d\vec{l} = dq \vec{v}$

## Expérience de Laplace - Vue de dessus



$$[MN] = l$$



Force de Laplace agissant sur le segment  $[MN]$  parcouru par un courant  $I$ , plongé dans un champ uniforme  $\vec{B}$

Puissance de la force de Laplace :  $P_L = I \cdot B \cdot l \cdot v$

$$\vec{F}_L = I \vec{MN} \wedge \vec{B}$$

Règles d'orientation : Trièdre direct  $(I \vec{dl}, \vec{B}, d\vec{f})$  (règle des 3 doigts de la main droite)

ou bonhomme d'Ampère (I le parcourant des pieds vers la tête, il regarde fuir  $\vec{B}$ , et son bras gauche indique  $d\vec{f}$ ).

Rail de Laplace :  $d\vec{l} = dy \vec{e}_y$

$$d\vec{F}_L = I d\vec{l} \wedge \vec{B} = I dy \vec{e}_y \wedge B \vec{e}_z = I dy B \vec{e}_x$$

Avec  $(I d\vec{l}, \vec{B}, d\vec{F}_L)$  trièdre direct

$$\vec{F}_L = \int_L d\vec{F}_L = \int_L I dy B \vec{e}_x = I l B \vec{e}_x$$

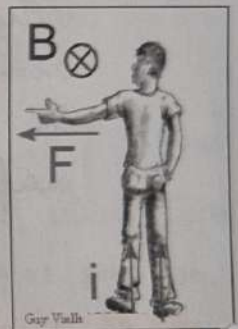
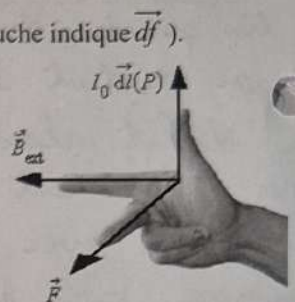
Elle s'applique au centre d'inertie de la barre

On peut aussi l'écrire  $\vec{F}_L = I \vec{MN} \wedge \vec{B}$  où  $(MN)$  est dirigée à I

Puissance de  $\vec{F}_L$

La tige est en translation, tous ses points ont  $\vec{v}$  vitesse

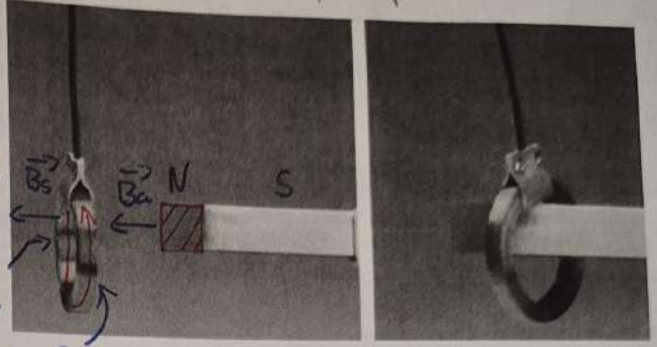
$$P_{EL} = \vec{F}_L \cdot \vec{v} = I B l v$$



2.) Spire rectangulaire alimentée dans un champ magnétique extérieur uniforme

intéressant  $\Rightarrow$  1 thé récent  
lytton pas vieux 9

La spire s'orient de façon à avoir sa normale colinéaire à l'aimant c'est le pôle Sud de la spire et le pôle Nord de l'aimant s'attirent  
Si on changeait le courant ou le sens de l'aimant, les 2 se repoussent



Calculs des résultantes de la force de Laplace:

Propriété: Un circuit ou un aimant de moment magnétique  $\vec{M}$ , plongé dans un champ extérieur  $\vec{B}$  uniforme, subit un couple magnétique de Laplace de moment résultant  $\vec{\Gamma}_L = \vec{M} \wedge \vec{B}$ .

On suppose la spire dans 1 champ uniforme

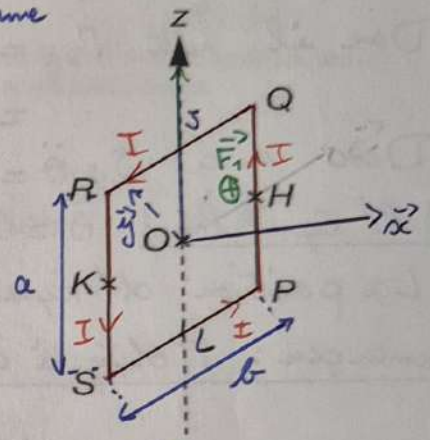
$\vec{F}_{LT} = \sum \vec{F}_{Li}$

Sur [PQ]  $\vec{F}_1 = I \vec{PQ} \wedge \vec{B}$  s'exerce en H  
 $= I a B \vec{e}_y$

Sur [QR]  $\vec{F}_2 = I \vec{QR} \wedge \vec{B}$  s'exerce en J

Sur [RS]  $\vec{F}_3 = I \vec{RS} \wedge \vec{B}$  s'exerce en K

Sur [SP]  $\vec{F}_4 = -\vec{F}_1$  s'exerce en L



Résultante

$\vec{F}_L = \sum \vec{F}_i = \vec{0}$

On note  $\Gamma$  le moment magnétique d'une face

Moments résultent en O des forces de Laplace

$\vec{\Gamma}_{Lo} = \sum \vec{\Gamma}_{Lo}$

$\Gamma_0(\vec{F}_1) = \frac{b}{2} F_1 \sin(\angle OH, \vec{F}_1) = \frac{b}{2} F_1 \sin \alpha \vec{e}_y = I a B \frac{b}{2} \sin \alpha \vec{e}_y$

$\Gamma_0(\vec{F}_2) = 0$

$\Gamma_0(\vec{F}_3) = \vec{OK} \wedge \vec{F}_3 = \Gamma_0(\vec{F}_1)$

$\Gamma_0(\vec{F}_4) = 0$

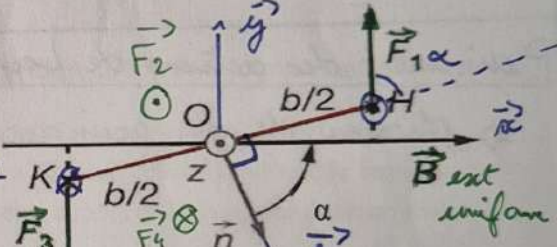
Donc  $\vec{\Gamma}_{Lo} = I a B \frac{b}{2} \sin \alpha \vec{e}_y$

$= I S B \sin \alpha \vec{e}_y$

Donc  $\vec{\Gamma}_{Lo} = \|\vec{M}\| \times \|\vec{B}\| \sin(\angle \vec{M}, \vec{B}) \vec{e}_y$   
 $= \vec{M} \wedge \vec{B}$  où  $\vec{M} = I S \vec{n}$

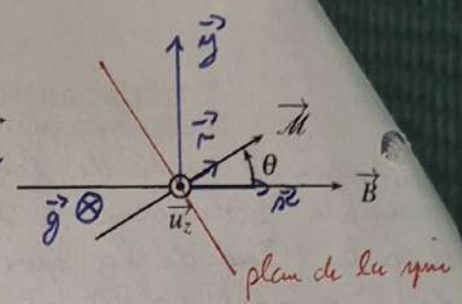
$\forall$  forme de spire

Attention à la définition des angles  $\perp$  Voir au dos



Puissance des actions de Laplace

On se place en coordonnées cylindriques  
 $\vec{B}$  uniforme suivant  $(O, \vec{x})$ ,  $O$  centre de la spire  
 $\theta$  orientée de  $\vec{B}$  vers  $\vec{M}$  ( $\theta = -\alpha$ )



On a  $\vec{\Gamma}_{L_0} = \vec{M} \wedge \vec{B}$

Pour une spire en rotation autour d'un axe fixe  $(O, z)$

TTC autour d'un axe fixe:  $\frac{dL_\Delta}{dt} = \sum \Gamma_\Delta$   
 où le moment cinétique  $L_\Delta$  s'écrit  $L_\Delta = J_\Delta \omega$  où  $\omega = \dot{\theta}$

On se place dans un référentiel galiléen, liaison parfaite sans frottement  
 De plus  $\vec{P}$  est parallèle par l'axe de rotation

Donc il reste  $\Gamma_{Lz} = \Gamma_{L_0} \cdot \vec{e}_z$  or  $\Gamma_{L_0}$  est suivant  $-\vec{e}_y$   
 $= -\alpha B \sin \theta$

Donc on a  $J_\Delta \ddot{\theta} = -\alpha B \sin \theta$

A l'équilibre:  $\ddot{\theta} = 0 \Rightarrow -\alpha B \sin \theta = 0 \Rightarrow \sin \theta = 0 \Rightarrow \theta = k\pi \quad k \in \mathbb{Z}$

La position d'équilibre correspond à  $\vec{M} \parallel \vec{B}$

Remarque: Moteur à courant continu  $\Rightarrow$  Spire entraînée en rotation dans le champ créé par des aimants fixes

Puissance des actions de Laplace  $P_L = \vec{I}_{Lz} \omega$

$\Rightarrow$  théorème de la puissance cinétique  $\frac{dE_c}{dt} = \sum P$  où  $E_c = \frac{1}{2} J_\Delta \omega^2$

### 3.) Action d'un champ magnétique extérieur sur un aimant

Par analogie avec la spirie  
 Couple exercé sur l'aimant = moment résultant des  
 actions de Laplace :  $\vec{\Gamma}_L = \vec{M} \wedge \vec{B}$   
 $\vec{\Gamma}_L$  entraîne en rotation l'aimant suivant  $\alpha > 0$   
 de façon à aligner  $\vec{M}$  et  $\vec{B}$  pour  
 annuler  $\vec{\Gamma}_L$

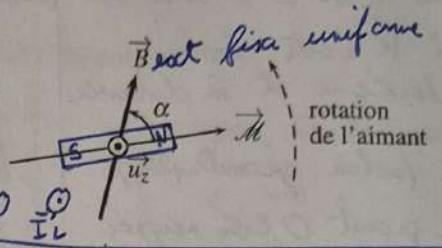


Figure 27.3 - Rotation d'un aimant dans un champ magnétique.

Si  $\vec{M}$  et  $\vec{B}$  //  $\hat{m}$  vers (a)  
 ↳ équilibre stable

Si  $\vec{M}$  et  $\vec{B}$  //  $\hat{m}$  vers (b)  
 ↳ équilibre instable (cf PC5)

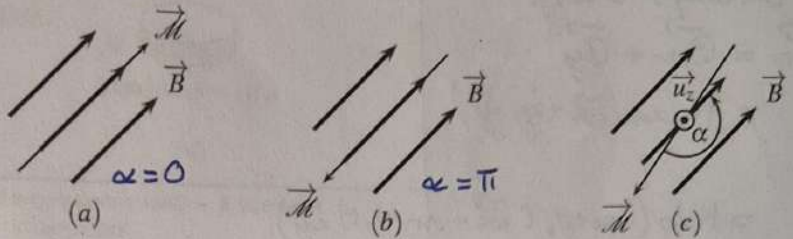


Figure 27.4 - Stabilité de la position d'un aimant dans un champ magnétique, cas (a) parallèle (b) antiparallèle (c) antiparallèle perturbé.

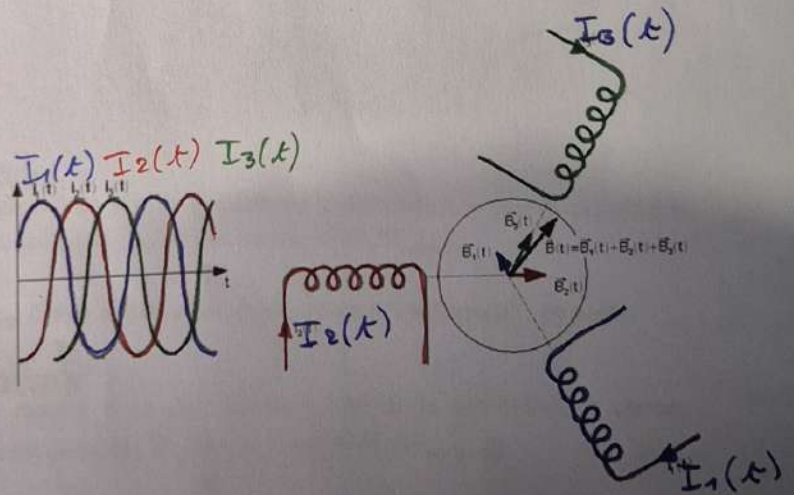
Si on modifie légèrement la position  
 d'équilibre instable le système bascule en (a)

↳ Pour 1 spirie ou 1 aimant  $\vec{\Gamma}_L$  tend à aligner  $\vec{M}$  et  $\vec{B}$ .

### 4.) Application : Effet moteur d'un champ magnétique tournant

Expérience : Soient trois bobines fixes, dont les axes sont décalés de  $\frac{2\pi}{3}$ , alimentées par un réseau triphasé équilibré.

Une aiguille aimantée (petit aimant mobile) placée au centre de ce système se met à tourner dès que les bobines sont alimentées. On remarque que, suivant que l'on alimente les bobines par un système direct ou indirect de tensions, l'aiguille aimantée tourne dans un sens ou l'autre. De plus, sa vitesse de rotation dépend de la fréquence d'alimentation des bobines.



Champ créé par une bobine plate  $\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2R} \sin^3 \alpha N$  pour  $N$  spires

Ici  $\vec{B}_x = K i_x \vec{e}_x$  et  $\vec{B}_y = K i_y \vec{e}_y$

où  $K = \text{cte}$  bobine identique et  $m$  distance vue de  $O$   
( $K$  facteur géométrique)

Au point  $O$ , on superpose les champs créés :

$$\vec{B}_0 = \vec{B}_x + \vec{B}_y = K(i_x \vec{e}_x + i_y \vec{e}_y)$$

$$= K i_0 (\cos \omega_0 t \vec{e}_x + \sin \omega_0 t \vec{e}_y)$$

On calcule  $\vec{B}_0$  pour  $\neq$  instants (figure b)  $\Rightarrow \vec{B}_0$  est un champ qui tourne à la vitesse angulaire  $\omega_0$  autour de  $O$

Principe du moteur synchrone On place un aimant droit au point  $O$  qui cherche à s'orienter de façon à avoir  $\vec{M}$  et  $\vec{B}$  alignés  $\Rightarrow$  aimant tourne à la même vitesse que le champ

Principe du moteur asynchrone : on place une cage métallique qui tourne à une vitesse légèrement différente de  $\vec{B}$  (Cf  $\text{Ma 2}$ )

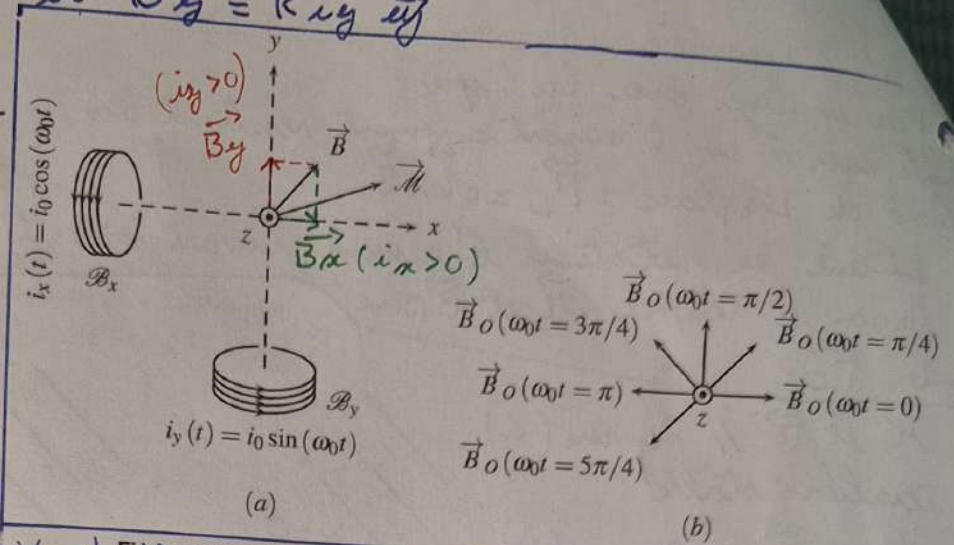


Figure 27.6 - Champ magnétique tournant et moment dipolaire : (a) dispositif expérimental, (b) champ tournant.