II Conversion de puissance électrique en puissance mécanique

1.) Rails de Laplace récepteurs : dans le plan horizontal

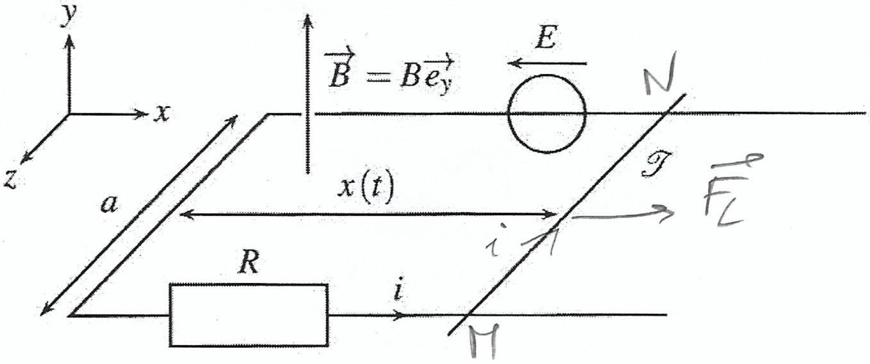


Figure 30.7 – Rails de Laplace moteurs.

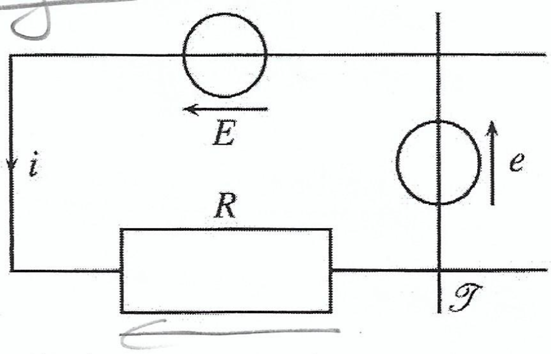


Figure 30.8 – Schéma électrique équivalent.

a) Mise en équation : un courant est imposé par le générateur de fem E $\Rightarrow$ apparition d'une force de Laplace $\Rightarrow$ déplacement de la tige $\Rightarrow$ variation de flux $\Rightarrow$ fem induite e qui s'oppose à E, en CVG

$\boxed{e = -Bav}$ (cf I1) ($S = ax$ $\quad \varphi = aBx \quad e = -\frac{d\varphi}{dt}$)

• Schéma élec équivalent (30.8) (EE) $\boxed{E + e = Ri \text{ où } e = -Bav}$

$$\Rightarrow i = \frac{E+e}{R} = \frac{E - Bav}{R}$$

• Force de Laplace $\vec{f_L} = i\,\vec{MN} \wedge \vec{B} = I\,aB\,\vec{e_x}$ (cf I1)

LFD projetée sur (Ox) $\boxed{m\frac{dv}{dt} = f_L \text{ où } f_L = iaB}$ (EM)

Rq : on néglige $\frac{d\phi_p}{dt}$ dvt $\frac{d\phi}{dt}$ $\Rightarrow$ pas d'autoinductance du circuit.

b) Résolution : $i = \frac{E - Bav}{R}$ ds (EM) $\quad m\frac{dv}{dt} = \left(\frac{E - Bav}{R}\right)aB$

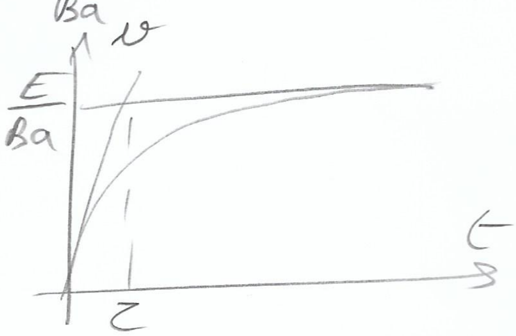
$$\Rightarrow \frac{dv}{dt} + \frac{B^2a^2}{mR}v = \frac{EBa}{mR}$$

$v_\ell = A\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$ où $\boxed{\tau = \frac{mR}{B^2a^2}}$

$v_f = \frac{E}{Ba}$

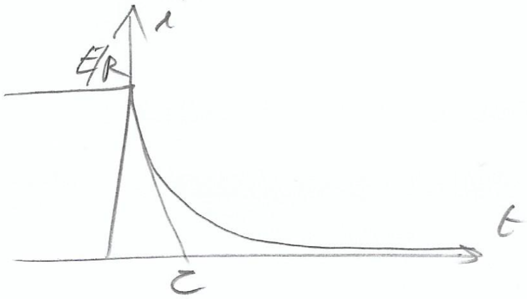
$v(0) = 0$

$$\Rightarrow \boxed{v(t) = \frac{E}{Ba}\left[1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)\right]}$$



$$i = \frac{E}{R} - \frac{Bav}{R} = \frac{E}{R} - \frac{E}{R} + \frac{E}{R}\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$$

$$\boxed{i(t) = \frac{E}{R}\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)}$$



$i>0$ puis nul

e et E s opposent.

c) Bilan de puissance

CVG CVR

$(EE)\times i$ $\quad ei + Ei = Ri^2$ où $e = -Bav$ $\quad \boxed{\mathcal{P}_{fem} + \mathcal{P}_{géné} = \mathcal{P}_J}$

$$\Rightarrow Ei - Bav\,i = Ri^2 \Rightarrow \boxed{Ei = Bav\,i + Ri^2} \quad (1)$$

$(EM)\times v$ $\quad m\frac{dv}{dt}v = f_L v$ où $f_L = iBa \Rightarrow \boxed{\frac{dE_c}{dt} = \mathcal{P}_L}$

$\frac{dE_c}{dt} = iBav$ dans (1) $\quad Ei = \frac{dE_c}{dt} + Ri^2$

$\boxed{\mathcal{P}_{géné} = \mathcal{P}_{cin} + \mathcal{P}_{Joule}}$ $\quad (\mathcal{P}_{f_L} = -\mathcal{P}_{fem})$

. Energie fournie par le géné $\quad \mathcal{E}_{géné} = \int_0^\infty Ei\,dt = E\int_0^\infty i\,dt$

$$\mathcal{E}_{géné} = \frac{E^2}{R}\left[-\tau\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)\right]_0^\infty \quad \mathcal{E}_{géné} = \frac{E^2\tau}{R} = \frac{E^2}{R}\times\frac{mR}{B^2a^2} = \frac{mE^2}{B^2a^2}$$

. Energie cinétique reçue par la tige

$$\mathcal{E}_{cin} = \int_0^\infty \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}mv^2\right)dt = \left[\frac{1}{2}mv^2\right]_0^\infty = \frac{1}{2}mv_\infty^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$$

$$\mathcal{E}_{cin} = \frac{1}{2}m\times\left(\frac{E}{Ba}\right)^2 - 0 \quad \boxed{\mathcal{E}_{cin} = \frac{mE^2}{2B^2a^2}}$$

. Energie dissipée par effet Joule $\quad \mathcal{E}_J = \mathcal{E}_{géné} - \mathcal{E}_{cin}$

$$\boxed{\mathcal{E}_J = \frac{mE^2}{2a^2B^2}}$$

2.) Haut-parleur électrodynamique :

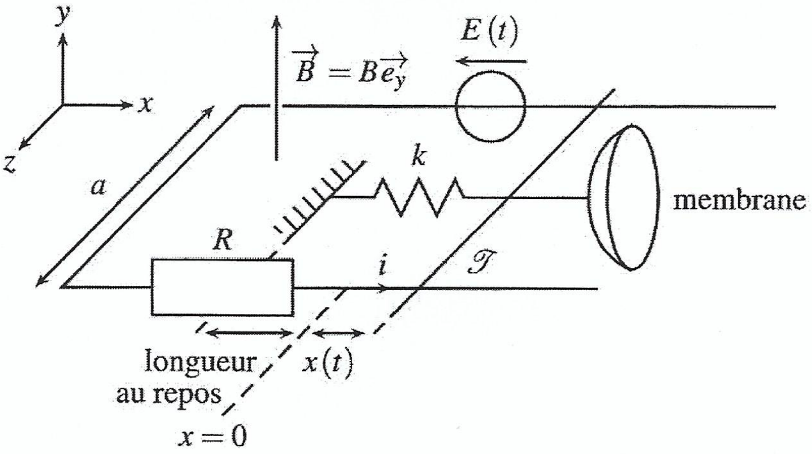


Figure 30.10 – Schéma de principe d'un haut-parleur.

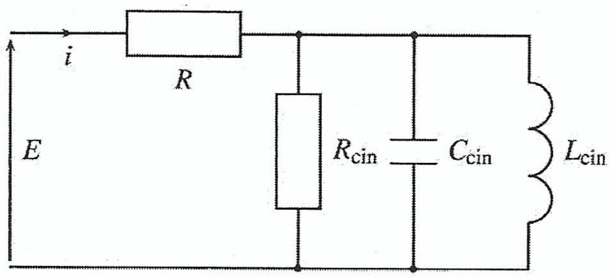


Figure 30.11 – Modèle électrique du haut-parleur.

a) Mise en équation $E(t)$ générateur de fem variable $\Rightarrow \vec{f_L}$ met en mvt la tige et la membrane, ce qui crée une onde sonore à l'image du signal électrique $E(t)$.

(EE) $e + E - Ri = 0$ où $e = -Bav$ $\boxed{E - Bav = Ri}$ (EE)

(EM) en + force de rappel du ressort $\vec{F_r} = -kx\,\vec{e_x}$ $\vec{F_L} = iBa\,\vec{e_x}$

force de frottement fluide $\vec{F_s} = -\alpha\vec{v}$ $\vec{P}, \vec{R_N}$

(pour tenir compte de la perte d'énergie de la membrane à l'émission de l'onde)

(PFD) projetée sur (Ox) $\boxed{m\dfrac{dv}{dt} = iBa - kx - \kappa v}$ (EM)

où m = masse de la tige + membrane.

MA3

$$\text{(EE)} \begin{cases} E - Bav = Ri \\ m\dfrac{dv}{dt} = iaB - kx - \alpha v \end{cases} \text{(EM)}$$

II) Résolution en régime sinusoïdal forcé

Notation complexe
$$\begin{cases} \text{(EE)} \ \underline{E} - Ba\,\underline{v} = R\underline{i} & (1) \\ \text{(EM)} \ m\,j\omega\,\underline{v} = Ba\underline{i} - k\dfrac{\underline{v}}{j\omega} - \alpha\underline{v} & (2) \end{cases}$$

d'où (2) $\underline{v}\left(mj\omega + \dfrac{k}{j\omega} + \alpha\right) = Ba\underline{i}$ $\qquad \boxed{\underline{v} = \dfrac{Ba\underline{i}}{mj\omega + \frac{k}{j\omega} + \alpha}}$

ds (1) $\underline{E} - Ba\dfrac{Ba\underline{i}}{mj\omega + \frac{k}{j\omega} + \alpha} = R\underline{i}$

$$\underline{E} = \frac{B^2a^2}{mj\omega + \frac{k}{j\omega} + \alpha}\underline{i} + R\underline{i}$$

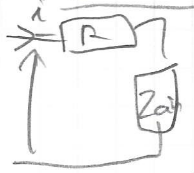
$$\boxed{\underline{E} = \underline{Z_{cin}}\,\underline{i} + R\underline{i}}$$

$$\boxed{\underline{Z_{cin}} = \frac{B^2a^2}{mj\omega + \frac{k}{j\omega} + \alpha}}$$

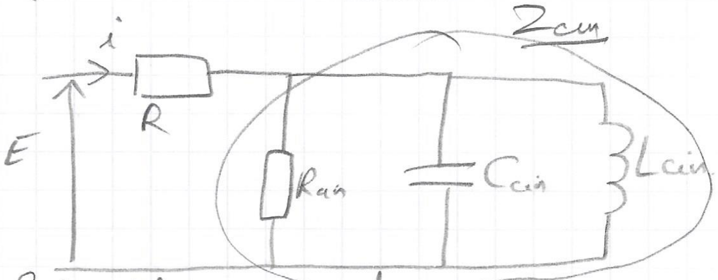
Impédance cinétique donne le couplage entre les grandeurs électrique et mécanique

$$\frac{1}{\underline{Z_{cin}}} = \frac{m}{B^2a^2}j\omega + \frac{k}{B^2a^2} \times \frac{1}{j\omega} + \frac{\alpha}{B^2a^2}$$
$$= C_{cin}j\omega + \frac{1}{L_{cin}} \times \frac{1}{j\omega} + \frac{1}{R_{cin}}$$

Schéma électrique équivalent



poly



$$\begin{cases} R_{cin} = \dfrac{B^2a^2}{\alpha} & \text{fait intervenir } \dfrac{1}{\text{coef de frottement } \alpha} \\ L_{cin} = \dfrac{B^2a^2}{k} & \text{fait intervenir } 1/\text{cste de raideur du ressort} \\ C_{cin} = \dfrac{m}{B^2a^2} & \text{fait intervenir la masse} \end{cases}$$

$$\frac{1}{\underline{Z_{cin}}} = \frac{1}{\underline{Z_{C\,cin}}} + \frac{1}{\underline{Z_{L\,cin}}} + \frac{1}{\underline{Z_{R\,cin}}}$$

où $\underline{Z_L} = jL\omega$, $\underline{Z_C} = \dfrac{1}{jC\omega}$, $\underline{Z_R} = R$

$$\underline{i} = \frac{\underline{E}}{R + \underline{Z_{cin}}} \quad \text{et} \quad \underline{v} = \frac{Ba\underline{i}}{mj\omega + \frac{k}{j\omega} + \alpha}$$

6) Bilan de puissance

4E/

$(EE) \times i \qquad -Bav\,i + Ei = Ri^2 \quad (1) \Rightarrow iBav = Ei - Ri^2$

$(EM) \times v \qquad m\frac{dv}{dt}v = iBav - kxv - \alpha v^2$

$\Rightarrow \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2\right) + \alpha v^2 = iBav$

$(1) \Rightarrow Ei = \frac{d}{dt}\left(\underbrace{\frac{1}{2}mv^2}_{Ec} + \underbrace{\frac{1}{2}kx^2}_{Epe}\right) + \alpha v^2 + Ri^2$

$\boxed{P_{elec} = P_{méca} + P_{sonore} + P_{Joule}}$

$P_{méca} = \frac{dEm}{dt}$ où $Em = Ec + Epe$
$= \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2$