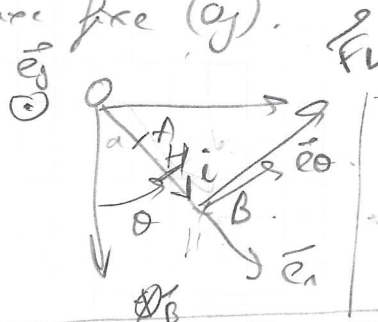
Exo 3 TD MA3_ Moteur à courant continu à entrefer plan

0). Tige AB | parcourue par i, dans $\vec{B}$. Soumise à $\vec{F_L}$ ⇒ $\vec{\Gamma_L}$ qui entraîne le rotor en rotation.
⇒ Le moteur fournit un couple utile (pivot moteur, vitesse circulaire).
Conversion $P_{élec} \Rightarrow P_{méca}$

Tige mobile dans $\vec{B}$ ⇒ fem. causée par les rails de Laplace, avec C_1 et C_2 circulaires.
OB en rotation autour d'un axe fixe (Oz).

1a) $\vec{f_L} = i\,\vec{AB} \wedge \vec{B_0}$
$= iB_0(b-a)\,\vec{e_\theta}$
$\vec{\Gamma_L} = \vec{OH} \wedge \vec{f_L}$
$OH = a + \left(\frac{b-a}{2}\right) = \frac{a+b}{2}$
$\vec{\Gamma_L} = iB_0\left(\frac{a+b}{2}\right)(b-a)\,\vec{e_z}$
$\vec{\Gamma_L} = \frac{iB_0}{2}(b^2-a^2)\,\vec{e_z}$
$\Gamma_{Loz} > 0$ grâce au générateur extérieur. Moteur

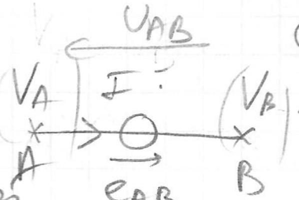


$$\boxed{\Gamma_{Lz} = \frac{IB_0}{2}\left[b^2 - a^2\right]}$$

1b) $\boxed{P_{fem} + P_{Laplace} = 0}$
$P_{Laplace} = \Gamma_{Loz}\,\omega = \frac{1}{2} iB_0\omega(b^2-a^2)$
$P_{fem} = -P_{Laplace} = -\frac{1}{2} iB_0\omega(b^2-a^2)$
$P_{fem} = e_{AB}\, i$ ⇒ $\boxed{e_{AB} = -\frac{1}{2}B_0\omega(b^2-a^2)}$
$e_{AB} < 0$ d'après la loi de Lenz

(Rq : Calcul direct de la fem $\phi = \vec{B}.\vec{dS}$ = cte $e = 0$.)

2a) Les p conducteurs sont branchés en parallèle et tous parcourus par le même courant d'intensité $\frac{I}{p}$ s'écoulant de C_1 (à V_A) vers C_2 (à V_B).



$U_{AB} = V_A - V_B = -e_{AB}$ en négligeant la résistance de la tige, supposée parfaitement conductrice.

Pour p tiges :
$P'_{fem} = p \times e_{AB} \times \frac{i}{p} = e_{AB} \times i = P_{fem}$.
$\Gamma'_{Loz} = p \times \frac{i}{p} \times \frac{B_0}{2}(b^2-a^2) = \Gamma_{Loz}$. $P'_{Lap} = P_{Lap}$.

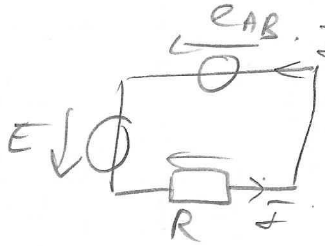
⇒ $P'_{Lap} + P'_{fem} = 0$. | On peut donc bien modéliser le rotor par 1 seule tige.

Dans la pratique, ce ne sera pas possible car non équilibré

2b) Si le moteur fournit à l'ext un couple Γ_e, c'est que l'ext exerce sur le moteur un couple de freinage $-\Gamma_e$

$J_{Total} = pJ \cdot d$ $\boxed{J_{Total}\dfrac{d\omega}{dt} = \Gamma_{Lapl} - \Gamma_e}$

CVG.



(EM) $\boxed{pJ\dfrac{d\omega}{dt} = \dfrac{b^2-a^2}{2}B_0 I - \Gamma_e}$

(EE) $E - Ri + e_{AB} = 0.$

$$\boxed{Ri + \frac{1}{2}B_0\omega(b^2-a^2) = E}$$

2c). (EE) $\Rightarrow i = \dfrac{1}{R}\left(E - (b^2-a^2)\dfrac{B_0\omega}{2}\right).$

(EM) $pJ\dfrac{d\omega}{dt} = \left(\dfrac{E}{R} - \dfrac{(b^2-a^2)B_0\omega}{2R}\right)\left(\dfrac{b^2-a^2}{2}B_0\right) - \Gamma_e.$

$$\frac{d\omega}{dt} + \frac{(b^2-a^2)^2B_0^2}{pJ\,4R}\omega = \frac{1}{pJ}\left[\frac{(b^2-a^2)B_0E}{2R} - \Gamma_e\right]$$

$\boxed{\dfrac{d\omega}{dt} + \dfrac{\omega}{\tau} = \dfrac{\omega_{lim}}{\tau}}$ $\boxed{\tau = \dfrac{4R\,pJ}{(b^2-a^2)^2B_0^2}} = \dfrac{4\times0{,}2\times6\times5.10^{-3}\times(5.10^{-2})^2}{3\times0{,}3^2\times((5.10^{-2})^2-(10^{-2})^2)^2}$

et $\boxed{\omega_{lim} = \dfrac{4R}{(b^2-a^2)^2B_0^2}\left(\dfrac{b^2-a^2}{2R}B_0E - \Gamma_e\right)}$ $\tau = 38{,}6\,s$ ok

$\boxed{\omega = \omega_{lim}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)}$ avec $\omega(0) = 0$

τ est réglable grâce à E.

1 tour $= 2\pi$ radians.

Au bout de 5τ $\Gamma_e = \Gamma$ la force

AN: $\omega_l = 3{,}4.10^{3}\,rad.s^{-1} = 540$ tour/s^{-1} $(\times 2\pi)$

2d) Pour que $\omega_l > 0$, Γ_e fourni ne doit pas être trop important. Sinon le moteur ne se met pas à tourner.

$\Gamma_e < \Gamma_{em}$ $\boxed{\Gamma_{em} = \dfrac{b^2-a^2}{2R}B_0E} = \dfrac{(5.10^{-2})^2-(10^{-2})^2}{2\times0{,}2}\times0{,}3\times4$

AN: $\Gamma_{em} = 7{,}10^{-3}\,Nm$

$$\omega_{lim} = \frac{4\times0{,}2}{((5.10^{-2})^2-(10^{-2})^2)^2\times(0{,}3)^2}\times\left(\frac{(5.10^{-2})^2-(10^{-2})^2}{2\times0{,}2}\times0{,}3\times4 - 5.10^{-3}\right)$$