

I Conditions de Gauss	2
1.) Stigmatisme approché :	2
2.) Conditions expérimentales.....	2
II Présentation des lentilles	3
1.) Définition.....	3
2.) Résultats expérimentaux	3
III Foyers.....	4
1.) Foyer (principal) image F'	4
2.) Foyer (principal) objet F	6
IV Constructions géométriques.....	7
1.) Méthode de construction de l'image d'un objet étendu	7
2.) Influence de la position de l'objet	7
a) Lentille convergente.....	7
V Relations de conjugaison.....	11
1.) Relation de Newton (avec origine aux foyers).....	11
2.) Relation de Descartes (avec origine au centre optique O).	12
3.) Critère de projection, méthode de Bessel	13
4.) Construction de l'objet AB et de l'image A'B', l'image intermédiaire étant donnée.....	14

Johann Carl Friedrich Gauss , né en 1777 à Brunswick et mort en 1855 à Göttingen, est un mathématicien, astronome et physicien allemand. Il a apporté de très importantes contributions à ces trois domaines. Surnommé « le prince des mathématiciens », il est considéré comme l'un des plus grands mathématiciens de tous les temps.

La qualité extraordinaire de ses travaux scientifiques était déjà reconnue par ses contemporains. Dès 1856, le roi de Hanovre fit graver des pièces commémoratives avec l'image de Gauss et l'inscription *Mathematicorum Principi* (« au prince des mathématiciens » en latin). Gauss n'ayant publié qu'une partie de ses découvertes, la postérité découvrit surtout l'étendue de ses travaux lors de la publication de ses Œuvres, de son journal et d'une partie de ses archives, à la fin du XIX^e siècle.

Gauss dirigea l'Observatoire de Göttingen et ne travailla pas comme professeur de mathématiques — d'ailleurs il n'aimait guère enseigner — mais il encouragea plusieurs de ses étudiants, qui devinrent d'importants mathématiciens, notamment Gotthold Eisenstein et Bernhard Riemann.



Galaxie M51 photographiée par un amateur avec une lunette astro et un appareil photo numérique

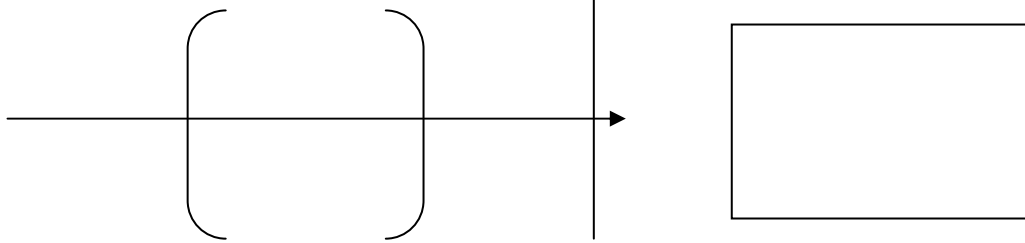


I Conditions de Gauss

1.) Stigmatisme approché

A point objet, A' point image, A et A' situés sur l'axe optique du système optique (S).

Définition : (S) est dit approximativement stigmatique pour (A, A') si tout rayon lumineux incident passant par A, passe au voisinage de A' après avoir traversé (S). $A \xrightarrow{(S)} A'$



Si la tâche est suffisamment petite autour de A' pour être sur une seule cellule du récepteur (cellule de la rétine ou du photorécepteur), le récepteur voit la tâche comme un point.

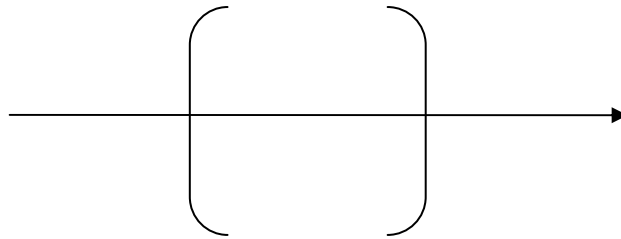
Le système sera approximativement aplanétique, s'il est approximativement stigmatique pour (A, A') et (B, B') et si l'image A'B' de AB, plan et perpendiculaire à l'axe optique, est plane et perpendiculaire à l'axe.

2.) Conditions expérimentales

Conditions de Gauss : Les rayons sont paraxiaux, c'est-à-dire faiblement inclinés par rapport à l'axe optique et proches de l'axe optique :

- Les angles θ que font les rayons lumineux avec l'axe optique sont petits.
- Les rayons lumineux frappent la surface près de l'axe optique.

https://phyanim.sciences.univ-nantes.fr/optiqueGeo/lentilles/stigmatisme_lentille.php



Si θ est petit (*en radian*): $\tan\theta \approx \sin\theta \approx \theta$

En pratique, θ doit être inférieur à 0,1 radians ou 5 degrés et $HI \leq \frac{f'}{10}$ où f' est la distance focale de la lentille.

Remarque : Aberrations chromatiques

https://phyanim.sciences.univ-nantes.fr/optiqueGeo/lentilles/aberration_chromatique.php

II Présentation des lentilles

1.) Définition

Définition : Une lentille est un système centré résultant de l'association de deux dioptries sphériques (ou un dioptre sphérique et un dioptre plan) délimitant un milieu d'indice n .

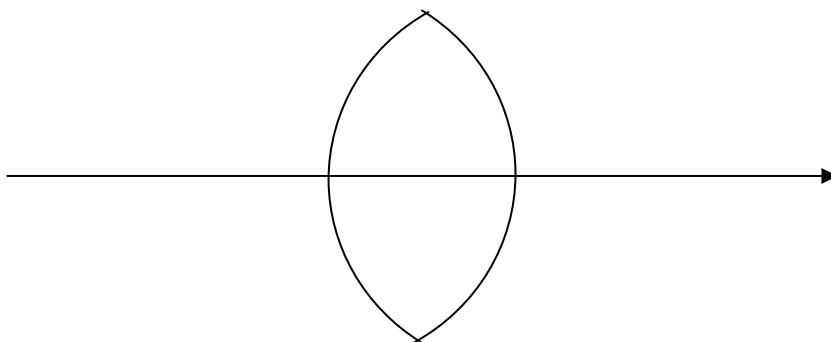
Dioptre 1 : $R_1 = \overline{S_1C_1}$ Dioptre 2 : $R_2 = \overline{S_2C_2}$ L'épaisseur de la lentille est $e = S_1S_2$

Une lentille est dite mince si son épaisseur est très petite devant les rayons de courbure des dioptries qui la constituent et devant la distance entre les centres des deux dioptries.

Dans ces conditions, on confondra les sommets S_1 et S_2 en un même point O appelé centre optique de la lentille.

$$e \ll |R_1| \quad e \ll |R_2| \quad e \ll C_1C_2 \quad \text{On a alors } O = S_1 = S_2$$

Cas du dessin : $R_1 > 0$ et $R_2 < 0$.



2.) Résultats expérimentaux

On sait que de nombreux appareils d'optique sont formés de lentilles : loupe, verre de lunette, objectif d'appareil photographique.

Les lentilles permettent donc de former des images nettes.

On admet que les lentilles minces vérifient les propriétés de stigmatisme et d'aplanétisme approché dans les conditions de Gauss (rayons paraxiaux).

On peut vérifier expérimentalement que tout rayon incident passant par O traverse la lentille sans déviation, dans les conditions de Gauss.

III Foyers

1.) Foyer (principal) image F'

Définition : Un faisceau incident parallèle à l'axe optique émerge après la lentille en passant par un point F' de l'axe optique, appelé foyer image de la lentille. Distance focale image $f' = \overline{OF'}$ Vergence $V = \frac{1}{f'}$

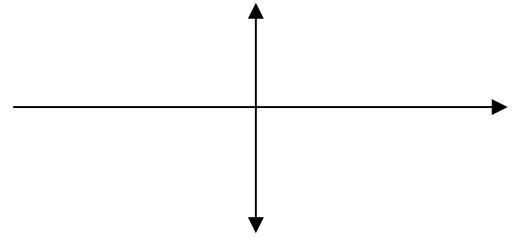
https://phyanim.sciences.univ-nantes.fr/optiqueGeo/lentilles/lentille_mince.php

Point objet A à l'infini sur l'axe optique :

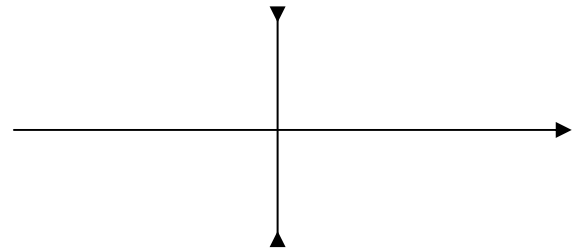
$$A_{\infty} \xrightarrow{(L)} F'$$

Classification des lentilles

Lentille convergente : le faisceau émergent est convergent. $f' > 0$ $V > 0$. Ce sont les lentilles à bords minces.

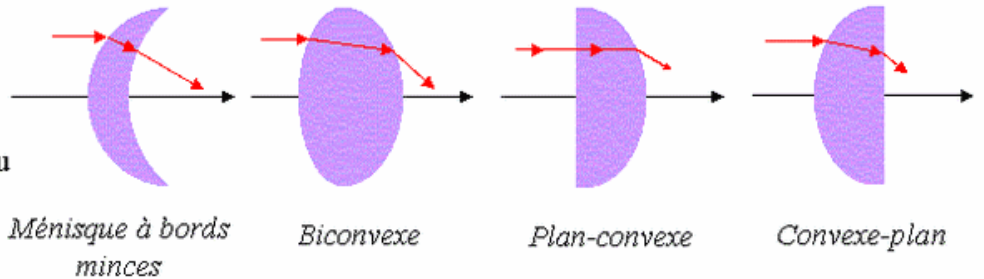


Lentille divergente : le faisceau émergent est divergent. $f' < 0$ $V < 0$. Ce sont les lentilles à bords épais.



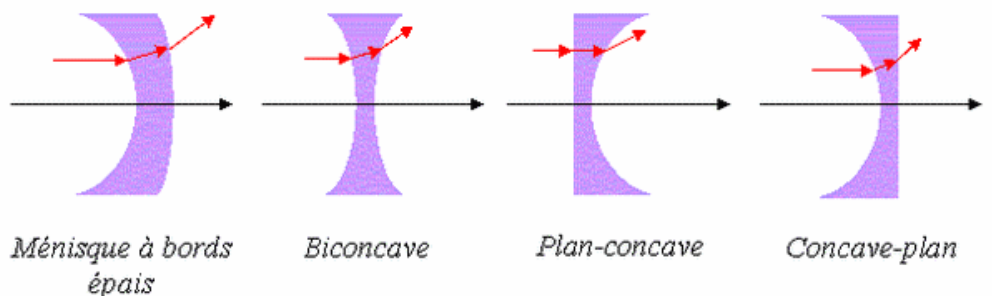
Lentilles convergentes :

les bords sont plus minces que le centre.
Elles transforment un faisceau parallèle en faisceau convergent.



Lentilles divergentes :

les bords sont plus épais que le centre.
Elles transforment un faisceau parallèle en faisceau divergent.



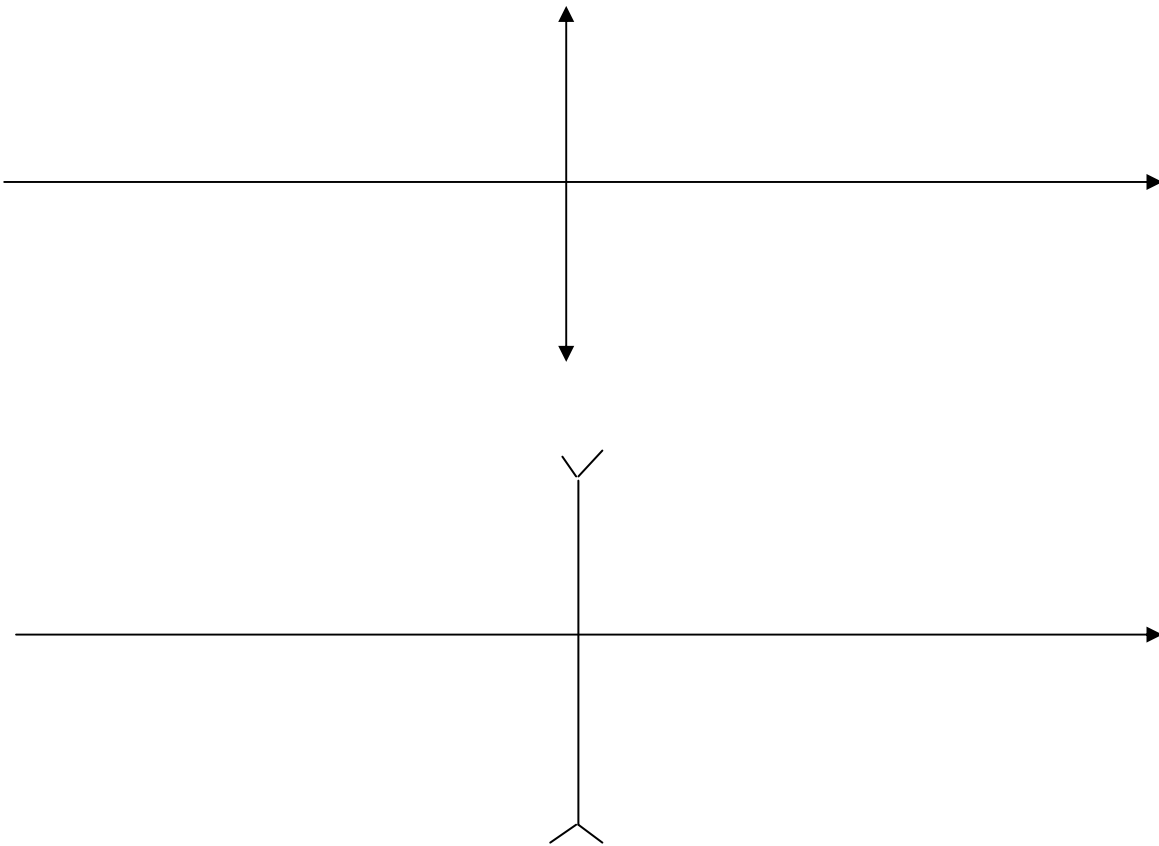
Plan focal image (PFI) C'est le plan de front de F' . Il contient l'image des points situés à l'infini.

Un faisceau incident parallèle, incliné par rapport à l'axe optique, émerge après la lentille en passant par un point Φ' du plan focal image, appelé foyer image secondaire.

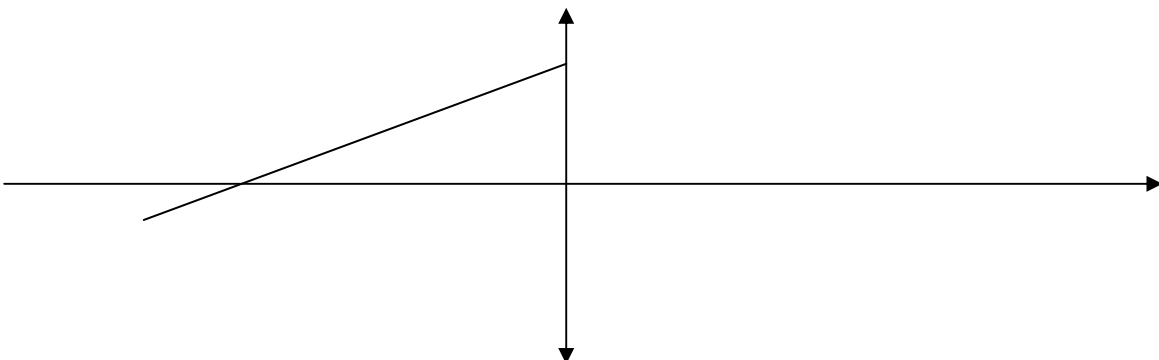
Point objet B à l'infini, en dehors de l'axe optique : $B\infty \xrightarrow{(L)} \Phi'$

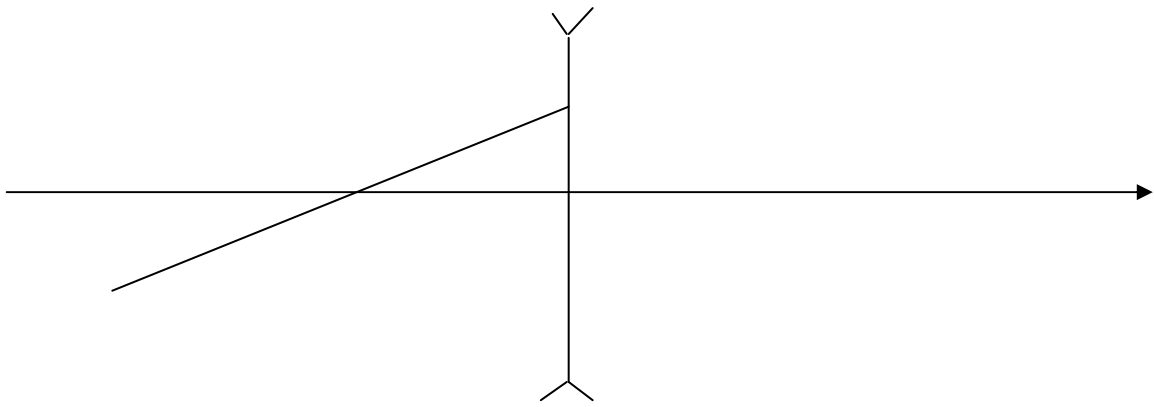
Construction

- un rayon lumineux passant par le centre n'est pas dévié.
- l'objet étant à l'infini, l'image est dans le plan focal image.



Remarque : Permet de construire le rayon émergent associé à tout rayon incident : on trace le rayon lumineux parallèle passant par le centre de la lentille. Il n'est pas dévié et coupe le plan focal image en ϕ' .



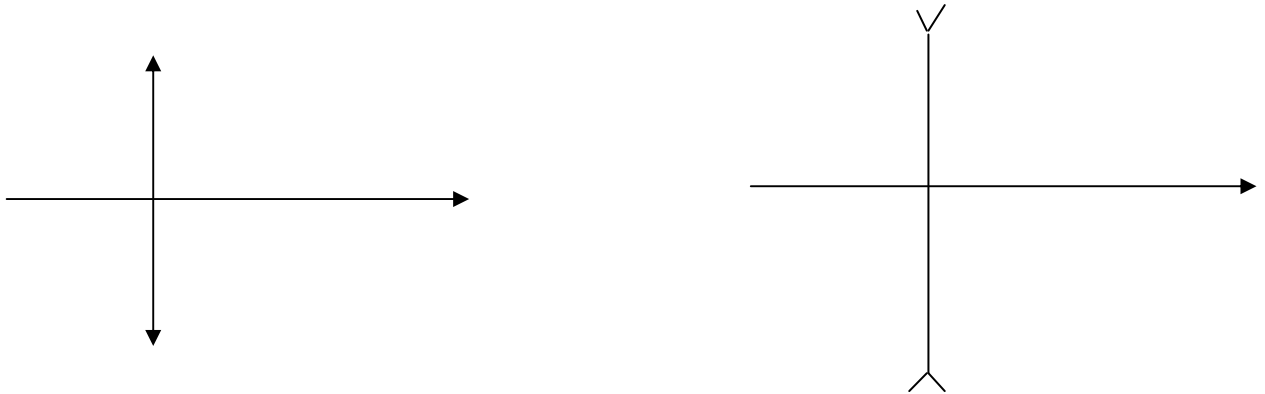


2.) Foyer (principal) objet F

Définition : Un faisceau émergent parallèle à l'axe optique après la lentille est issu du point F de l'axe optique, appelé foyer objet de la lentille. Distance focale objet : $f = \overline{OF}$

Propriété ADMISE : Les foyers sont symétriques par rapport à O. $f = -f'$

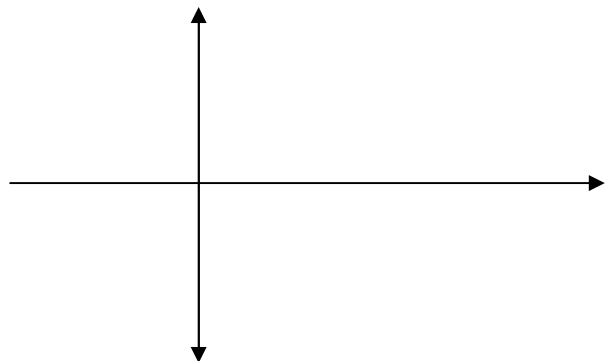
Sur l'axe : $F \xrightarrow{(L)} A'\infty$ Point image A' à l'infini sur l'axe optique (faisceau parallèle).

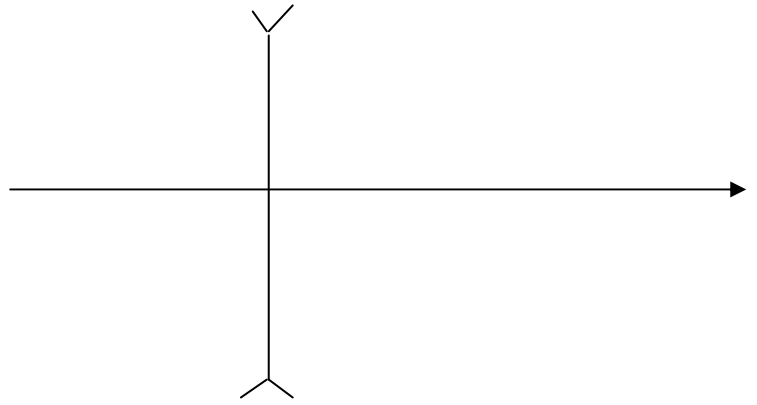


Plan focal objet (PFO) : C'est le plan de front de F. Il contient les points ayant leur image à l'infini.

Un faisceau incident, passant par un point Φ du plan focal objet, appelé foyer objet secondaire, émerge après la lentille en faisceau parallèle, incliné par rapport à l'axe optique

Hors axe : $\Phi \xrightarrow{(L)} B'\infty$ Point image B' à l'infini, en dehors de l'axe optique :





IV Constructions géométriques

1.) Méthode de construction de l'image d'un objet étendu

Hypothèse : AB est un objet plan, perpendiculaire à l'axe optique. Sa taille doit être petite devant la distance focale de la lentille (conditions de Gauss).

1. On construit B', image de B, en utilisant 2 des 3 rayons suivants :

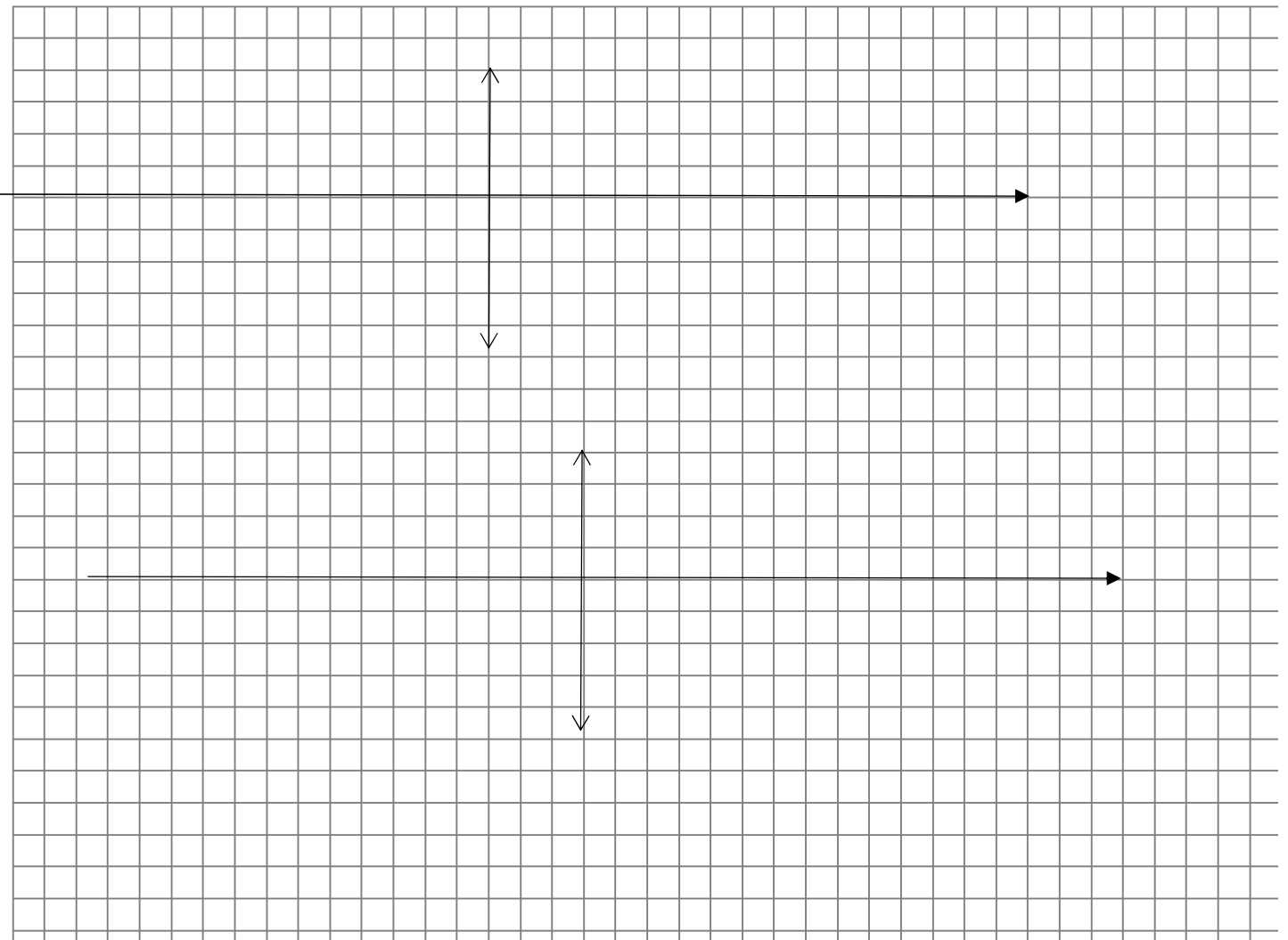
- un RL passant par le centre n'est pas dévié.
- un RL incident passant par le foyer objet ressort parallèle à l'axe optique.
- un RL incident parallèle à l'axe ressort par le foyer image.

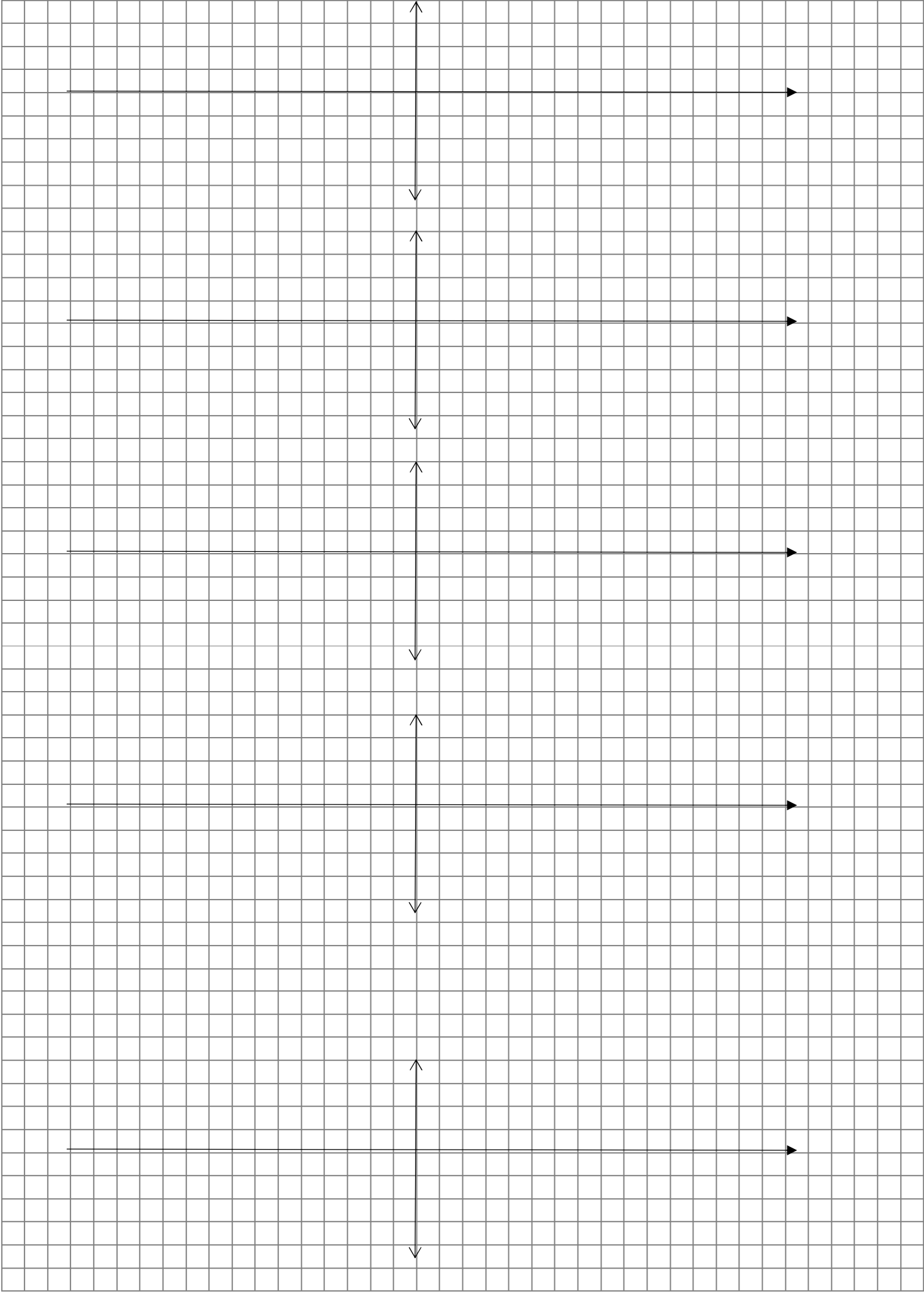
2. A' est obtenu par projection orthogonale de B' sur l'axe optique.

https://phyanim.sciences.univ-nantes.fr/optiqueGeo/lentilles/lentille_mince.php

2.) Influence de la position de l'objet

a) Lentille convergente $AB = 2c$ $f' = 6c$ $\overline{OA} = -14c ; -10c ; -6c ; -2c ; 4c$



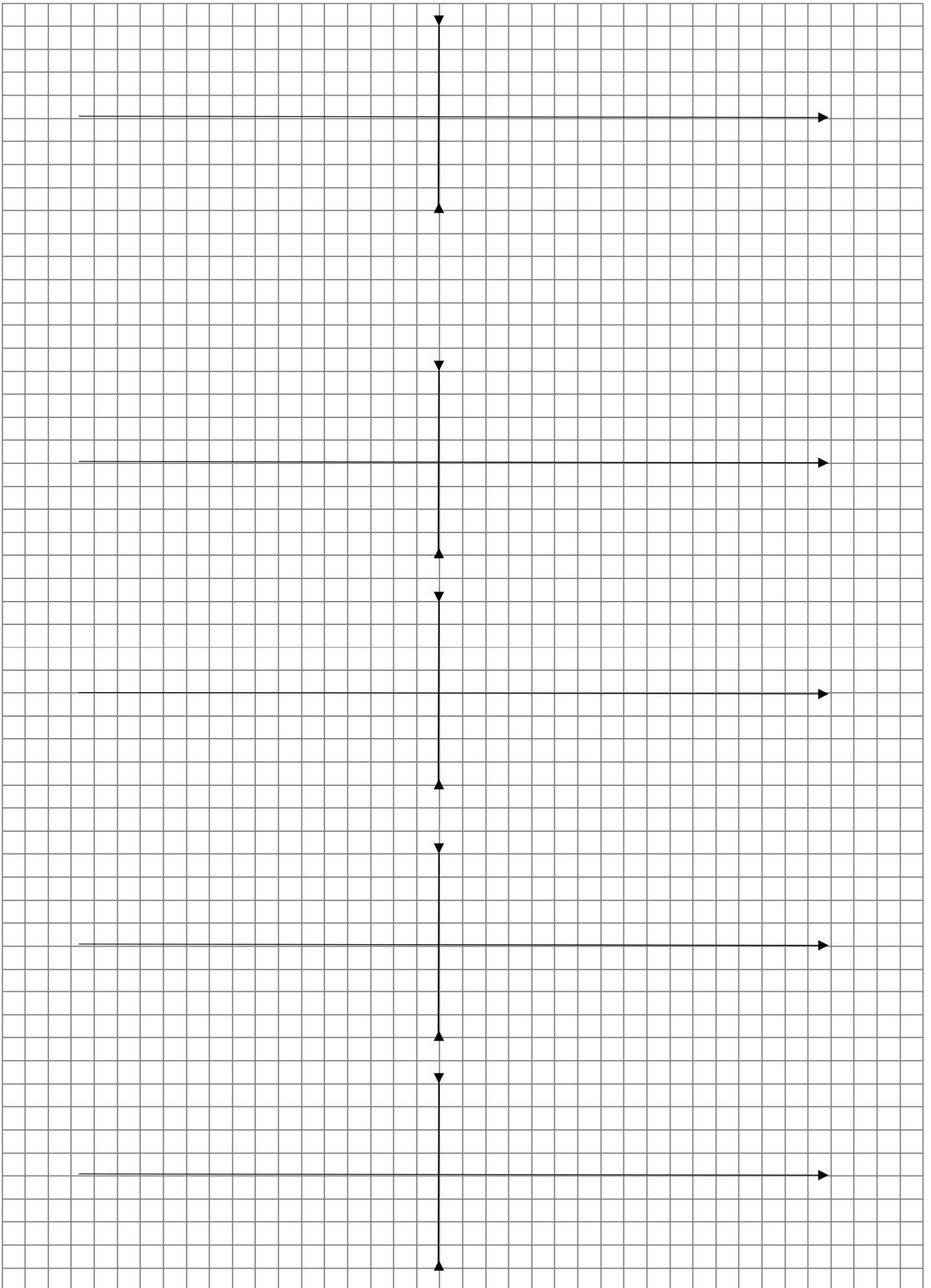


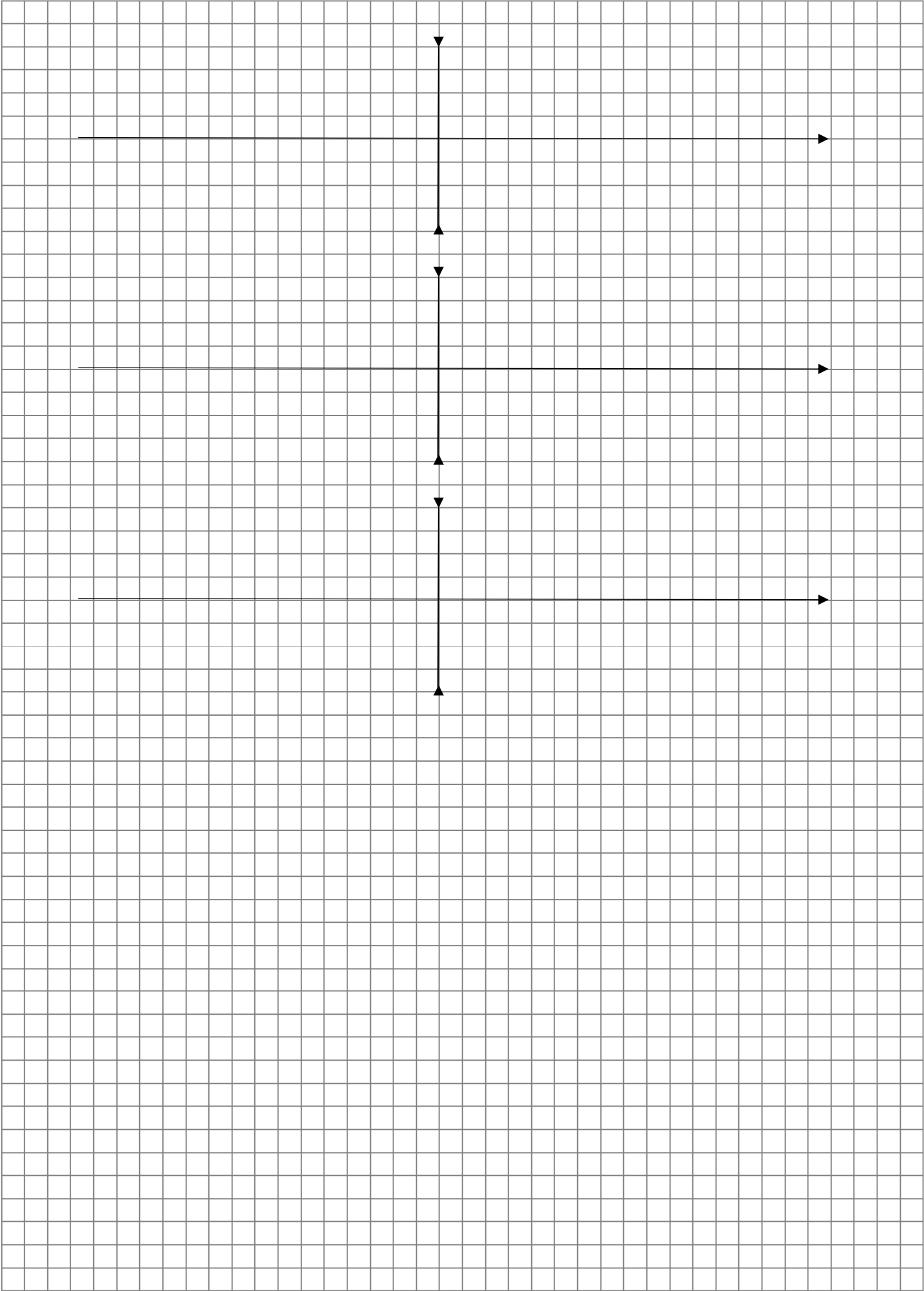
b) Lentille divergente

$$AB = 2c$$

$$f' = -6c$$

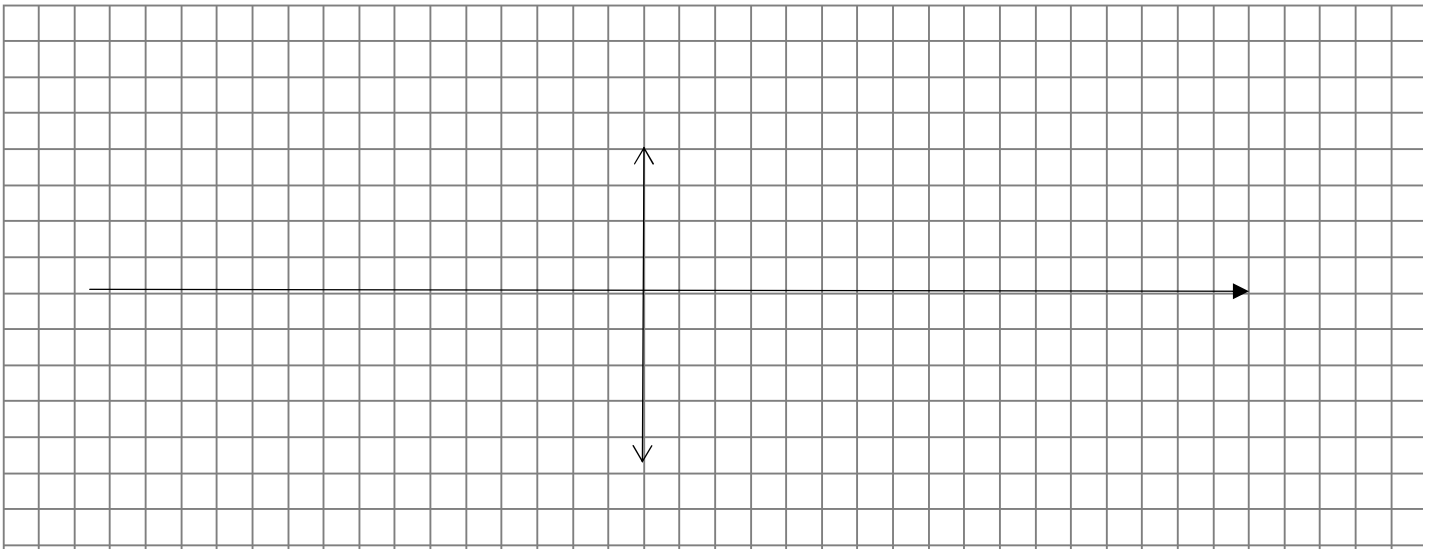
$$\overline{OA} = -10c ; 4c ; 6c ; 8c ; 14c$$





V Relations de conjugaison

1.) Relation de Newton (avec origine aux foyers)



Le conjugué A' d'un point A par une lentille mince sphérique, de centre optique O , de foyers F et F' , de distance focale image f' vérifie les relations suivantes :

Pour $A \xrightarrow{(L)} A'$, on a : Relation de Newton : $\overline{FA} \cdot \overline{F'A'} = -f'^2$ et $\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{FO}}{\overline{FA}} = \frac{\overline{F'A'}}{\overline{F'O}}$

2.) Relation de Descartes (avec origine au centre optique O).

Le conjugué A' d'un point A par une lentille mince sphérique, de centre optique O , de foyers F et F' , de distance focale image f' vérifie les relations suivantes :

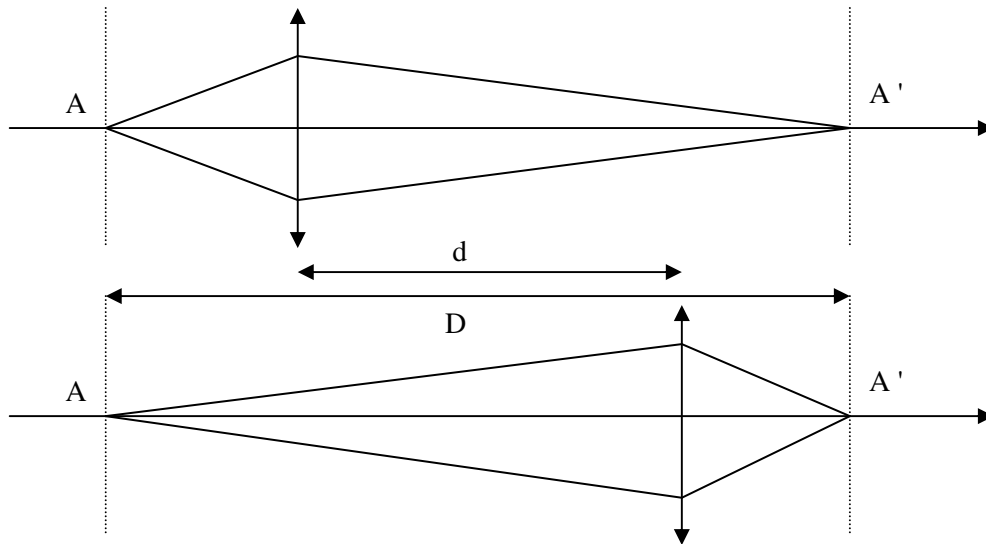
Pour $A \xrightarrow{(L)} A'$, on a : Relation de Descartes : $\frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA} = \frac{1}{f'}$ et $\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$

3.) Critère de projection, méthode de Bessel

<https://phyanim.sciences.univ-nantes.fr/optiqueGeo/focometrie/bessel.php>

Critère de projection : On veut montrer que la distance objet écran D doit être supérieure ou égale à $4f$ 'pour qu'il existe au moins une position possible de la lentille donnant de A l'image réelle A' '. On pourra poser $x = \overline{OA}$.

Méthode de Bessel : Pour $D > 4f$ ', on démontre une formule donnant f ' en fonction de d , distance entre les deux positions possibles de la lentille et D .



4.) Construction de l'objet AB et de l'image A'B', l'image intermédiaire étant donnée.

