

Programme de colle n°1 *semaine du 14 au 18 septembre*

Relation “ $\leq$ ” sur $\mathbb{R}$ et valeur absolue

- Relation d’ordre sur $\mathbb{R}$. Compatibilité avec les opérations.
- Valeur absolue : définition, propriétés. Interprétation géométrique d’inégalités du type $|x - a| \leq b$. Inégalité triangulaire.
- Intervalles de $\mathbb{R}$.
- Dans $\mathbb{R}$, parties majorées, minorées, bornées, majorant, minorant, maximum, minimum.

Fonctions : généralités

- Parité, imparité, périodicité. Interprétation géométrique de ces propriétés. Utilisation pour la réduction du domaine d’étude. Dédution du graphe de f le graphe des fonctions obtenues par des transformations simples, comme $x \mapsto f(x + a)$ ou $x \mapsto f(ax)$.
- Asymptotes verticales, horizontales, obliques.
- Fonctions majorées, minorées, bornées.
- Combinaison linéaire, produit, composée de fonctions.
- Bijectivité. Lien entre le graphe d’une fonction et de sa réciproque.
- Continuité en un point, sur un intervalle. Opérations sur les fonctions continues en un point : combinaison linéaire, produit, quotient, composition.
- Théorème de la bijection.
- Définition par le taux d’accroissement de la dérivabilité en un point, nombre dérivé. Interprétation géométrique : tangente. La dérivabilité entraîne la continuité. Dérivées d’ordre supérieur. Opérations sur les fonctions dérivables : combinaison linéaire, produit, quotient, composition. Caractérisation des fonctions constantes, (dé)croissantes, strictement (dé)croissantes, parmi les fonctions dérivables sur un intervalle. Application à la démonstration d’inégalités.

Donner un énoncé du cours et l’une des questions de cours suivantes :

- ☐ Une partie A de $\mathbb{R}$ est bornée si et seulement si il existe un réel K positif tel que pour tout élément x de A , $|x| \leq K$.
- ☐ Montrer que l’équation $x^6 + x^4 + x^2 = 1$ admet une unique solution réelle positive.
- ☐ Étudier le domaine de définition, de continuité et de dérivabilité de h telle que $h(x) = \sqrt{\frac{2+x}{1-x}}$. Calculer la dérivée là où elle est définie.
- ☐ Montrer que, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $|\sin(x)| \leq |x|$.