

I. Tablette MarkBoard

1) Nombre de Foudres $F = (\rho L)^a \times \frac{1}{g} \times 10^b \times m^c$ d'après l'énoncé

D'après la seconde loi de Newton, $F = ma$ et $1 \text{ kg} \Rightarrow [a] = [g]$

Donc $[g] = L T^{-2}$

Donc $[F] = \left(\frac{H \times L}{L^3} \right)^a \times \frac{1}{L T^{-2}} \times (L T^{-1})^b H^c$
 $= H^{a+c} L^{-2a-1} T^{2-b} = 1 \Rightarrow \begin{cases} a+c=0 \\ -2a-1=0 \end{cases}$

$[F] = H^{a+c} L^{-2a-1} T^{2-b} = 1 \Rightarrow \begin{cases} a+c=0 \\ -2a-1=0 \end{cases}$

d'où $b=2$ $a=1/2$ $c=-1/2$

$F = \frac{10^2}{g} \sqrt{\frac{\rho L}{m}}$

2) $F = \frac{10^2}{g} \sqrt{\frac{\rho L}{m}} \Rightarrow 10 = \sqrt{g F^2} \left(\frac{m}{\rho L} \right)^{1/4}$

3) $\frac{10^2}{10^4} = \left(\frac{10^2}{10^4} \right)^{1/4} \Rightarrow 10 = \left(\frac{10^2}{10^4} \right)^{1/4} 10^4$

AN: $10 = \left(\frac{38}{10} \right)^{1/4} \times 20 \quad 10 = \left(\frac{38}{10} \right)^{1/4} \times 20 \approx 1.3 \times 20$
 $10 \approx 26 \text{ km.k}^{-1}$

II. Opère 1: Arc-en-ciel (Baron PT 2024)

1) On utilise la même méthode que pour la piscine:

A la première réflexion: $D_1 = i_1 - i_2$

A la réflexion en T: $D_2 = \pi - i_2 - i_3$

A la deuxième réflexion: $D_3 = i_4 - i_3$

2) Soit de Sud Direction:

A la première réflexion: $\sin i_1 = n$ $\sin i_2 \Rightarrow i_2 = \arcsin(\sin i_1 / n)$

Pour la réflexion: $i_3 = i_2 = \arcsin(\sin i_1 / n)$

A la deuxième réflexion: $n \sin i_3 = \sin i_4 \Rightarrow n \sin i_2 = \sin i_4$
 $\Rightarrow \sin i_4 = \sin i_1 \Rightarrow i_4 = i_1$

3) D'après la loi de Cauchy, si $n > 1$ alors $n > 1$

1) après le graph $\pi/3$, on a alors $D_{\text{min}} > D_{\text{max}}$

2) Pour la seconde loi de Cauchy, si $n > 1$ alors $n > 1$

3) On a d'après la loi de Cauchy, si $n > 1$ alors $n > 1$

4) $D = \pi + 2 \arcsin(x) - 4 \arcsin(x/n)$

5) $\frac{dD}{dx} = \frac{2}{\sqrt{1-x^2}} - \frac{4}{n} \frac{1}{\sqrt{1-(x/n)^2}} = 0 \Rightarrow \frac{4}{1-x^2} = \left(\frac{4}{n} \right)^2 \frac{1}{1-(x/n)^2}$

$\Rightarrow 4 n^2 (1 - \frac{x^2}{n^2}) = 4^2 (1 - x^2) \Rightarrow n^2 - x^2 = 4 - 4x^2$

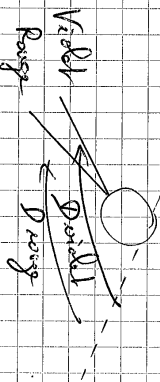
$\Rightarrow 3x^2 = 4 - n^2 \Rightarrow x^2 = \frac{4-n^2}{3} \Rightarrow x = \sqrt{\frac{4-n^2}{3}} = \sin(\arcsin(\frac{\sqrt{4-n^2}}{3}))$

6) D'après la loi de Cauchy, si $n > 1$ alors $n > 1$

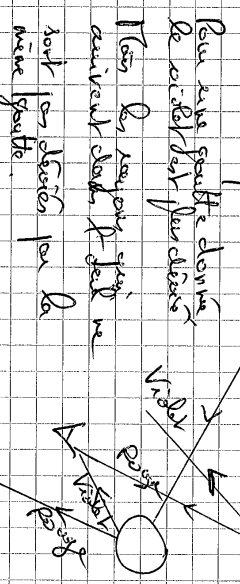
7) Pour la seconde loi de Cauchy, si $n > 1$ alors $n > 1$

8) On a d'après la loi de Cauchy, si $n > 1$ alors $n > 1$

9) On a d'après la loi de Cauchy, si $n > 1$ alors $n > 1$



10) Les rayons du violet arrivent plus tôt que les rayons du rouge.



Les rayons du violet arrivent plus tôt que les rayons du rouge. L'angle de vision pour le violet est plus petit que celui pour le rouge.

III Option 2 - Problèmes d'optique numérique (Barème PT 2014) 3

III.1 - Diac concave

1) Relation de l'axe de l'image $A(C)A'$

Relation de Descartes: $\frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA} = \frac{1}{f_0} \Rightarrow \frac{1}{OA'} = \frac{1}{OA} + \frac{1}{f_0} = \frac{f_0 + OA}{f_0 OA}$

$\Rightarrow \overline{OA'} = \frac{f_0 OA}{f_0 + OA}$ $x_0 = \overline{OA}$ $d' = \overline{OA'} = \frac{f_0 x_0}{f_0 + x_0}$

AN: $d' = -\frac{2 \times 0,1}{0,1 - 2} = -\frac{0,2}{-1,9} = \frac{0,2}{1,9}$ $d' \approx 0,105$ ($A = F' \text{ car } A \in \infty$)

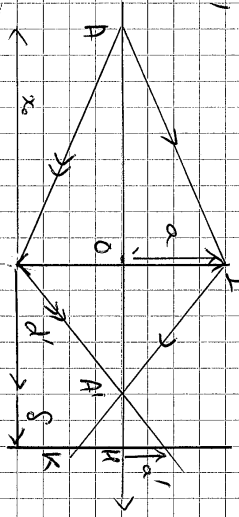
Conséquence: $\gamma = \frac{\overline{A'I'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} \Rightarrow \overline{A'I'} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} \overline{AB}$

$k' = |\overline{A'I'}| = \frac{d'}{k} k' = \frac{d' k}{x_0}$ AN: $k' = \frac{0,1 \times 9}{2} k' = 5 \text{ mm}$

2) Démontrer la théorie de Talbot

dans les triangles $HA'I'$ et OIA'

$\frac{HK}{OI} = \frac{A'I'}{AO} \Rightarrow \frac{-a'}{-d'} = \frac{f}{-d'} \Rightarrow a' = f a$



AN: $a' = \frac{0,5}{10} \times 5 = 0,25 \text{ cm}$

3) Taille d'un pixel: Nombre de pixels $N = 6 \times 10^6$

Surface de la dalle: $S = 20 \times 10^{-3} \times 30 \times 10^{-3} = 600 \times 10^{-6} \text{ m}^2$

On a: $S = N \epsilon^2 \Rightarrow \epsilon^2 = \frac{S}{N} = \frac{600 \times 10^{-6}}{100 \times 10^{12}} = 6 \times 10^{-18} \text{ m}^2$

$\epsilon = 10^{-9} \text{ m} = 10 \text{ nm}$ côté d'un pixel carré

Conclusion: Pour que l'image soit nette, l'image du pixel doit être

sur 1 pixel: $2a' < \epsilon \Rightarrow a' < \frac{\epsilon}{2}$ $a' < 5 \text{ nm}$

Or $a' = \frac{f a}{d'} \Rightarrow \frac{f a}{d'} < \frac{\epsilon}{2} \Rightarrow f < \frac{d' \epsilon}{2 a}$

AN: $f < \frac{5 \times 10^{-6} \times 0,1}{5 \times 10^{-2}} = 10^{-4} \text{ m}$

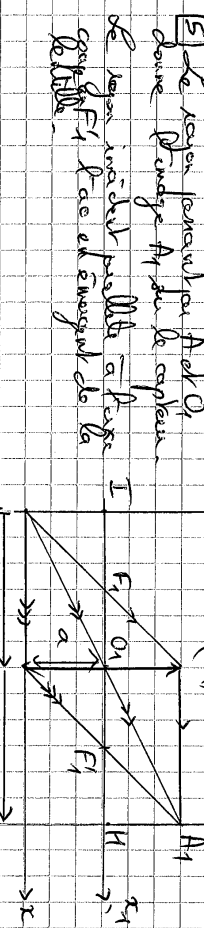
$f < 0,1 \times 10^{-4} \text{ m}$

III.2 Principe simplifié de l'autofocal

4) On établit la relation de Descartes QI avec $\overline{OA} = -\frac{d_0}{2}$

$d = -\frac{f' d_0}{d_0 - f'}$ $d = \frac{f' d_0}{d_0 - f'}$

5) Les rayons parallèles au AOI donne l'image A' au foyer principal de l'objectif F_1 et de l'oculaire F_2



6) Démontrer la théorie de Talbot dans les triangles $O_1 A_1 H$ et $O_2 I A$

$\frac{HA_1}{IA} = \frac{O_1 H}{O_2 I} \Rightarrow \frac{HA_1}{a} = \frac{d}{d_0} \Rightarrow HA_1 = \frac{a d}{d_0}$

$y_1 = a + HA_1$ $y_1 = a + \frac{a d}{d_0}$ $y_1 = a \left(1 + \frac{d}{d_0}\right)$

Par symétrie: $y_2 = -y_1 = -a \left(1 + \frac{d}{d_0}\right)$

7) $\Delta \phi_0 = y_1 - y_2 = 2y_1$ $\Delta \phi_0 = 2a \left(1 + \frac{d}{d_0}\right)$

8) $\Delta \phi_0$ dans $\Delta O_1 H A_1$ et $O_2 I A$

Talbot dans $\Delta O_1 H A_1$ et $O_2 I A$

$\frac{HA_1}{IA} = \frac{O_1 H}{O_2 I}$

$\Rightarrow HA_1 = IA \times \frac{O_1 H}{O_2 I}$

$y_1 - a = (-a) \times \frac{a}{d_0}$

car $O_1 I = O_2 O + O I = -d_0 + p$

$\Rightarrow y_1 = a - \frac{a^2}{p - d_0}$

$y_2 = a + \frac{a^2}{p - d_0}$

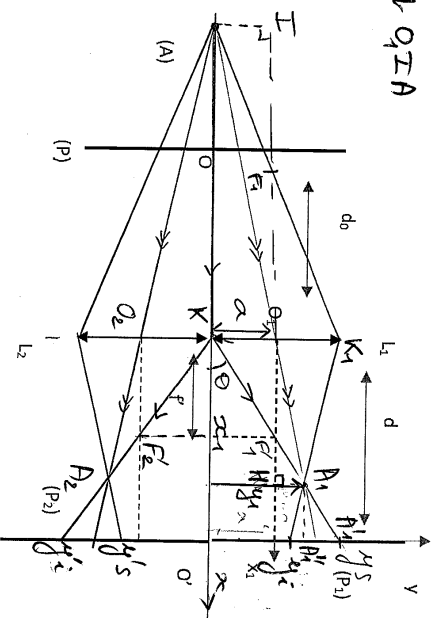
$\Rightarrow y_1 = a - \frac{a^2}{p - d_0}$

$y_2 = a + \frac{a^2}{p - d_0}$

$\Rightarrow y_1 = a - \frac{a^2}{p - d_0}$

$\Rightarrow y_2 = a + \frac{a^2}{p - d_0}$

$\Rightarrow y_1 = a - \frac{a^2}{p - d_0}$



9) d' pour un objet. On a: A_1 objet, A_2 image, A_3 objet, A_4 image, A_5 objet, A_6 image, A_7 objet, A_8 image, A_9 objet, A_{10} image, A_{11} objet, A_{12} image, A_{13} objet, A_{14} image, A_{15} objet, A_{16} image, A_{17} objet, A_{18} image, A_{19} objet, A_{20} image, A_{21} objet, A_{22} image, A_{23} objet, A_{24} image, A_{25} objet, A_{26} image, A_{27} objet, A_{28} image, A_{29} objet, A_{30} image, A_{31} objet, A_{32} image, A_{33} objet, A_{34} image, A_{35} objet, A_{36} image, A_{37} objet, A_{38} image, A_{39} objet, A_{40} image, A_{41} objet, A_{42} image, A_{43} objet, A_{44} image, A_{45} objet, A_{46} image, A_{47} objet, A_{48} image, A_{49} objet, A_{50} image, A_{51} objet, A_{52} image, A_{53} objet, A_{54} image, A_{55} objet, A_{56} image, A_{57} objet, A_{58} image, A_{59} objet, A_{60} image, A_{61} objet, A_{62} image, A_{63} objet, A_{64} image, A_{65} objet, A_{66} image, A_{67} objet, A_{68} image, A_{69} objet, A_{70} image, A_{71} objet, A_{72} image, A_{73} objet, A_{74} image, A_{75} objet, A_{76} image, A_{77} objet, A_{78} image, A_{79} objet, A_{80} image, A_{81} objet, A_{82} image, A_{83} objet, A_{84} image, A_{85} objet, A_{86} image, A_{87} objet, A_{88} image, A_{89} objet, A_{90} image, A_{91} objet, A_{92} image, A_{93} objet, A_{94} image, A_{95} objet, A_{96} image, A_{97} objet, A_{98} image, A_{99} objet, A_{100} image, A_{101} objet, A_{102} image, A_{103} objet, A_{104} image, A_{105} objet, A_{106} image, A_{107} objet, A_{108} image, A_{109} objet, A_{110} image, A_{111} objet, A_{112} image, A_{113} objet, A_{114} image, A_{115} objet, A_{116} image, A_{117} objet, A_{118} image, A_{119} objet, A_{120} image, A_{121} objet, A_{122} image, A_{123} objet, A_{124} image, A_{125} objet, A_{126} image, A_{127} objet, A_{128} image, A_{129} objet, A_{130} image, A_{131} objet, A_{132} image, A_{133} objet, A_{134} image, A_{135} objet, A_{136} image, A_{137} objet, A_{138} image, A_{139} objet, A_{140} image, A_{141} objet, A_{142} image, A_{143} objet, A_{144} image, A_{145} objet, A_{146} image, A_{147} objet, A_{148} image, A_{149} objet, A_{150} image, A_{151} objet, A_{152} image, A_{153} objet, A_{154} image, A_{155} objet, A_{156} image, A_{157} objet, A_{158} image, A_{159} objet, A_{160} image, A_{161} objet, A_{162} image, A_{163} objet, A_{164} image, A_{165} objet, A_{166} image, A_{167} objet, A_{168} image, A_{169} objet, A_{170} image, A_{171} objet, A_{172} image, A_{173} objet, A_{174} image, A_{175} objet, A_{176} image, A_{177} objet, A_{178} image, A_{179} objet, A_{180} image, A_{181} objet, A_{182} image, A_{183} objet, A_{184} image, A_{185} objet, A_{186} image, A_{187} objet, A_{188} image, A_{189} objet, A_{190} image, A_{191} objet, A_{192} image, A_{193} objet, A_{194} image, A_{195} objet, A_{196} image, A_{197} objet, A_{198} image, A_{199} objet, A_{200} image, A_{201} objet, A_{202} image, A_{203} objet, A_{204} image, A_{205} objet, A_{206} image, A_{207} objet, A_{208} image, A_{209} objet, A_{210} image, A_{211} objet, A_{212} image, A_{213} objet, A_{214} image, A_{215} objet, A_{216} image, A_{217} objet, A_{218} image, A_{219} objet, A_{220} image, A_{221} objet, A_{222} image, A_{223} objet, A_{224} image, A_{225} objet, A_{226} image, A_{227} objet, A_{228} image, A_{229} objet, A_{230} image, A_{231} objet, A_{232} image, A_{233} objet, A_{234} image, A_{235} objet, A_{236} image, A_{237} objet, A_{238} image, A_{239} objet, A_{240} image, A_{241} objet, A_{242} image, A_{243} objet, A_{244} image, A_{245} objet, A_{246} image, A_{247} objet, A_{248} image, A_{249} objet, A_{250} image, A_{251} objet, A_{252} image, A_{253} objet, A_{254} image, A_{255} objet, A_{256} image, A_{257} objet, A_{258} image, A_{259} objet, A_{260} image, A_{261} objet, A_{262} image, A_{263} objet, A_{264} image, A_{265} objet, A_{266} image, A_{267} objet, A_{268} image, A_{269} objet, A_{270} image, A_{271} objet, A_{272} image, A_{273} objet, A_{274} image, A_{275} objet, A_{276} image, A_{277} objet, A_{278} image, A_{279} objet, A_{280} image, A_{281} objet, A_{282} image, A_{283} objet, A_{284} image, A_{285} objet, A_{286} image, A_{287} objet, A_{288} image, A_{289} objet, A_{290} image, A_{291} objet, A_{292} image, A_{293} objet, A_{294} image, A_{295} objet, A_{296} image, A_{297} objet, A_{298} image, A_{299} objet, A_{300} image, A_{301} objet, A_{302} image, A_{303} objet, A_{304} image, A_{305} objet, A_{306} image, A_{307} objet, A_{308} image, A_{309} objet, A_{310} image, A_{311} objet, A_{312} image, A_{313} objet, A_{314} image, A_{315} objet, A_{316} image, A_{317} objet, A_{318} image, A_{319} objet, A_{320} image, A_{321} objet, A_{322} image, A_{323} objet, A_{324} image, A_{325} objet, A_{326} image, A_{327} objet, A_{328} image, A_{329} objet, A_{330} image, A_{331} objet, A_{332} image, A_{333} objet, A_{334} image, A_{335} objet, A_{336} image, A_{337} objet, A_{338} image, A_{339} objet, A_{340} image, A_{341} objet, A_{342} image, A_{343} objet, A_{344} image, A_{345} objet, A_{346} image, A_{347} objet, A_{348} image, A_{349} objet, A_{350} image, A_{351} objet, A_{352} image, A_{353} objet, A_{354} image, A_{355} objet, A_{356} image, A_{357} objet, A_{358} image, A_{359} objet, A_{360} image, A_{361} objet, A_{362} image, A_{363} objet, A_{364} image, A_{365} objet, A_{366} image, A_{367} objet, A_{368} image, A_{369} objet, A_{370} image, A_{371} objet, A_{372} image, A_{373} objet, A_{374} image, A_{375} objet, A_{376} image, A_{377} objet, A_{378} image, A_{379} objet, A_{380} image, A_{381} objet, A_{382} image, A_{383} objet, A_{384} image, A_{385} objet, A_{386} image, A_{387} objet, A_{388} image, A_{389} objet, A_{390} image, A_{391} objet, A_{392} image, A_{393} objet, A_{394} image, A_{395} objet, A_{396} image, A_{397} objet, A_{398} image, A_{399} objet, A_{400} image, A_{401} objet, A_{402} image, A_{403} objet, A_{404} image, A_{405} objet, A_{406} image, A_{407} objet, A_{408} image, A_{409} objet, A_{410} image, A_{411} objet, A_{412} image, A_{413} objet, A_{414} image, A_{415} objet, A_{416} image, A_{417} objet, A_{418} image, A_{419} objet, A_{420} image, A_{421} objet, A_{422} image, A_{423} objet, A_{424} image, A_{425} objet, A_{426} image, A_{427} objet, A_{428} image, A_{429} objet, A_{430} image, A_{431} objet, A_{432} image, A_{433} objet, A_{434} image, A_{435} objet, A_{436} image, A_{437} objet, A_{438} image, A_{439} objet, A_{440} image, A_{441} objet, A_{442} image, A_{443} objet, A_{444} image, A_{445} objet, A_{446} image, A_{447} objet, A_{448} image, A_{449} objet, A_{450} image, A_{451} objet, A_{452} image, A_{453} objet, A_{454} image, A_{455} objet, A_{456} image, A_{457} objet, A_{458} image, A_{459} objet, A_{460} image, A_{461} objet, A_{462} image, A_{463} objet, A_{464} image, A_{465} objet, A_{466} image, A_{467} objet, A_{468} image, A_{469} objet, A_{470} image, A_{471} objet, A_{472} image, A_{473} objet, A_{474} image, A_{475} objet, A_{476} image, A_{477} objet, A_{478} image, A_{479} objet, A_{480} image, A_{481} objet, A_{482} image, A_{483} objet, A_{484} image, A_{485} objet, A_{486} image, A_{487} objet, A_{488} image, A_{489} objet, A_{490} image, A_{491} objet, A_{492} image, A_{493} objet, A_{494} image, A_{495} objet, A_{496} image, A_{497} objet, A_{498} image, A_{499} objet, A_{500} image, A_{501} objet, A_{502} image, A_{503} objet, A_{504} image, A_{505} objet, A_{506} image, A_{507} objet, A_{508} image, A_{509} objet, A_{510} image, A_{511} objet, A_{512} image, A_{513} objet, A_{514} image, A_{515} objet, A_{516} image, A_{517} objet, A_{518} image, A_{519} objet, A_{520} image, A_{521} objet, A_{522} image, A_{523} objet, A_{524} image, A_{525} objet, A_{526} image, A_{527} objet, A_{528} image, A_{529} objet, A_{530} image, A_{531} objet, A_{532} image, A_{533} objet, A_{534} image, A_{535} objet, A_{536} image, A_{537} objet, A_{538} image, A_{539} objet, A_{540} image, A_{541} objet, A_{542} image, A_{543} objet, A_{544} image, A_{545} objet, A_{546} image, A_{547} objet, A_{548} image, A_{549} objet, A_{550} image, A_{551} objet, A_{552} image, A_{553} objet, A_{554} image, A_{555} objet, A_{556} image, A_{557} objet, A_{558} image, A_{559} objet, A_{560} image, A_{561} objet, A_{562} image, A_{563} objet, A_{564} image, A_{565} objet, A_{566} image, A_{567} objet, A_{568} image, A_{569} objet, A_{570} image, A_{571} objet, A_{572} image, A_{573} objet, A_{574} image, A_{575} objet, A_{576} image, A_{577} objet, A_{578} image, A_{579} objet, A_{580} image, A_{581} objet, A_{582} image, A_{583} objet, A_{584} image, A_{585} objet, A_{586} image, A_{587} objet, A_{588} image, A_{589} objet, A_{590} image, A_{591} objet, A_{592} image, A_{593} objet, A_{594} image, A_{595} objet, A_{596} image, A_{597} objet, A_{598} image, A_{599} objet, A_{600} image, A_{601} objet, A_{602} image, A_{603} objet, A_{604} image, A_{605} objet, A_{606} image, A_{607} objet, A_{608} image, A_{609} objet, A_{610} image, A_{611} objet, A_{612} image, A_{613} objet, A_{614} image, A_{615} objet, A_{616} image, A_{617} objet, A_{618} image, A_{619} objet, A_{620} image, A_{621} objet, A_{622} image, A_{623} objet, A_{624} image, A_{625} objet, A_{626} image, A_{627} objet, A_{628} image, A_{629} objet, A_{630} image, A_{631} objet, A_{632} image, A_{633} objet, A_{634} image, A_{635} objet, A_{636} image, A_{637} objet, A_{638} image, A_{639} objet, A_{640} image, A_{641} objet, A_{642} image, A_{643} objet, A_{644} image, A_{645} objet, A_{646} image, A_{647} objet, A_{648} image, A_{649} objet, A_{650} image, A_{651} objet, A_{652} image, A_{653} objet, A_{654} image, A_{655} objet, A_{656} image, A_{657} objet, A_{658} image, A_{659} objet, A_{660} image, A_{661} objet, A_{662} image, A_{663} objet, A_{664} image, A_{665} objet, A_{666} image, A_{667} objet, A_{668} image, A_{669} objet, A_{670} image, A_{671} objet, A_{672} image, A_{673} objet, A_{674} image, A_{675} objet, A_{676} image, A_{677} objet, A_{678} image, A_{679} objet, A_{680} image, A_{681} objet, A_{682} image, A_{683} objet, A_{684} image, A_{685} objet, A_{686} image, A_{687} objet, A_{688} image, A_{689} objet, A_{690} image, A_{691} objet, A_{692} image, A_{693} objet, A_{694} image, A_{695} objet, A_{696} image, A_{697} objet, A_{698} image, A_{699} objet, A_{700} image, A_{701} objet, A_{702} image, A_{703} objet, A_{704} image, A_{705} objet, A_{706} image, A_{707} objet, A_{708} image, A_{709} objet, A_{710} image, A_{711} objet, A_{712} image, A_{713} objet, A_{714} image, A_{715} objet, A_{716} image, A_{717} objet, A_{718} image, A_{719} objet, A_{720} image, A_{721} objet, A_{722} image, A_{723} objet, A_{724} image, A_{725} objet, A_{726} image, A_{727} objet, A_{728} image, A_{729} objet, A_{730} image, A_{731} objet, A_{732} image, A_{733} objet, A_{734} image, A_{73

10) Dans le triangle $K_0'A_1$ $\tan \theta = \frac{y_5}{x_1} = \frac{y_1}{x_1}$

$\Rightarrow y_5 = \frac{y_1 d}{x_1}$ ①
 Niveau de Hobb, dans les triangles $A_1 H_1 A_1$ et $A_1 K_1 K_1$

$\frac{y_5 - y_i}{2a} = \frac{d - x_1}{x_1} \Rightarrow y_5 - y_i = \frac{d - x_1}{x_1} \times 2a$

On suppose $y_5 \mu \theta : \frac{y_1 d}{x_1} - y_i = \left(\frac{d}{x_1} - 1\right) 2a$

$\Rightarrow y_i = \frac{y_1 d}{x_1} - \left(\frac{d}{x_1} - 1\right) 2a \Rightarrow y_i = \frac{2ay_1}{x_1} + \left(1 - \frac{d}{x_1}\right) 2a$ ②

11) L'axe (O_x) et axe de symétrie du problème. Donc $y_i = -y_5$

On a donc: $\Delta\phi = y_5 + y_i = y_5 + \frac{dy_1}{x_1} + \left(1 - \frac{d}{x_1}\right) 2a$ avec ②

$\theta \Rightarrow \Delta\phi = \frac{2y_1 d}{x_1} + \left(1 - \frac{d}{x_1}\right) 2a$

$\phi_8 \Rightarrow y_1 = a + \frac{ax_1}{d-p} \Rightarrow \Delta\phi = \frac{2d}{x_1} \left(a + \frac{ax_1}{d-p}\right) + \left(1 - \frac{d}{x_1}\right) 2a$

$\Delta\phi = \frac{2ad}{x_1} - \frac{2ad}{x_1} + \frac{2da}{d-p} + 2a \quad \Delta\phi = 2a + \frac{2ad}{d-p}$

12) $\Delta\phi = \Delta\phi - \Delta\phi_0 = \frac{2a}{d-p} + \frac{2ad}{d-p} - \frac{2a}{d-p} - \frac{2ad}{d-p} \text{ d'après } \phi_7$

$\Delta\phi = \frac{2ad}{d-p} \left(\frac{1}{d-p} - \frac{1}{d-p}\right) = \frac{2ad}{d-p} \frac{d_0 - d_0 + p}{d_0(d_0 - p)} \quad \Delta\phi = \frac{2adp}{d_0(d_0 - p)}$

13) Or pour $p \ll d_0 \quad \Delta\phi \approx \frac{2adp}{d_0^2} \Rightarrow p = \frac{\Delta\phi d_0^2}{2ad}$

$p = \frac{0.66 \times 20^2}{2 \times 3 \times 20} \quad p \approx 2 \text{ cm} \quad (p \ll 20 \text{ cm})$

Or si on a $p = 0.66 \times 20 \Rightarrow A$ est à droite de (P)

Il faut donc travailler (P) de 2 cm vers la droite pour déterminer le plan (P) au niveau du point A

III Diviseurs de tension et de courant

1) $\frac{u_1}{u_2} = \frac{R_1}{R_2} \quad u_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} u$ et $u_2 = R_2 i$
 $\frac{u_2}{u} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \quad u_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} u$

2) $u = R_1 i_1 \Rightarrow u = \frac{u}{R_1} \quad \frac{u_2}{u} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \quad i = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$
 $u = R_2 i_2 \Rightarrow i_2 = \frac{u}{R_2}$
 $i = i_1 + i_2 = u \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) \Rightarrow i_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} i$

3) $\frac{u_3}{u} = \frac{R_2 R_3}{R_2 R_3 + R_2 R_4 + R_3 R_4} \quad \text{Produit diviseur de tension}$
 $\frac{u_3}{u} = \frac{R_2 R_3}{R_2 R_3 + R_2 R_4 + R_3 R_4}$

4) $\frac{u_3}{u} = \frac{R_2 R_3}{R_2 R_3 + R_2 R_4 + R_3 R_4} \quad E = (R_3 + R_4) i$

5) $E = (R_3 + R_4) i \quad i = \frac{E}{R_3 + R_4} = \frac{R_3 + R_4 (R_2 + R_4)}{R_3 + R_4}$

$u_2 = R_1 (i_1 + i_2) = (R_2 + R_3) i_1 \Rightarrow R_1 i_1 = (R_1 + R_2 + R_3) i_1$

Donc $i_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2 + R_3} i$ (Produit diviseur de courant)

$i_5 = \frac{R_1}{R_1 (R_1 + R_2 + R_3) + R_1 (R_2 + R_3)}$

V Etude du régime transitoire (ENAC 2015)

1) K_2 est ouvert à $t=0^+$ aucun courant ne circule dans cette branche.

$\mathcal{E} = \frac{1}{2} C u_2^2$ est une fonction continue

du temps donc $u_2(0^+) = u_2(0^-)$

$$u_1(0^+) = \frac{\mathcal{E}}{2} \text{ et } u_2(0^+) = 0$$

Equation de maille $\mathcal{E} = u_R(0^+) + u_1(0^+) + u_2(0^+)$ à $t=0^+$

$$\Rightarrow \mathcal{E} = u_R(0^+) + \frac{\mathcal{E}}{2} + 0 \Rightarrow u_R(0^+) = \frac{\mathcal{E}}{2}$$

$$2) 0 \mathcal{E} = R i_1 + u_1 + u_2 \quad \text{ou} \quad i_1 = C_1 \frac{du_1}{dt} = C_2 \frac{du_2}{dt}$$

On dérive $0 = R \frac{di_1}{dt} + \frac{i_1}{C_1} + \frac{u_2}{C_2} \Rightarrow \frac{di_1}{dt} + \frac{1}{R} \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right) i_1 = 0$

$$\frac{di_1}{dt} + \frac{1}{\tau} i_1 = 0 \quad \text{ou} \quad \frac{1}{\tau} = R \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right) = \frac{C_1 + C_2}{R C_1 C_2}$$

$$\tau = \frac{R C_1 C_2}{C_1 + C_2}$$

$$3) i_1(t) = A \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \quad i_1(0^+) = \frac{u_R(0^+)}{R} = \frac{\mathcal{E}}{2R} = A$$

$$\Rightarrow i_1(t) = \frac{\mathcal{E}}{2R} \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$$

$$4) \frac{du_1}{dt} = \frac{i_1}{C_1} = \frac{\mathcal{E}}{2R C_1} \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \Rightarrow u_1 = -\frac{\mathcal{E}}{2R C_1} \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) + B$$

$$u_1(0) = \frac{\mathcal{E}}{2} = B - \frac{\mathcal{E}}{2R C_1} \Rightarrow B = \frac{\mathcal{E}}{2} + \frac{\mathcal{E}}{2R C_1}$$

$$u_1(t) = \frac{\mathcal{E}}{2} + \frac{\mathcal{E}}{2R C_1} \left[1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \right] = \frac{\mathcal{E}}{2} + \frac{\mathcal{E} C_2}{2(C_1 + C_2)} \left[1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \right]$$

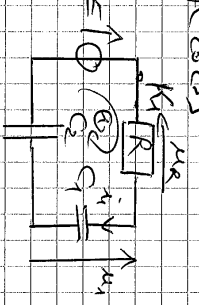
$$De même u_2(t) = -\frac{\mathcal{E}}{2R C_2} \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) + D$$

$$u_2(0^+) = 0 = D - \frac{\mathcal{E}}{2R C_2} \Rightarrow D = \frac{\mathcal{E}}{2R C_2} \quad u_2(t) = \frac{\mathcal{E}}{2R C_2} \left[1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \right]$$

$$u_2(t) = \frac{C_1 \mathcal{E}}{2(C_1 + C_2)} \left[1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \right]$$

$$5) \text{ Avec le nouveau régime de temps } u_2(0^-) = C_2 \frac{\mathcal{E}}{2(C_1 + C_2)} = u_2(0^+)$$

$$\text{et } u_2(0^+) = R i_2(0^+) \Rightarrow i_2(0^+) = \frac{C_1 \mathcal{E}}{2R(C_1 + C_2)}$$



A $t=0$, en régime continu, pour une fois les grandeurs sont constantes: $i = C \frac{du}{dt} = 0$ donc le condensateur équivaut à un interrupteur ouvert.

Donc $i_1(t=0) = 0$ et $i_2(t=0) = 0 \in \mathbb{R}$

Donc $i_2(t=0) = 0$

