

Correction DS1 Optique - Dimensions

26/9/26 (44)

I Analyse dimensionnelle

① • Unité de ω_0 $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$

D'après la loi fondamentale de la dynamique

$$F = ma = kx \Rightarrow k = \frac{ma}{x} \quad \mu_k = \frac{kg \cdot m \cdot s^{-2}}{m} = kg \cdot s^{-2}$$

$$\Rightarrow \mu_{\omega_0} = \sqrt{\frac{kg \cdot s^{-2}}{kg}} \quad \boxed{\mu_{\omega_0} = s^{-1}}$$

• De même $F = \alpha x = ma \Rightarrow \alpha = \frac{ma}{x}$

$$\mu_{\alpha} = \frac{kg \cdot m \cdot s^{-2}}{m \cdot s^{-1}} \quad \boxed{\mu_{\alpha} = kg \cdot s^{-1}}$$

② Facteur de qualité $Q = \frac{m \omega_0}{\alpha}$

$$\mu_Q = \frac{kg \cdot s^{-1}}{kg \cdot s^{-1}}$$

$$\mu_Q = 1$$

Q est sans dimension

③ Dimension de γ

$$\gamma = \frac{\alpha}{6\pi R}$$

$$[\gamma] = \frac{MT^{-1}}{L}$$

$$\boxed{[\gamma] = ML^{-1}T^{-1}}$$

④ Nombre de Reynolds $\mu_{Re} = 1 = \frac{(ms^{-1})^a m^b (kg \cdot m^{-3})^c}{(kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-1})^d}$

$$\Rightarrow kg^c m^{-c} s^{-c} = m^a s^{-a} m^b kg^c m^{-3c}$$

$$\Rightarrow m^{-c} s^{-c} = m^{a+b-3c} s^{-a}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = c \\ a + b - 3c = c \end{cases} \Rightarrow b = c$$

On peut poser $a = b = c = 1$

$$\boxed{Re = \frac{v R}{(\gamma / \rho)}}$$

⑤ $\mu_f = \mu_{ma} = kg \cdot m \cdot s^{-2} = (kg \cdot m^{-3})^{a_1} R^{2a_2} (ms^{-1})^{a_3}$

$$\Rightarrow kg \cdot m \cdot s^{-2} = kg^{a_1} m^{a_3 - 3a_1 + 2a_2} s^{-a_3}$$

$$\Rightarrow a_1 = 1$$

$$a_3 = 2$$

$$a_3 - 3a_1 + 2a_2 = 1 \Rightarrow a_2 = 1$$

$$\text{D'où } \boxed{\vec{f} = -\frac{1}{2} C \rho \times \pi r^2 v^2 \vec{u}}$$

II Fibre optique

II.1 Conditions de propagation

[1] A la surface de séparation de deux milieux d'indice différent, un rayon incident donne généralement naissance à deux rayons dans le plan d'incidence :

- un rayon réfléchi, tel que $i' = i$
- un rayon réfracté, tel que $n_c \sin i = n_g \sin r$

[2] Il doit y avoir réflexion totale en I : on veut $i > i_l$ tel que $n_c \sin i_l = n_g \sin \frac{\pi}{2} \Rightarrow \sin i_l = \frac{n_g}{n_c}$
 $\Rightarrow i > \arcsin\left(\frac{n_g}{n_c}\right)$

[3] Au point O, $\sin \theta = n_c \sin \alpha$

Où $\alpha + i = \frac{\pi}{2}$ dans le triangle OHI

$$\Rightarrow \sin \alpha = \sin\left(\frac{\pi}{2} - i\right) = \cos i \quad \text{sinus est croissant sur } \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$$

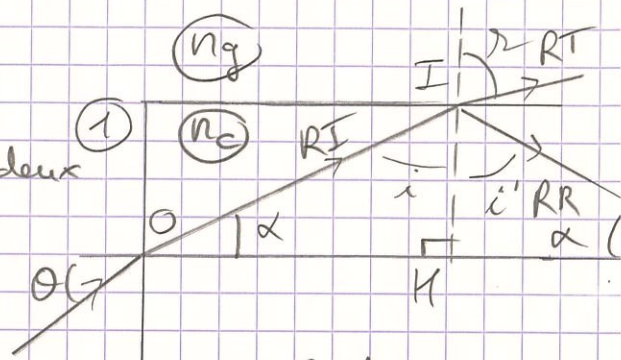
$$\text{Donc } i > i_l \Rightarrow \alpha < \alpha_l \Rightarrow \theta < \theta_l$$

$$\sin \theta_l = n_c \cos i_l = n_c \sqrt{1 - \sin^2 i_l} = n_c \sqrt{1 - \left(\frac{n_g}{n_c}\right)^2}$$

$$\Rightarrow \sin \theta_l = \sqrt{n_c^2 - n_g^2}$$

Ouverture numérique

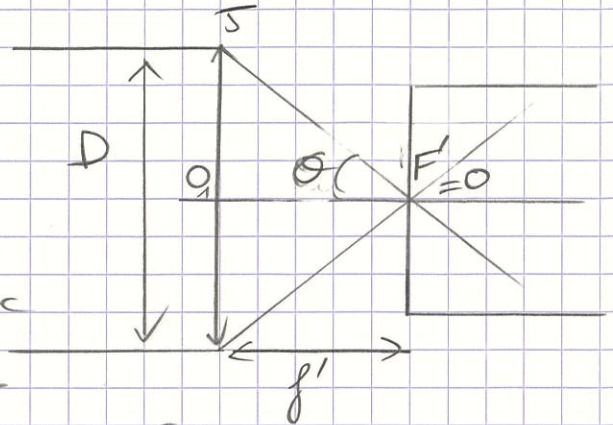
$$\boxed{\text{O.N.} = \sin \theta_l = \sqrt{n_c^2 - n_g^2}}$$



II.2 - Injection du signal

[4] On veut $A \rightarrow F' = 0$

Le foyer image de la lentille doit donc être confondu avec le point O. La lentille est donc à la distance f' de la fibre.



[5] On veut $0 \leq \theta \leq \theta_L$ $\sin \theta \leq \sin \theta_L$

$$\text{soit } \sin \theta \leq \sqrt{n_c^2 - n_g^2} \quad \sin \theta \leq ON$$

$$\text{On } \sin \theta = \frac{D/2}{\sqrt{\frac{D^2}{4} + f'^2}} \text{ dans le triangle } O, OS$$

$$\Rightarrow \frac{D^2/4}{\frac{D^2}{4} + f'^2} \leq ON^2 \Rightarrow \frac{D^2}{D^2 + 4f'^2} \leq ON^2$$

$$\Rightarrow 1 + \frac{4f'^2}{D^2} \geq \frac{1}{ON^2} \Rightarrow \frac{4f'^2}{D^2} \geq \frac{1}{ON^2} - 1$$

$$\Rightarrow \frac{D^2}{4f'^2} \leq \frac{1}{\frac{1}{ON^2} - 1} \Rightarrow \frac{D^2}{f'^2} \leq \frac{4ON^2}{1 - ON^2}$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{D}{f'} \leq \frac{2ON}{\sqrt{1 - ON^2}}}$$

[6] La fraction non transmise dans la fibre est réfléchi à l'entrée.

[7] $G(0) = 10 \log \alpha$ au point O

[8] $G(S) = 10 \log \alpha$ à la sortie de la fibre

$$\text{Donc } G_{\text{tot}} = G(0) + G(S) \quad \boxed{G_{\text{tot}} = 20 \log \alpha}$$

[9] Les rayons incidents sont orthogonaux à la face d'entrée, il n'y a donc pas de déviation à l'entrée. Le rayon le plus proche de C aura l'angle i le plus faible.

10 Pour avoir réflexion totale en I,
on doit de nouveau avoir $i > i_c$

$$\Rightarrow \sin i > \frac{n_g}{n_c}$$

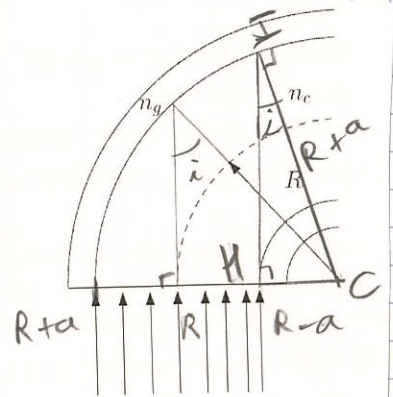
Dans le triangle CHI

$$\sin i = \frac{R-a}{R+a} > \frac{n_g}{n_c}$$

$$\Rightarrow n_c(R-a) > n_g(R+a)$$

$$\Rightarrow n_c R - n_g R > n_g a + n_c a \Rightarrow R > \frac{a(n_g + n_c)}{n_c - n_g}$$

$$R_{\min} = \frac{a(n_c + n_g)}{n_c - n_g}$$

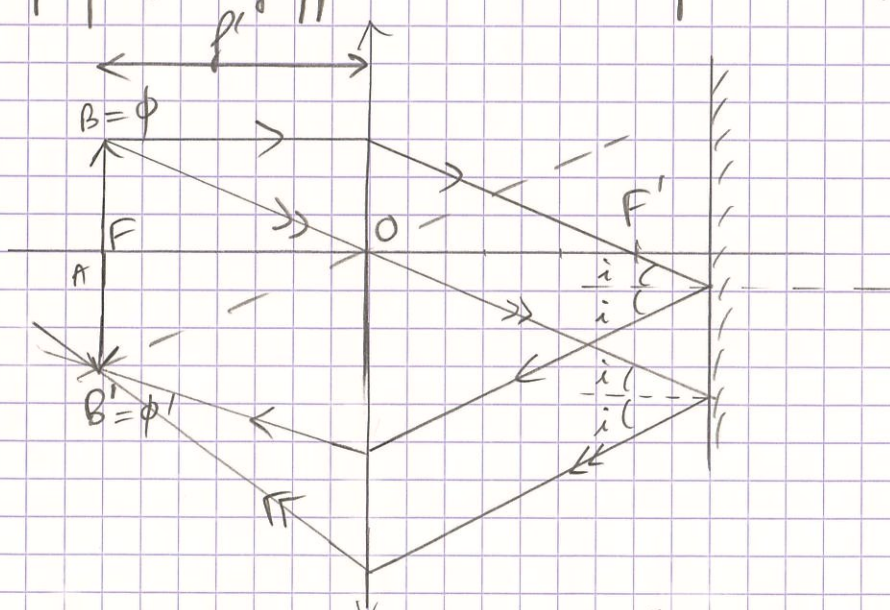


III Microscopie optique

① Pour être dans les conditions de Gauss, il faut utiliser des rayons paraxiaux:

les rayons doivent être peu inclinés par rapport à l'axe optique et frapper la lentille proche de l'axe optique.

②



$$A = F \xrightarrow{(L)} A_1 \infty \xrightarrow{(PP)} A_2 \infty \xrightarrow{(L)} A' = F'$$

$$B = \phi \xrightarrow{(L)} B_1 \infty \xrightarrow{(PP)} B_2 \infty \xrightarrow{(L)} B' = \phi'$$

On place un miroir plan contre une lentille convergente.
Lorsque l'image est nette dans le même plan que
l'objet, elle se trouve dans le plan focal.
La distance objet-lentille est alors égale à la distance
focale.

$$[3] \Delta = \overline{F_1 F_2} = \overline{F_1 O_1} + \overline{O_1 O_2} + \overline{O_2 F_2}$$

$$\Delta = -f_1' + D_0 - f_2' \quad \Delta = D_0 - f_1' - f_2'$$

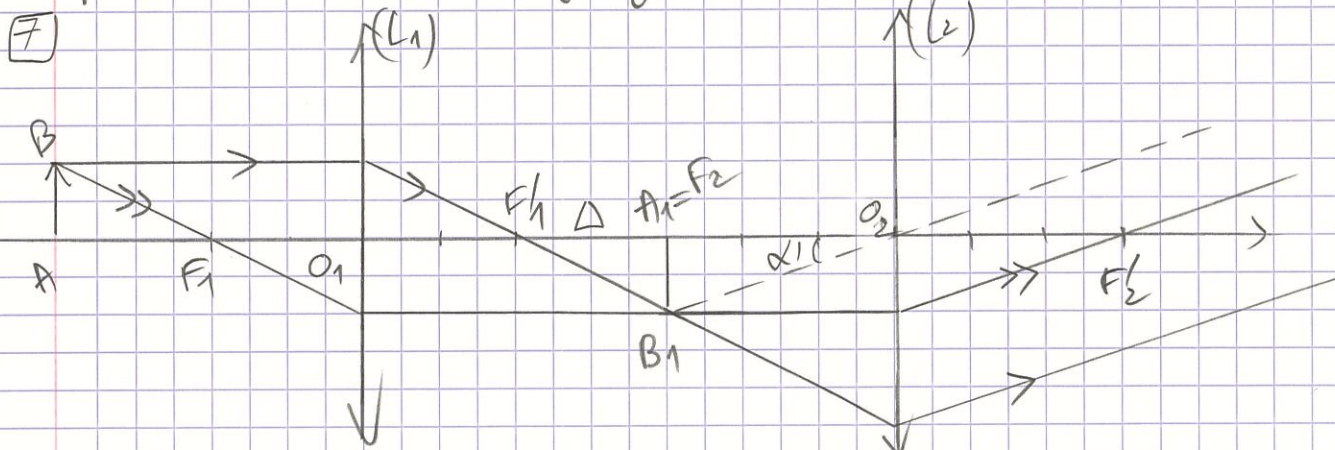
$$[4] A \xrightarrow{(L_1)} A_F F_2 \xrightarrow{(L_2)} A'_\infty \quad \overline{O_1 F_2} = \overline{O_1 F_1'} + \overline{F_1' F_2} = f_1' + \Delta$$

$$\frac{1}{\overline{O_1 F_2}} - \frac{1}{\overline{O_1 A}} = \frac{1}{f_1'} \Rightarrow -\frac{1}{\overline{O_1 A}} = \frac{1}{f_1'} - \frac{1}{\overline{O_1 F_2}} \Rightarrow \frac{1}{d} = \frac{1}{f_1'} - \frac{1}{f_1' + \Delta}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{d} = \frac{f_1' + \Delta - f_1'}{f_1'(f_1' + \Delta)} \Rightarrow d = \frac{f_1'(f_1' + \Delta)}{\Delta} = \frac{f_1'^2}{\Delta} + f_1'$$

$$[5] \gamma_1 = \frac{\overline{A_1 B_1}}{\overline{A B}} = \frac{\overline{F_1' F_2}}{\overline{F_1' O_1}} \quad \gamma_1 = -\frac{\Delta}{f_1'}$$

[6] L'image est alors à l'infini, ce qui permet à l'œil de ne pas accommoder, il se fatigue donc moins.



[8] D est la plus petite distance qui permet à l'œil de voir net

$D \approx 25$ cm pour A au point de vue proximum. L'œil pourra voir les plus petits détails.

$$\tan \alpha = \frac{AB}{D} \quad \tan \alpha' = \frac{A_1 B_1}{F_2 O_2} = \frac{A_1 B_1}{f_2'}$$

$$\Rightarrow G = \frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{A_1 B_1}{f_2'} \times \frac{D}{AB} \quad G = \left| \frac{\gamma_1 D}{f_2'} \right|$$

$$\Rightarrow G = \frac{\Delta D}{f_1' f_2'}$$

$$[9] \quad \alpha_{\min} = 1' \text{ d'arc} \approx 3 \cdot 10^{-4} \text{ rad}$$

$$\tan \alpha' = \frac{A_1 B_1}{f_2'} = \frac{|\delta_1| AB}{f_2'} \Rightarrow AB = \frac{\alpha' f_2'}{|\delta_1|} \quad AB = \frac{\alpha_{\min} f_2'}{|\delta_1|}$$

$$[10] \quad O_1 \xrightarrow{L_2} O_c \quad \frac{1}{\overline{O_2 O_c}} - \frac{1}{\overline{O_2 O_1}} = \frac{1}{f_2'} \Rightarrow \frac{1}{\overline{O_2 O_c}} = \frac{1}{\overline{O_2 O_1}} + \frac{1}{f_2'}$$

$$\Rightarrow \overline{O_2 O_c} = \frac{\overline{O_2 O_1} f_2'}{f_2' + \overline{O_2 O_1}} \quad \overline{O_2 O_c} = - \frac{f_2' (f_1' + f_2' + \Delta)}{f_2' - f_1' - f_2' - \Delta}$$

$$\overline{O_2 O_c} = + \frac{f_2' (f_1' + f_2' + \Delta)}{f_1' + \Delta}$$

$$[11] \quad \gamma_2 = \frac{\overline{O_2 O_c}}{\overline{O_2 O_1}} = - \frac{f_2'}{f_1' + \Delta} \quad d_{oc} = |\gamma_2| d_{ob}$$

$$d_{oc} = \frac{f_2'}{f_1' + \Delta} d_{ob}$$

[12] Cela permet de recevoir le maximum de lumière

[13] L'œil pourra voir l'image si elle se trouve à une distance D de l'œil $\Rightarrow \overline{A' F_2'} = D$

$$A \xrightarrow{L_1} A_1 \xrightarrow{L_2} A' \quad \overline{F_2' A_1} \cdot \overline{F_2' A'} = -f_2'^2$$

$$\Rightarrow \overline{F_2' A_1} = - \frac{f_2'^2}{\overline{F_2' A'}} = \frac{f_2'^2}{D}$$

$$\overline{F_1' A} \cdot \overline{F_1' A_1} = -f_1'^2 \Rightarrow \overline{F_1' A} = - \frac{f_1'^2}{\overline{F_1' A_1}}$$

$$\overline{F_1' A_1} = \overline{F_1' F_2'} + \overline{F_2' A_1} = \Delta + \frac{f_2'^2}{D} \quad \overline{F_1' A} = \frac{-f_1'^2}{\Delta + \frac{f_2'^2}{D}}$$

$$\overline{O_1 A} = \overline{O_1 F_1} + \overline{F_1' A} = -f_1' - \frac{f_1'^2 D}{\Delta D + f_2'^2}$$

$$\overline{A O_1} = f_1' + \frac{f_1'^2 D}{\Delta D + f_2'^2}$$

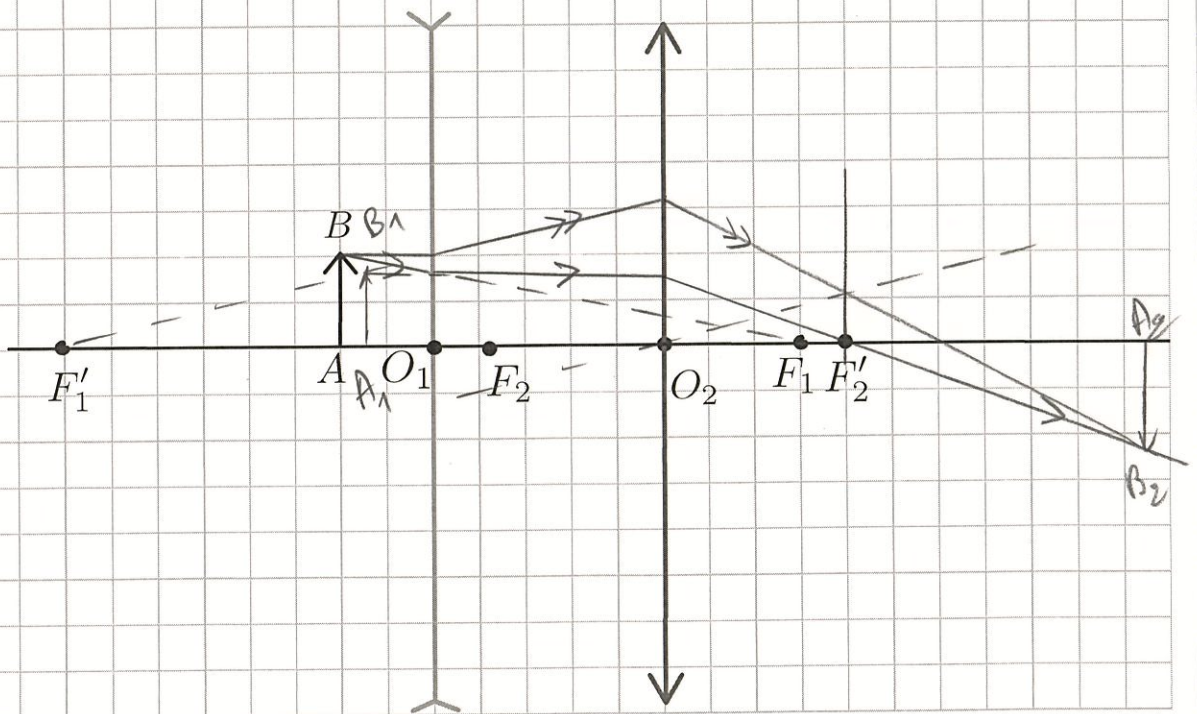
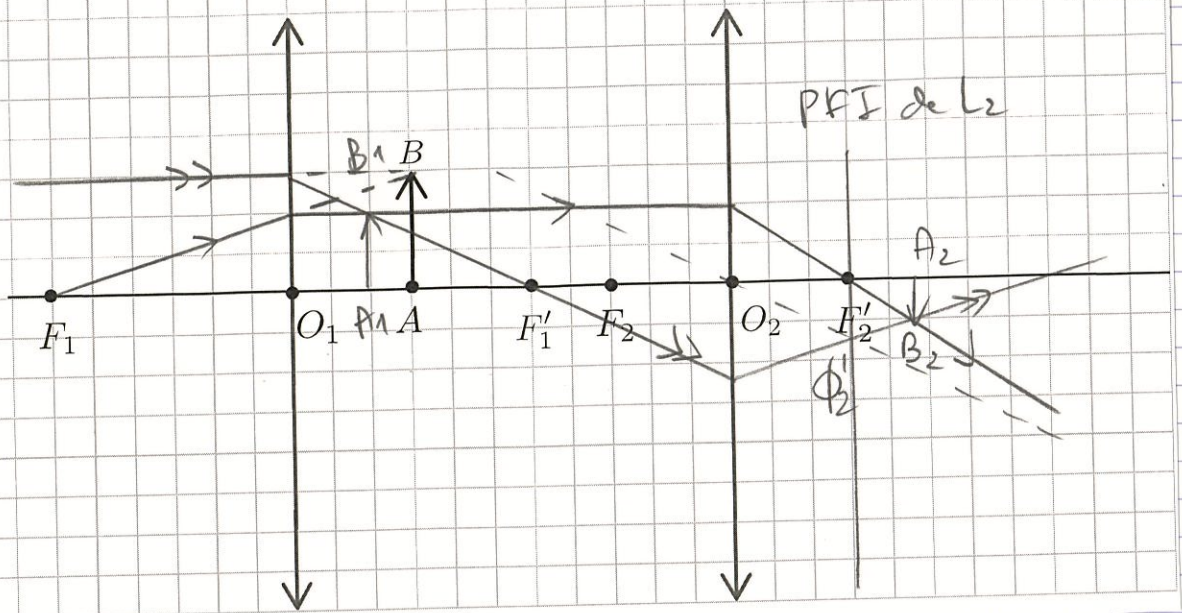
$$d_{\max} = \overline{A O_1} - d = f_1' + \frac{f_1'^2 D}{\Delta D + f_2'^2} - f_1' - \frac{f_1'}{\Delta}$$

$$d_{\max} = \frac{f_1'^2 D}{\Delta D + f_2'^2} - \frac{f_1'}{\Delta}$$

On obtient une estimation de la profondeur de champ du microscope, qui est très faible

IV Constructions

(1)



(2)

Construction 1

$$f'_1 = 6a$$

$$f'_2 = 3a$$

$$\overline{O_1A} = 3a$$

$$A \xrightarrow{L_1} A_1$$

$$\frac{1}{\overline{O_1A_1}} - \frac{1}{\overline{O_1A}} = \frac{1}{f'_1} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{\overline{O_1A_1}} = \frac{1}{\overline{O_1A}} + \frac{1}{f'_1} = \frac{f'_1 + \overline{O_1A}}{f'_1 \overline{O_1A}}$$

$$\overline{O_1A_1} = \frac{f'_1 \overline{O_1A}}{f'_1 + \overline{O_1A}} \quad (1)$$

$$\overline{O_1A_1} = \frac{6a \times 3a}{6a + 3a} = 2a$$

$$(2) \gamma_1 = \frac{\overline{O_1A_1}}{\overline{O_1A}} = \frac{2}{3}$$

$$A_1 \xrightarrow{L_2} A_2 \quad \frac{1}{O_2 A_2} - \frac{1}{O_2 A_1} = \frac{1}{f_2} \Rightarrow \overline{O_2 A_2} = \frac{f_2' \overline{O_2 A_1}}{f_2' + \overline{O_2 A_1}} \quad (3)$$

$$\overline{O_2 A_1} = \overline{O_2 O_1} + \overline{O_1 A_1} = -11a + 2a = -9a$$

$$\overline{O_2 A_2} = \frac{3a(-9a)}{3a - 9a} \quad \overline{O_2 A_2} = +\frac{3}{2}a$$

$$(4) \quad \gamma_2 = \frac{\overline{O_2 A_2}}{\overline{O_2 A_1}} = \frac{\frac{3}{2}a}{-9a} \quad \gamma_2 = -\frac{1}{2}$$

$$(5) \quad \gamma = \frac{\overline{A_2 B_2}}{\overline{A B}} = \gamma_1 \gamma_2 = -\frac{1}{3} \Rightarrow \overline{A_2 B_2} = -\frac{3a}{3} = -a$$

Construction 2 $f_1' = -8a$ $f_2' = 4a$ $\overline{O_1 A} = -2a$

$$(1) \quad \overline{O_1 A_1} = \frac{(-8a) \times (-2a)}{-8a - 2a} \quad \overline{O_1 A_1} = -\frac{16}{10}a \quad \overline{O_1 A_1} = -\frac{8}{5}a$$

$$(2) \quad \gamma_1 = \frac{-8/5a}{-2a} \quad \gamma_1 = +\frac{4}{5}$$

$$\overline{O_2 A_1} = \overline{O_2 O_1} + \overline{O_1 A_1} = -5a - \frac{8}{5}a = -\frac{33a}{5}$$

$$(3) \quad \overline{O_2 A_2} = \frac{4a \times (-33a/5)}{4a - \frac{33a}{5}} \quad \overline{O_2 A_2} = \frac{4 \times 33}{13}a = \frac{132}{13}a$$

$$(4) \quad \gamma_2 = \frac{132/13 a}{-33/5 a} \quad \gamma_2 = -\frac{4 \times 33}{33} \times \frac{5}{13} \quad \gamma_2 = -\frac{20}{13}$$

$$(5) \quad \gamma = \frac{4}{5} \times \left(-\frac{20}{13}\right) \quad \gamma = -\frac{16}{13}$$

$$\Rightarrow \overline{A_2 B_2} = -\frac{16}{13} \times 2a \quad \overline{A_2 B_2} = -\frac{32a}{13}$$