Programme de colle *semaine du 16 au 20 novembre*

Primitives

- Primitives d'une fonction définie sur un intervalle à valeurs complexes. Lien entre intégrales et primitives.
- Calcul des primitives, application au calcul d'intégrales.
- Primitives des fonctions exponentielle, logarithme, puissances, trigonométriques et hyperboliques, et des fonctions $x \mapsto \frac{1}{1+x^2}$ et $x \mapsto \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$.
- Intégration par parties, changement de variable.

Donner deux primitives usuelles.

Donner l'une des questions de cours suivantes :

- Donner la définition d'une primitive.
- Énoncer le théorème fondamental de l'analyse.
- Énoncer, en précisant bien les hypothèses, la formule d'intégration par parties (IPP).
- Donner l'ensemble des primitives de la fonction inverse sur son ensemble usuel de définition.
- Soit $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ une fonction continue et $a \in \mathbb{R}$. Si f est paire (respectivement impaire), que peut-on dire de $\int_{-a}^{a} f(t)\,\mathrm{d}t$?

Donner l'une des démonstrations ou l'un des exercices suivants :

- Soient I un intervalle, $a, b \in I$ et f, g deux fonctions de classe $\mathcal{C}^1$ sur I. Montrer que $\int_a^b f'(x)g(x)\,\mathrm{d}x = \left[f(x)g(x)\right]_a^b - \int_a^b f(x)g'(x)\,\mathrm{d}x$.
- Soient I et J deux intervalles, $f : I \to \mathbb{R}$ continue, $\varphi : J \to I$ de classe $\mathcal{C}^1$ et $\alpha, \beta \in J$. Montrer que $\int_\alpha^\beta f(\varphi(t))\,\varphi'(t)\,\mathrm{d}t = \int_{\varphi(\alpha)}^{\varphi(\beta)} f(x)\,\mathrm{d}x$.
- Calculer $I = \int_0^\pi \frac{\sin(t)}{\left(3+\cos(t)\right)^2}\,\mathrm{d}t$.