

NOM :

Lundi 12 février 2024

Test n° 15**Sujet B**

1. Compléter les pointillés : Si $P = a_n(X - \alpha_1) \cdots (X - \alpha_n)$ est scindé de degré $n \in \mathbb{N}^*$

alors $\alpha_1 + \cdots + \alpha_n = \cdots$ et $\alpha_1 \times \cdots \times \alpha_n = \cdots$

2. Soit $P = (X + 1)^7 - X^7 - 1$. On note j le nombre complexe $e^{\frac{2i\pi}{3}}$.

(a) Justifier que $1 + j + j^2 = 0$. _____

(b) Vérifier que j est racine de P de multiplicité au moins 2.

(c) Déterminer le degré du polynôme P . _____

(d) Déterminer deux racines entières de P .

(e) En déduire la factorisation de P dans $\mathbb{C}[X]$.

3. On considère les familles de droites $(D_m)_{m \in \mathbb{R}}$ et $(\Delta_m)_{m \in \mathbb{R}}$ définies par les équations :

$$D_m : \quad y = mx$$

$$\Delta_m : (m + 1)x - (1 - m)y = 2m$$

(a) Donner un vecteur directeur \vec{u}_m de Δ_m ainsi qu'un vecteur directeur \vec{v}_m de D_m .

(b) Montrer que l'angle (D_m, Δ_m) vaut $\pi/4$.
