

## Devoir maison n° 17

A rendre le jeudi 28 mars 2024

**Exercice 1** On lance trois dés à six faces, discernables (par exemple : de trois couleurs différentes).

1. Quel est le nombre total de tirages ?
2. Quel est le nombre de tirages contenant au moins un six ?
3. Quel est le nombre de tirages avec exactement trois numéros différents ?
4. Quel est le nombre de tirages avec au moins deux numéros identiques ?
5. Quel est le nombre de tirages tels que la somme des trois numéros tirés soit paire ?

**Exercice 2** Soit  $n \in \mathbb{N}^*$ .

On considère une urne contenant  $n$  boules rouges,  $n$  boules bleues et  $n$  boules vertes. On suppose toutes les boules discernables et numérotées de 1 à  $n$  pour chaque couleur. On effectue  $p$  tirages, avec  $p \in \llbracket 1, n \rrbracket$ .

1. On effectue  $p$  tirages successifs avec remise.
  - (a) Quel est le nombre total de résultats possibles ?
  - (b) Quel est le nombre de résultats pour lesquels on n'a jamais pioché deux fois de suite deux boules de même couleur ?
2. On effectue  $p$  tirages successifs sans remise.
  - (a) Quel est le nombre total de résultats possibles ?
  - (b) Soit  $k \in \llbracket 0, p \rrbracket$ . Calculer le nombre de résultats donnant exactement  $k$  boules rouges.
  - (c) En comptant de deux manières différentes le nombre de résultats pour lesquels on a pioché au moins une fois une boule rouge, établir la formule :

$$\sum_{k=1}^p \binom{n}{k} \binom{2n}{p-k} = \binom{3n}{p} - \binom{2n}{p}$$