

Devoir maison n° 18

A rendre le jeudi 4 avril 2024

Exercice 1 Soit $f : x \mapsto \frac{1 - \cos(x)}{1 - \cos(2x)}$.

1. Donner l'ensemble de définition de f puis sa période.
2. Montrer que f est prolongeable par continuité en 0 mais pas en π .
3. Démontrer que le prolongement par continuité de f est dérivable en 0 et donner son nombre dérivé, ainsi que la position de sa courbe représentative par rapport à sa tangente localement au point d'abscisse 0.

Exercice 2 On considère la fonction f définie par $f(x) = \frac{x\sqrt{x^2+1}}{x-1}$.

1. Étudier les variations de f et déterminer si elle admet des extrema locaux.
2. Démontrer que la courbe \mathcal{C}_f admet une tangente \mathcal{T}_0 en son point d'abscisse 0.
Donner une équation de \mathcal{T}_0 et préciser la position relative de \mathcal{C}_f et \mathcal{T}_0 au voisinage de 0.
3. Montrer que la courbe \mathcal{C}_f admet une asymptote oblique \mathcal{D} en $+\infty$.
Donner une équation de \mathcal{D} et préciser la position relative de \mathcal{C}_f et \mathcal{D} au voisinage de $+\infty$.
4. Montrer que la courbe \mathcal{C}_f admet une asymptote oblique Δ en $-\infty$.
Donner une équation de Δ et préciser la position relative de \mathcal{C}_f et Δ au voisinage de $-\infty$.
5. Tracer l'allure de la courbe \mathcal{C}_f .