Correction du Test n° 4

Sujet A

1.
2. Étudier les variations de la fonction $f :\mapsto \ln(x+1) - 2x$

$D_f = D_{f'} =]-1\ ;\ +\infty[$

f est dérivable sur $D_{f'}$ par composition et somme de fonctions dérivables.

$f'(x) = \dfrac{1}{x+1} - 2 = \dfrac{-2x-1}{x+1}$

$x+1>0$ sur D_f donc f' est du signe de $-2x-1$ sur D_f, fonction affine qui s'annule en $x = -\dfrac{1}{2}$ avec $a = -2 < 0$ ou $-2x-1>0 \Leftrightarrow x < -\dfrac{1}{2}$

x	-1		$-\frac{1}{2}$		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$+$	0	$-$	
$f(x)$	‖	$\nearrow$		$\searrow$	

Correction du Test n° 4

Sujet B

1.
2. Étudier les variations de la fonction $f :\mapsto \dfrac{1}{x^2}\,\mathrm{e}^{-\frac{1}{x}}$

$D_f = D_{f'} = \mathbb{R}^*$

f est dérivable sur $D_{f'}$ par composition et produit de fonctions dérivables.

$f'(x) = -\dfrac{2}{x^3}\,\mathrm{e}^{-\frac{1}{x}} + \dfrac{1}{x^2} \times \dfrac{1}{x^2}\,\mathrm{e}^{-\frac{1}{x}} = \dfrac{1-2x}{x^4}\,\mathrm{e}^{-\frac{1}{x}}$

$\dfrac{1}{x^4}\,\mathrm{e}^{-\frac{1}{x}} > 0$ sur D_f donc f' est du signe de $1-2x$ sur D_f, fonction affine qui s'annule en $x = \dfrac{1}{2}$ avec $a = -2 < 0$ ou $1-2x>0 \Leftrightarrow x < \dfrac{1}{2}$

x	$-\infty$		0		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	‖	$+$	0	$-$	
$f(x)$		$\nearrow$	‖	$\nearrow$		$\searrow$	