Correction du Test n° 21

Sujet A

1.

2. Dans un lot de 10 dés à 6 faces, 2 sont truqués de la façon suivante : la face 6 est tirée la moitié du temps, et les autres faces apparaissent avec la même probabilité. On choisit un dé au hasard et on le lance.

   Notons T l'évènement « On lance un dé truqué ».
   $P(T) = \dfrac{2}{10} = \dfrac{1}{5}$, $P_T(6) = \dfrac{1}{2}$ et $P_T(1) = P_T(2) = P_T(3) = P_T(4) = P_T(5) = \dfrac{1}{10}$

   (a) Quelle est la probabilité d'obtenir un 6 ?

   D'après la formule des probabilités totales,
   $P(6) = P(\overline{T})P_{\overline{T}}(6) + P(T)P_T(6) = \dfrac{4}{5} \times \dfrac{1}{6} + \dfrac{1}{5} \times \dfrac{1}{2} = \dfrac{7}{30}$

   (b) On obtient un 6. Quelle est la probabilité que le dé soit truqué ? D'après la formule de Bayes, $P_6(T) = \dfrac{P(T)P_T(6)}{P(6)} = \dfrac{\frac{1}{5} \times \frac{1}{2}}{\frac{7}{30}} = \dfrac{3}{7}$

   (c) On obtient un 2. Quelle est la probabilité que le dé ne soit pas truqué ?

   $P_2(\overline{T}) = \dfrac{P(\overline{T})P_{\overline{T}}(2)}{P(2)} = \dfrac{\frac{4}{5} \times \frac{1}{6}}{\frac{4}{5} \times \frac{1}{6} + \frac{1}{5} \times \frac{1}{10}} = \dfrac{20}{23}$

Correction du Test n° 21

Sujet B

1.

2. On dispose de deux urnes, la première contenant 6 boules rouges et trois noires, et la deuxième 6 noires et trois rouges.

   Notons A « On tire dans la première urne »et B : « On tire deux boules rouges »

   (a) On choisit une urne au hasard, puis on y tire deux boules, on obtient deux rouges. Quelle est la probabilité qu'on ait choisi la première urne ?

   $$P_B(A) = \frac{P(A)P_A(B)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{2} \times \frac{\binom{6}{2}}{\binom{9}{2}}}{\frac{1}{2} \times \frac{\binom{6}{2}}{\binom{9}{2}} + \frac{1}{2} \times \frac{\binom{3}{2}}{\binom{9}{2}}} = \frac{\binom{6}{2}}{\binom{6}{2} + \binom{3}{2}} = \frac{15}{15+3} =$$

   $\dfrac{5}{6}$, d'après la formule de Bayes,

(b) Même question si on effectue les deux tirages successivement avec remise.

$$P_B(A) = \frac{P(A)P_A(B)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{2} \times \left(\frac{2}{3}\right)^2}{\frac{1}{2} \times \left(\frac{2}{3}\right)^2 + \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{3}\right)^2} = \frac{4}{5}$$

La probabilité est légèrement plus faible dans ce cas.