Semaine n° 24

Du lundi 15 au vendredi 22 avril 2024

Cours

Chapitre 20 Applications linéaires

En entier

Démonstrations exigibles

Démonstration du **Théorème 2** et de ses deux **corollaires** :

Théorème 2 Si $\mathscr{B} = (e_1, \ldots, e_p)$ est une base de E et $f \in \mathscr{L}(E, F)$ alors

1. $\mathrm{Im}\, f = \mathrm{Vect}\,(f(e_1), \ldots, f(e_p))$
2. f est injective ssi $(f(e_1), \ldots, f(e_p))$ est libre
3. f est surjective ssi $(f(e_1), \ldots, f(e_p))$ est génératrice de F
4. f est un isomorphisme de E sur F ssi $(f(e_1), \ldots, f(e_p))$ est une base de F.

Corollaire 1 Soient E, F de dimension finie. E et F sont isomorphes ssi $\dim E = \dim F$.

Corollaire 2 Si $f \in \mathscr{L}(E, F)$ et si $\dim E = \dim F$ alors f est bijective ssi f est injective ssi f est surjective.