Compléments sur la correction du Devoir maison n° 2

Nature d'un triangle

Pour étudier la nature d'un triangle on peut utiliser la propriété

> Soient A, B et C trois points du plan distincts deux à deux.
> $$\frac{AC}{AB} = \left|\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}\right| \quad \text{et} \quad (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \arg\left(\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}\right) \ [2\pi]$$

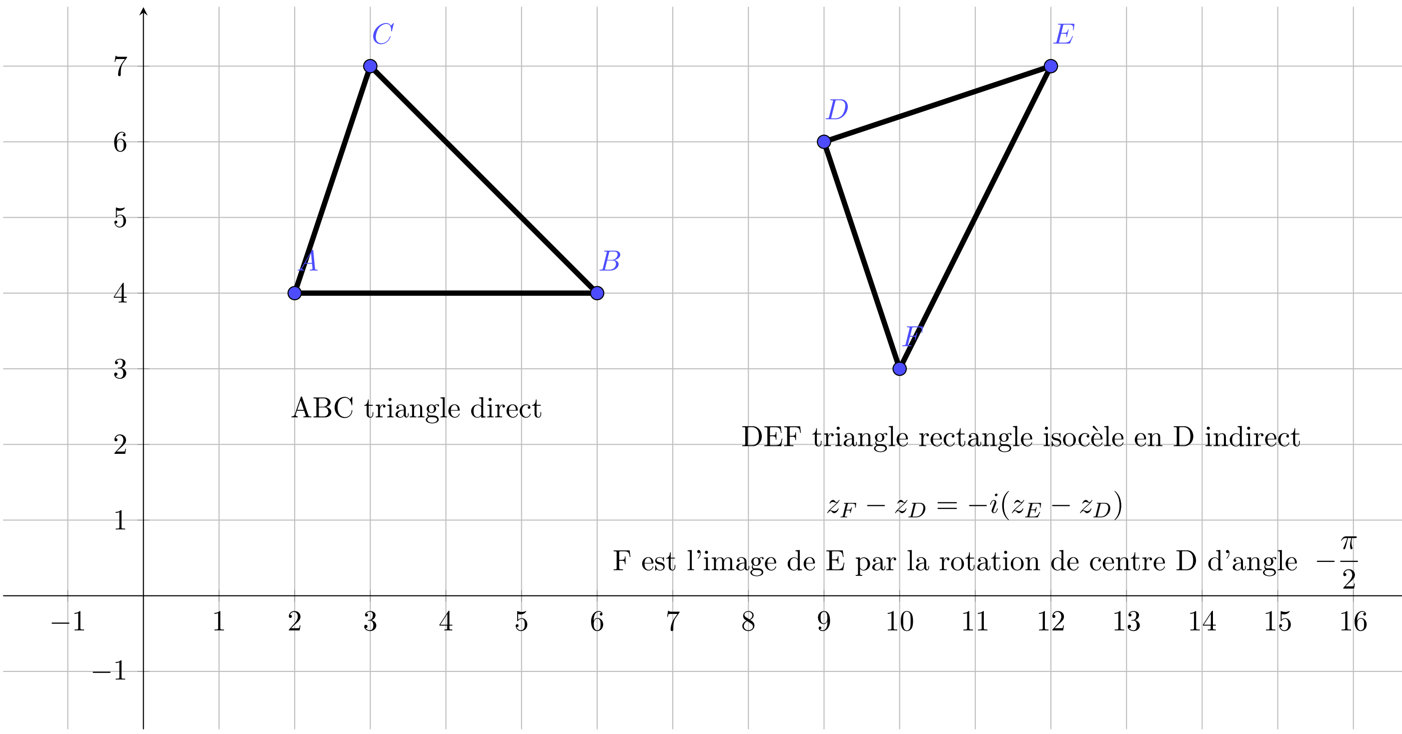
On applique cette propriété pour obtenir une CNS pour qu'un triangle MNP soit rectangle en M :

MNP est un triangle rectangle en M ssi $\arg\left(\dfrac{z_P - z_M}{z_N - z_M}\right) = \dfrac{\pi}{2} \ [\pi] \Leftrightarrow \dfrac{z_P - z_M}{z_N - z_M} \in i\mathbb{R}$

En effet $\arg(z) = \dfrac{\pi}{2} \ [\pi] \Leftrightarrow z \in i\mathbb{R}$

Attention Si le triangle ABC est direct c'est-à-dire que l'on va du vecteur $\overrightarrow{AB}$ au vecteur $\overrightarrow{AC}$ en tournant dans le sens trigonométrique, l'argument sera défini modulo 2π.

Si de plus on parle de triangles isocèles, on peut utiliser la rotation pour avoir une relation plus simple, comme dans l'exemple ci-dessous



Autre exemple4 : ABC est un triangle équilatéral direct ssi

C est l'image de B par la rotation de entre A et d'angle $\dfrac{2\pi}{3}$ ssi $z_C - z_A = e^{\frac{2i\pi}{3}}(z_B - z_A)$