

**Devoir maison n° 1** A rendre le jeudi 12 septembre 2024

**Exercice 1** Pour  $n \in \mathbb{N}$ , on pose  $x_n = \cos\left(\frac{\pi}{2^n}\right)$

1. Donner les valeurs de  $x_0$ ,  $x_1$  et  $x_2$ .
2. Montrer que pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $x_{n+1}^2 = \frac{x_n + 1}{2}$
3. En déduire les valeurs de  $\cos\left(\frac{\pi}{8}\right)$ ,  $\cos\left(\frac{\pi}{16}\right)$

**Exercice 2**

1. Posons  $\alpha = \frac{115\pi}{6}$ ,  $\beta = -\frac{55\pi}{8}$  et  $\gamma = \frac{101\pi}{12}$ . En détaillant vos calculs, évaluer les cosinus et sinus de ces trois angles.
2. Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les équations suivantes : a)  $\cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{1}{2}$   
b)  $\cos\left(x + \frac{3\pi}{4}\right) = \sin\left(\frac{x}{4}\right)$ .
3. Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les inéquations suivantes : a)  $\sin\left(\frac{x}{2}\right) > \frac{1}{\sqrt{2}}$   
b)  $\tan(2x) \geq -1$