

## Devoir maison n° 4

A rendre le jeudi 10 octobre 2024

On note  $f$  la fonction définie sur  $] - 1 ; 0[ \cup ] 0 ; +\infty[$  par  $f(x) = (1 + x)^{\frac{1}{x}}$

On note  $C_f$  sa courbe représentative dans un repère du plan.

1. Calculer  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ .
2. Justifier que  $C_f$  admet une asymptote en  $+\infty$  dont on donnera une équation.

**Indication** On pourra faire apparaître dans l'expression de  $f(x)$ , soit  $\frac{\ln(1+x)}{1+x}$ , soit  $\frac{\ln x}{x}$  afin d'utiliser les croissances comparées.

3. Montrer que,  $\forall x \in ] - 1 ; +\infty[$ ,  $-\ln(x+1) + \frac{x}{x+1} \leq 0$
4. Dresser le tableau de variations de la fonction  $f$  en précisant les limites au bord du domaine de définition.