

## Correction du Test n° 3

### Sujet A

1.

$$2. A = \left\{ \sin\left(\frac{1}{x}\right), x \in ]0, \pi[ \right\}$$

$-1 \leq \sin\left(\frac{1}{x}\right) \leq 1, \forall x \in ]0, \pi[$  donc  $A$  admet une borne inférieure et une borne supérieure en tant que partie non vide bornée de  $\mathbb{R}$ .

Or  $\sin\left(\frac{1}{\frac{2}{\pi}}\right) = 1$  donc  $\sup A = \max A = 1$  et  $\sin\left(\frac{1}{\frac{3\pi}{2}}\right) = -1$  donc

$$\inf A = \min A = -1. .$$

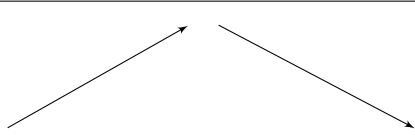
3. Étudier les variations de la fonction  $f : x \mapsto -2x + \ln(x+1)$ 

$$D_f = D_{f'} = ]-1; +\infty[$$

$f$  est dérivable sur  $D_f$  par composition et somme de fonctions dérivables.

$$f'(x) = \frac{1}{x+1} - 2 = \frac{-2x-1}{x+1}$$

$x+1 > 0$  sur  $D_f$  donc  $f'$  est du signe de  $-2x-1$  sur  $D_f$ , fonction affine qui s'annule en  $x = -\frac{1}{2}$  avec  $a = -2 < 0$  ou  $-2x-1 > 0 \Leftrightarrow x < -\frac{1}{2}$

$x$	$-1$	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$			

## Correction du Test n° 3

### Sujet B

1.

$$2. A = \left\{ (-1)^n + \frac{1}{n}, n \in \mathbb{N}^* \right\}$$

$-1 \leq (-1)^n + \frac{1}{n} \leq 2, \forall n \in \mathbb{N}^*$  donc  $A$  admet une borne inférieure et une borne supérieure en tant que partie non vide bornée de  $\mathbb{R}$ .

Comme  $(-1)^{2n+1} + \frac{1}{2n+1} \rightarrow -1$  lorsque  $n \rightarrow +\infty$ ,  $\inf A = -1$ .

Mais  $-1 \notin A$ , donc  $A$  n'admet pas de minimum.

Pour  $n > 2$ ,  $(-1)^n + \frac{1}{n} \leq 1 + \frac{1}{2}$  donc  $\sup A = \max A = \frac{3}{2}$ .

3. Étudier les variations de la fonction  $f : x \mapsto \frac{1}{x} e^{-\frac{1}{x}}$

$$D_f = D_{f'} = \mathbb{R}^*$$

$f$  est dérivable sur  $D_{f'}$  par composition et produit de fonctions dérivables.

$$f'(x) = -\frac{1}{x^2} e^{-\frac{1}{x}} + \frac{1}{x} \times \frac{1}{x^2} e^{-\frac{1}{x}} = \frac{1-x}{x^3} e^{-\frac{1}{x}}$$

$e^{-\frac{1}{x}} > 0$  sur  $D_f$  donc  $f'$  est du signe de  $\frac{1-x}{x^3}$  sur  $D_f$ ,

$x$	$-\infty$	$0$	$1$	$+\infty$
$x^3$	-	0	+	+
$1-x$	+	0	0	-
$f'(x)$	-	+	0	-
$f(x)$	↘		↗ ↘	