# Correction du Test n° 5

**Sujet A**

1.

2. Les points A, B et M ont pour affixes respectives $a = -2-2\mathrm{i}$, $b = 2+2\mathrm{i}$ et $m = -2\sqrt{3} + 2\mathrm{i}\sqrt{3}$.

$$\frac{m-a}{b-a} = \frac{-2\sqrt{3}+2\mathrm{i}\sqrt{3}+2+2\mathrm{i}}{4+4\mathrm{i}} = \frac{1}{2}\frac{1-\sqrt{3}+\mathrm{i}(1+\sqrt{3})}{1+\mathrm{i}}\frac{1-\mathrm{i}}{1-\mathrm{i}} = \frac{1}{2} + \frac{\mathrm{i}\sqrt{3}}{2} = \mathrm{e}^{\frac{\mathrm{i}\pi}{3}}$$

Donc $AM = AB$ et le triangle AMB est isocèle en A. De plus $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AM}) = \frac{\pi}{3}\ [2\pi]$ et le triangle AMB est finalement équilatéral.

3. $z^3 = 4(\sqrt{3}+\mathrm{i}) \Leftrightarrow r^3\mathrm{e}^{3\mathrm{i}\theta} = 8\mathrm{e}^{\frac{\mathrm{i}\pi}{6}}$

$\Leftrightarrow r = 2$ et $3\theta = \frac{\mathrm{i}\pi}{6} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow r = 2$ et $\theta = \frac{\mathrm{i}\pi}{18} + \frac{2k\pi}{3}, k \in [\![0,2]\!]$

$S = \left\{2\mathrm{e}^{\frac{\mathrm{i}\pi}{18}}, 2\mathrm{e}^{\frac{13\mathrm{i}\pi}{18}}, 2\mathrm{e}^{\frac{25\mathrm{i}\pi}{18}}\right\}$

$\mathrm{e}^z = 2-2\mathrm{i} = 2\sqrt{2}\mathrm{e}^{-\frac{\mathrm{i}\pi}{4}}$

$\Leftrightarrow \mathrm{e}^x = 2\sqrt{2}$ et $\mathrm{e}^{\mathrm{i}y} = \mathrm{e}^{-\frac{\mathrm{i}\pi}{4}} \Leftrightarrow x = \ln 2\sqrt{2}$ et $y = -\frac{\pi}{4} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$

$S = \left\{\frac{3}{2}\ln 2 - \mathrm{i}\frac{\pi}{4} + 2\mathrm{i}k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$

# Correction Test n° 5

**Sujet B**

1.

2. Les points A, B et M ont pour affixes respectives $a = -2+2\mathrm{i}$, $b = 2-2\mathrm{i}$ et $m = 2\sqrt{3} - 2\mathrm{i}\sqrt{3}$.

$$\frac{m-a}{b-a} = \frac{-2\sqrt{3}-2\mathrm{i}\sqrt{3}+2-2\mathrm{i}}{4-4\mathrm{i}} = \frac{1}{2}\frac{1-\sqrt{3}-\mathrm{i}(1+\sqrt{3})}{1-\mathrm{i}}\frac{1+\mathrm{i}}{1+\mathrm{i}} = \frac{1}{2} - \frac{\mathrm{i}\sqrt{3}}{2} = \mathrm{e}^{-\frac{\mathrm{i}\pi}{3}}$$

Donc $AM = AB$ et le triangle AMB est isocèle en A. De plus $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AM}) = -\frac{\pi}{3}\ [2\pi]$ et le triangle AMB est finalement équilatéral.

3. $z^3 = 4(\sqrt{3}-\mathrm{i}) \Leftrightarrow r^3\mathrm{e}^{3\mathrm{i}\theta} = 8\mathrm{e}^{-\frac{\mathrm{i}\pi}{6}}$

$\Leftrightarrow r = 2$ et $3\theta = -\frac{\mathrm{i}\pi}{6} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow r = 2$ et $\theta = -\frac{\mathrm{i}\pi}{18} + \frac{2k\pi}{3}, k \in [\![0,2]\!]$

$S = \left\{2\mathrm{e}^{-\frac{\mathrm{i}\pi}{18}}, 2\mathrm{e}^{\frac{11\mathrm{i}\pi}{18}}, 2\mathrm{e}^{\frac{23\mathrm{i}\pi}{18}}\right\}$

$\mathrm{e}^z = 2+2\mathrm{i} = 2\sqrt{2}\mathrm{e}^{\frac{\mathrm{i}\pi}{4}}$

$\Leftrightarrow \mathrm{e}^x = 2\sqrt{2}$ et $\mathrm{e}^{\mathrm{i}y} = \mathrm{e}^{\frac{\mathrm{i}\pi}{4}} \Leftrightarrow x = \ln 2\sqrt{2}$ et $y = \frac{\pi}{4} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$

$S = \left\{\frac{3}{2}\ln 2 + \mathrm{i}\frac{\pi}{4} + 2\mathrm{i}k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$