

## Correction du Test n° 6

### Sujet A

$$1. \arccos\left(\cos\left(\frac{5\pi}{4}\right)\right) = \frac{3\pi}{4} \quad \arcsin\left(\sin\left(\frac{5\pi}{4}\right)\right) = -\frac{\pi}{4} \quad \arctan\left(\tan\left(\frac{5\pi}{4}\right)\right) = \frac{\pi}{4}$$

2. Soit la fonction  $f : x \mapsto \arccos(x) + \arcsin(x)$

(a)  $D_f = [-1 ; 1]$  et de dérivabilité  $D_{f'} = ]-1 ; 1[$  et

$$f'(x) = \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}} + \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} = 0, \forall x \in ]-1 ; 1[$$

(b)  $f$  est alors constante sur  $[-1 ; 1]$ . Or  $f(0) = \frac{\pi}{2}$  donc

$$\forall x \in [-1 ; 1], \arccos(x) + \arcsin(x) = \frac{\pi}{2}$$

3. On considère l'application  $f : \begin{cases} \mathbb{N} & \longrightarrow \mathbb{N} \\ n & \longmapsto n^2 \end{cases}$

$f$  est injective car  $n^2 = m^2 \Leftrightarrow n = m$  car  $n, m \geq 0$ .

$f$  n'est pas surjective, donc pas bijective de  $\mathbb{N}$  dans  $\mathbb{N}$  car 3 par exemple n'a pas d'antécédent par  $f$ .

## Correction du Test n° 6

### Sujet B

$$1. \arccos\left(\cos\left(-\frac{2\pi}{3}\right)\right) = \frac{2\pi}{3} \quad \arcsin\left(\sin\left(-\frac{2\pi}{3}\right)\right) = -\frac{\pi}{3}$$

$$\arctan\left(\tan\left(-\frac{2\pi}{3}\right)\right) = \frac{\pi}{3}$$

2. Soit la fonction  $f : x \mapsto \arcsin(x) + \arccos(x)$

(a)  $D_f = [-1 ; 1]$  et de dérivabilité  $D_{f'} = ]-1 ; 1[$  et

$$f'(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} + \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}} = 0, \forall x \in ]-1 ; 1[$$

(b)  $f$  est alors constante sur  $[-1 ; 1]$ . Or  $f(0) = \frac{\pi}{2}$  donc

$$\forall x \in [-1 ; 1], \arcsin(x) + \arccos(x) = \frac{\pi}{2}$$

3. On considère l'application  $f : \begin{cases} \mathbb{N} & \longrightarrow \mathbb{N} \\ n & \longmapsto 3n \end{cases}$

$f$  est injective car  $3n = 3m \Leftrightarrow n = m$ .

$f$  n'est pas surjective, donc pas bijective de  $\mathbb{N}$  dans  $\mathbb{N}$  car 5 par exemple n'a pas d'antécédent par  $f$ .