

## Devoir maison n° 7

A rendre le jeudi 21 novembre 2024

**Exercice 1** Le but de cet exercice est de calculer  $S_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{1+2+3+\dots+k}$ ,  $n \in \mathbb{N}^*$ .

1. Calculer  $u_k = \frac{1}{1+2+3+\dots+k}$  en fonction de  $k$ , pour tout  $k \in \mathbb{N}^*$ .
2. Déterminer deux réels  $a$  et  $b$  tels que  $\frac{1}{x(x+1)} = \frac{a}{x+1} + \frac{b}{x}$ ,  $\forall x \in \mathbb{R}_+^*$
3. En déduire la valeur de  $S_n$  pour tout  $n \in \mathbb{N}^*$ .

**Exercice 2** Le but de cet exercice est de calculer  $P_n = \prod_{k=2}^n \left(1 - \frac{1}{k^2}\right)$  pour tout entier naturel  $n$  supérieur ou égal à 2.

1. Calculer  $A_n = \prod_{k=2}^n \left(1 - \frac{1}{k}\right)$
2. Calculer  $B_n = \prod_{k=2}^n \left(1 + \frac{1}{k}\right)$
3. Déduire des deux questions précédentes la valeur de  $P_n$  en fonction de  $n$ .

### Exercice 3

1. Discuter en fonction des valeurs du réel  $m$  l'ensemble des solutions du système

$$\begin{cases} mx + y = 1 \\ 3x - 2y = 6 \end{cases}$$

2. Discuter en fonction des valeurs des réels  $a, b, c$ , l'ensemble des solutions du système

$$\begin{cases} 2x - y + z = a \\ -x + 2y + 2z = b \\ 4x - 5y - 3z = c \end{cases}$$