

Devoir maison n° 11**A rendre le jeudi 23 janvier 2025**

Exercice 1 On considère la matrice $A = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 1 \\ 2 & -3 & 2 \\ -1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$.

1. Exprimer A^2 en fonction de A et I_3 .
2. Montrer que pour tout n de $\mathbb{N}$, il existe deux réels a_n et b_n tels que $A^n = a_n A + b_n I_3$.
3. Déterminer a_n , b_n puis A^n en fonction de $n \in \mathbb{N}$.

Exercice 2 Soit $P = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & -2 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ et $D = \text{diag}(1, 1, -2)$.

1. Montrer que P est inversible et calculer P^{-1} .
2. On pose $A = PDP^{-1}$. Montrer que A est inversible et calculer A^n en fonction de $n \in \mathbb{Z}$.